二重管係留システムで係留された没水水平版による波の制御

吉田明徳* ・旭　剛志**・小島治幸***
中村哲也****・入江　功*****

1. まえがき

単純な構造であり，閉鎖領域を作らず海水交換の促進機能を有し，没水しているために景観を妨げない，……等の特徴を有する没水水平版は，その版長および没水深を適当に設定することによって，高い波浪制御効果を有することが，既往の研究（例えば，高木ら，1988，小島ら，1991）によって明らかにされている．しかし，これらの研究は，水平版が固定された状態での係留を想定したもので，実海域での使用を考えると，水平版に作用する非常に大きな鉛直波力に耐えるのが構造的に困難であることや，潮汐などの水位の変化に対応して，没水深を一定に保つこと（有効な波浪制御効果を得るに必須の条件である）ができないことが問題である．

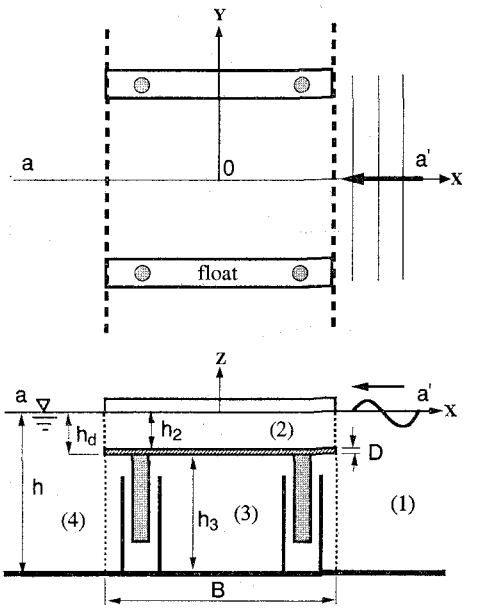
このため著者らは，没水水平版の係留方法として，二重管係留システムを提案した．これは(1)潮汐などの長周期の水位変動には自由に追随して没水深を常に一定に保つことができる，(2)通常の波浪に対しては水平版の動揺によって生じる二重管部分の流れの流体抵抗を，動揺に対する減衰力として用いることができる点に特徴がある．しかし，水平版に鉛直運動を許容することになるため，水平版の波浪制御効果や水平版への作用波力は，固定状態での特性とは大きく異なることが考えられる．

本研究は，鉛直運動のみを許した（二重管係留システムで係留された）没水水平版の，波の制御効果と水平版の運動および水平版に作用する波力の特性を，理論解析によって明らかにすることを目的としておこなった．

2. 理論解析法

1.2 基本仮定

図—1 に示すような，一定水深 h の海域に没水深 h_2 で係留されている幅 $B(=2l)$ の水平版に，角周波数 σ $(=2\pi/T$: T は周期)，波数 k，振幅 ζ_0 の微小振幅波が x の正の方向から入射し，水平版には鉛直運動のみが許されている場合を取りあつかう．



図—1 没水水平版と二重管係留システム

鉛直運動の振幅を η（複素振幅）で表し，任意時刻における水平版の中心の z 座標を z_g，その静止時における座標を $\overline{z_g}$ すると，

$$z_g-\overline{z_g}=\eta\cdot\exp(i\sigma t) \quad \cdots\cdots(1)$$

流体運動は非圧縮・非粘性流体の非回転運動と仮定し，流体運動の速度ポテンシャル $\Phi(x,z,t)$ を次式で表す．

$$\Phi(x,z,t)=\frac{g\zeta_0}{\sigma}\phi(x,z)\exp(i\sigma t) \quad \cdots\cdots(2)$$

式（2）中の $\phi(x,z)$ はラプラスの方程式を満足すべき無次元の関数（ポテンシャル関数と呼ぶ）である．

いま，図—1 に示した様に，流体域を $x=\pm l$ における仮想の境界面によって，（1），（2），（3），（4）の矩形流域に分割し，各領域の諸量を添字 i を付けて表すこととする．

ポテンシャル関数 ϕ_1，ϕ_2，ϕ_3，ϕ_4 に関する，水面と水底面および水平版の上・下面の境界条件は次式で表される．

* 正会員　工博　九州大学助教授　工学部水工土木学科
** 正会員　工修　電源開発(株)（当時大学院修士課程）
*** 正会員　工博　九州共立大学助教授　工学部土木工学科
**** 正会員　工修　日本国土開発(株)　エンジニアリング本部
***** 正会員　工博　九州大学教授　工学部水工土木学科

$$\frac{\partial\phi_i}{\partial z}=\frac{\sigma^2}{g}\phi_i \qquad (z=0;\ i=1,2,4) \quad\cdots\cdots(3)$$

$$\frac{\partial\phi_i}{\partial z}=0 \qquad (z=-h;\ i=1,3,4) \quad\cdots\cdots(4)$$

$$\frac{\partial\phi_i}{\partial z}=-i\frac{\sigma^2}{g}\frac{\eta}{\zeta_0} \qquad \begin{matrix}(z=-h_2;\ i=2)\\(z=-h_d;\ i=3)\end{matrix} \quad\cdots(5)$$

2.2 各領域のポテンシャル関数

これらの境界条件を満足するラプラス方程式の一般解は，領域（1），（2），（3），（4）について，それぞれ次式の様に表す事が出来る．

$$\phi_1(x,z)=\exp\{k_{10}(x-l)\}Z(k_{10},z)+\sum_{n=0}^{\infty}D_{1n}\exp\{-k_{1n}(x-l)\}Z(k_{1n},z) \quad\cdots\cdots(6)$$

$$\phi_2(x,z)=\sum_{n=0}^{\infty}[C_{2n}\exp\{k_{2n}(x-l)\}+D_{2n}\exp\{-k_{2n}(x+l)\}]Z(k_{2n},z)-\frac{2i\Gamma}{l'}\left[\sum_{s=0}^{\infty}\frac{(-1)^s}{\alpha_s^2}Z_2(\alpha_s,z)\cos\alpha_s x\right]\eta^* \quad\cdots\cdots(7)$$

$$\phi_3(x,z)=C_{30}\frac{x}{l}+D_{30}+\sum_{n=1}^{\infty}[C_{3n}\exp\{\nu_n(x-l)\}+D_{3n}\exp\{-\nu_n(x+l)\}]\bar{Z}(\nu_n,z)-\frac{2i\Gamma}{l'}\left[\sum_{s=0}^{\infty}\frac{(-1)^s}{\alpha_s^2}Z_3(\alpha_s,z)\cos\alpha_s x\right]\eta^* \quad\cdots\cdots(8)$$

$$\phi_4(x,z)=\sum_{n=0}^{\infty}C_{4n}\exp\{k_{4n}(x+l)\}Z(k_{4n},z) \quad\cdots(9)$$

式（6），（7），（9）で，$Z(k_{1n},z)$，$Z(k_{2n},z)$，$Z(k_{4n},z)$ は次の関数である．

$$Z(k_{in},z)=\frac{\cos k_{in}(z+h_i)}{\cos k_{in}h_i} \quad\cdots\cdots(10)$$

ただし，k_{in} は，$n=0$ のときは虚数（一定水深の場合を取り扱っているから $k_{10}=k_{40}=ik$），$n\neq0$ のときは実数 k_{in} と定義して次式で与えられる．

$$\frac{\sigma^2h_i}{g}=-k_{in}h_i\tan k_{in}h_i \quad\cdots\cdots(11)$$

また，式（7），（8）中の Γ，η^*，α_s，$Z_2(\alpha_s,z)$，ν_n，$Z(\nu_n,z)$ は式（12），（13）で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}&\Gamma=\frac{\sigma^2}{g},\quad \eta^*=\frac{\eta}{\zeta_0},\quad \alpha_s=\frac{(2s+1)\pi}{2l'}\\&Z_2(\alpha_s,z)=\frac{\alpha_s\cosh\alpha_s z+\Gamma\sinh\alpha_s z}{\Gamma\cosh\alpha_s h_2-\alpha_s\sinh\alpha_s h_2}\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots(12)$$

$$\left.\begin{aligned}&\nu_n=\frac{n\pi}{h_3},\qquad \bar{Z}(\nu_n,z)=\cos\nu_n(z+h_d)\\&Z_3(\alpha_s,z)=\frac{\cosh\alpha_s(z+h)}{\sinh\alpha_s h_3}\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots(13)$$

式（7）と式（8）中の η^* の項は，水平版上の運動学的境界条件（式（5））を満足する特解である（井島ら，1972）．また，式（7），式（8）および α_s 中の l' は，この特解を求める際に式（5）をフーリエ級数展開するときの展開周期の 1/4 を意味し，$(l'\geq l)$ を満足する任意の定数である．

2.3 水平版の運動方程式

水平版は，延長方向（y 軸方向）の単位長さ当たりに換算して m_c 個の二重管と，m_F 個のフロートを有する二重管式浮体係留システムによって係留されているものとする．水平版部分の質量を M，二重管内管の質量を M_c，フロート部分の質量を M_F，水平版に作用する鉛直波力を $F_z\exp(i\sigma t)$，鉛直運動に伴う浮力変化を $F_b\exp(i\sigma t)$，二重管部分の付加質量力を $F_I\exp(i\sigma t)$，二重管部分に作用する粘性抵抗を $F_v\exp(i\sigma t)$ で表す事にすると，水平版の運動方程式は次式で与えられる．

$$(M+M_c+M_F)\frac{d^2z_g}{dt^2}=\{F_z+F_b+F_I+F_v\}\exp(i\sigma t) \quad\cdots\cdots(14)$$

ただし，M，M_c，M_F，F_z，F_b，F_I，F_v は単位長さ（y 軸方向）当たりの値で，F_v，F_I，F_b は次式で表される（吉田ら，1991）．

$$F_v=m_c\left\{\lambda\rho g\pi b^2\zeta_0^2\eta^*|\eta^*|\frac{l_c}{b}\Gamma\beta^{-2}(2+\beta)^{-2}e^{i\varepsilon}\right\}\cdot\exp(i\sigma t) \quad\cdots\cdots(15)$$

$$F_I\exp(i\sigma t)=m_c\rho g\pi b^2l_c\zeta_0\eta^*\Gamma\exp(i\sigma t) \quad\cdots(16)$$

$$F_b\exp(i\sigma t)=m_F\{-\rho gA_F\zeta_0\eta^*\exp(i\sigma t)\} \quad\cdots\cdots(17)$$

ただし，b は二重管内管の半径，l_c は二重管ラップ長，ρ は流体密度，β は e/b（e：二重管部分間隙長）で，ε は，浮体運動に対する粘性抵抗の位相差，A_F はフロート1個の水線面積を表す．

水平版に作用する鉛直波力 F_z は，流体圧力を $p(x,z)\exp(i\sigma t)$ と表すと，ベルヌイの式より $p(x,z)=i\rho g\zeta_0\phi(x,z)$ で与えられるから，水平版に作用する鉛直波力が次式で算定される．

$$\begin{aligned}F_z&=i\rho g\zeta_0\left[\int_{-l}^{l}\{\phi_3(x,-h_d)-\phi_2(x,-h_2)\}dx\right]\\&=i\rho g\zeta_0\left[-\sum_{n=0}^{\infty}B_2(k_{2n})(C_{2n}+D_{2n})+2lD_{30}+\sum_{n=1}^{\infty}B_3(\nu_n)(C_{3n}+D_{3n})\right]\\&\quad-4\rho g\zeta_0\left[\frac{\Gamma}{l'}\sum_{s=0}^{\infty}\frac{(-1)^s}{\alpha_s^3}\{Z_2(\alpha_s,-h_2)-Z_3(\alpha_s,-h_d)\}\sin\alpha_s l\right]\eta^*\end{aligned} \quad\cdots\cdots(18)$$

ただし，

$$B_2(k_{2n})=\frac{\{1-\exp(-2k_{2n}l)\}}{k_{2n}\cos k_{2n}h_2}$$

$$B_3(\nu_n)=\frac{\{1-\exp(-2\nu_n l)\}}{\nu_n}$$

単位長さ当たりの水平版の質量 M を，水平版が排除する流体質量 $\rho 2lD$ に補正係数 ν をかけて表すものとする．

$$M=\nu\rho 2lD \quad \cdots\cdots(19)$$

同様に，内管1個の質量，フロート1個の質量を，水平版が排除する流体質量 $\rho 2lD$ にそれぞれ，補正係数 ν_c, ν_F をかけて表すものとすると，単位長さあたりの質量 M_c, M_F は次式で表される．

$$M_c=m_c\nu_c\rho 2lD \quad \cdots\cdots(20)$$

$$M_F=m_F\nu_F\rho 2lD \quad \cdots\cdots(21)$$

ここで，式（1），(15)，(16)，(17)，(18)，(19)，(20) および (21) を，式 (14) の運動方程式に代入すると，鉛直運動の無次元振幅 η^* と，ポテンシャル関数 ϕ_2, ϕ_3 の未定係数 C_{2n}, D_{2n}, C_{3n}, D_{3n} との関係式が得られる．

$$\begin{aligned}&-i\sum_{n=0}^{\infty}B_2(k_{2n})(C_{2n}+D_{2n})\\&+2lD_{30}+i\sum_{n=1}^{\infty}B_3(\nu_n)(C_{3n}+D_{3n})\\&+\{G_m+G_z+G_I+G_b+G_v|\eta^*|\}\eta^*=0 \quad \cdots(22)\end{aligned}$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned}&G_m=2lD\{\nu+m_c\nu_c+m_F\nu_F\}\Gamma\\&G_z=\frac{-4\Gamma}{l'}\sum_{s=0}^{\infty}\frac{(-1)^s}{\alpha_s^3}\{Z_2(\alpha_s,-h_2)\\&\qquad -Z_3(\alpha_s,-h_d)\}\sin\alpha_s l\\&G_I=m_c\pi b^2 l_c\Gamma\\&G_b=-m_F A_F\\&G_v=m_c\lambda\zeta_0\pi b l_c\Gamma\beta^{-2}(2+\beta)^{-2}e^{i\varepsilon}\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots(23)$$

2.4 境界面の連続条件と連立一次方程式

境界面 ($x=\pm l$) における流体運動の連続条件は次式で表される

$$\phi_i=\begin{cases}\phi_2 & (-h_2<z<0)\\ \phi_3 & (-h<z<-h_d)\end{cases} \quad \cdots\cdots(24)$$

$$\frac{\partial\phi_i}{\partial x}=\begin{cases}\dfrac{\partial\phi_2}{\partial x} & (-h_2<z<0)\\ 0 & (-h_d<z<-h_2)\\ \dfrac{\partial\phi_3}{\partial x} & (-h<z<-h_d)\end{cases} \quad \cdots\cdots(25)$$

ただし，式 (24)，(25) の左辺の ϕ_i は $x=+l$ では ϕ_i で，$x=-l$ では ϕ_4 である．

数値計算上，式（6），（7），（8），（9）の未定係数に関する級数項を，それぞれ，n_1, n_2, n_3, n_4 で打ち切るものとし，式 (24)，(25) に，式（6），（7），（8），（9）を代入し，選点解法（吉田・小島・鶴本，1990）を用いて変数を消去すると，未定係数 D_{1n}, C_{2n}, D_{2n}, C_{3n}, D_{3n}, C_{4n} および η に関する $\{(n_1+1)+2)n_2+1)+2(n_3+1)+(n_4+1)\}$ 個の一次関係式が得られる．そこで，これらの一次関係式と、運動方程式より得られる式 (22) とを連立して解くことによって，未定係数と η^* を決めることができる．

ただし，式 (22) 中には $|\eta^*|\eta^*$ の非線形項を含むから，二重管係留システムの粘性抵抗を考慮する場合には簡単には解けない．そこで，まず抵抗が無い場合($\lambda=0$)の解を求め，それを第一近似値として $|\eta^*|\eta^*$ の $|\eta^*|$ に用いて，非線形項を線形化して再び連立方程式を解き，得られた η^* を第2近似値として，順次同様の手順で解が収束するまで繰り返し計算を行うことになる．

3. 数値計算

3.1 計算結果と考察

水平版の版長を $B/h=2.0$, 水平版の厚さを $D/h=0.05$ に取り，水深 h を20等分しその中点を選点に取って計算した．

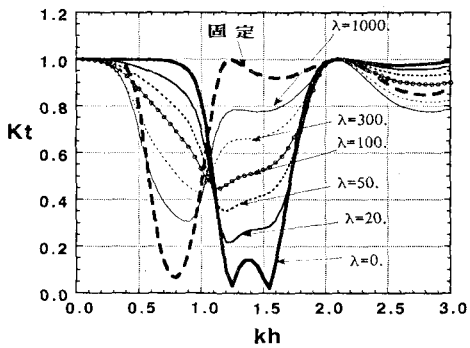
なお，二重管係留システムに関する式 (15)，(16)，(17) の F_v, F_I, F_b には，水平版延長方向の単位長さ当りの二重管の個数 m_c とフロートの個数 m_F，二重管の内管の半径 b，二重管のラップ長 l_c 等の種々の量が関係するが，F_I, F_b に較べて波力 F_z がはるかに卓越していること，また，本研究では，二重管係留システムの特定の条件のもとでの波浪制御特性に関心があると言うよりは，抵抗の有無およびその変化による波浪制御効果や作用波力の変化に関心があることから，これら二重管係留システムに関する諸量は次のような値に固定して計算を行っている．

$m_c=2.0$, $m_F=1.0$, $b/h=0.05$, $\beta(=e/b)=0.2$ (e：二重管部分間隙長)，$l_c/h=0.5$, $A_F=0.02$, $\varepsilon/\pi=-0.5$, $\zeta_0/h=0.04$

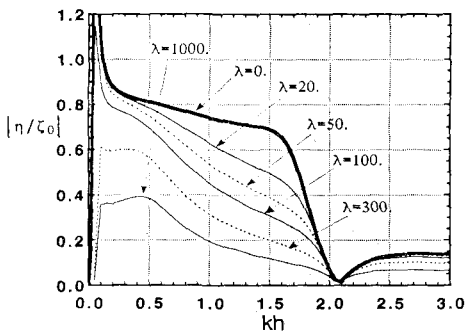
水平版上の水深 h_2 が $h_2/h=0.1$ の場合について，二重管の抵抗係数 λ を $\lambda=0.0$, 20.0, 50.0, 100.0, 300.0, 1000.0 と変化させたときの，通過率 K_t，鉛直波力 F_z，鉛直運動の振幅 η をそれぞれ 図—2，図—3，図—4 に示している．K_t と F_z については，水平版が完全に固定されている場合についても比較のため示している．また，λ が非常に大きい値（$\lambda=100000.0$ を用いた）での計算をおこない，その結果が完全固定状態での解とほぼ一致することを確かめることによって，理論式と計算プログラムが妥当なことを確認した．

図—2 の通過率より，抵抗がなく（$\lambda=0$），自由に鉛直運動が許されている場合であっても，特定の周波数の範囲で非常に大きな波の遮断効果を有することがわかる．$\lambda=0$ の場合の没水水平版は，自由に浮遊して（水平運動と回転運動は拘束されてはいるが），しかも質量

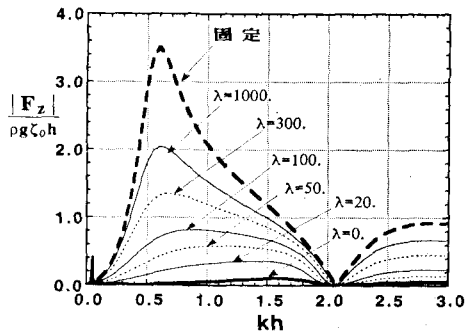
が比較的小さいにもかかわらず，特定の波長の入射波を完全に遮断する機能を有することは興味深い．$\lambda=0$ の場合の通過率を，固定状態の通過率と比較すると，通過率が最小値を取る kh の値が大きい方（短波長の方）へ移り，波長の長い波に対しては波の遮断機能が減少する．$\lambda\neq0$ の場合には，抵抗が大きくなるにつれて，通過率は $\lambda=0$ の通過率から，固定状態の通過率へと変化し，通過率が最小となる kh の値も小さい方へ移る．$\lambda=0$ の場合，波をほぼ完全に遮断するような状態は起こらなくなるが，抵抗値を適当に選ぶと（$\lambda=100\sim300$），$\lambda=0$ あるいは固定状態の場合よりも，広い範囲の kh に対して，ある程度の波の遮断効果（通過率で0.6から0.7程度）を有するようになる．



図—2　通過率（$B/h=2.0$, $h_2/h=0.15$, $D/h=0.05$）



図—3　鉛直運動振幅（$B/h=2.0$, $h_2/h=0.15$, $D/h=0.05$）



図—4　鉛直波力（$B/h=2.0$, $h_2/h=0.15$, $D/h=0.05$）

図—3 より，鉛直運動の振幅は kh が非常に小さい所を除くと，λ の値によらず，kh が大きくなるとともにほぼ一様に減少し，kh の値によらず入射波の振幅よりも常に小さい．kh が非常に小さいところ（$kh=0\sim0.1$）で振幅が極大値をとるのは，フロートの浮力変動の効果で，フロートが無い場合には kh が0に漸近するとともに振幅は水平版の没水位置に対応する振幅（$\{h-(h_d+h_2)/2\}/h$）に漸近する．

普通，固定された水平版には非常に大きな鉛直波力が作用するが，図—4 より，水平版に鉛直運動を許す場合，鉛直波力は著しく減少することがわかる．特に抵抗が無い場合の鉛直波力は，ほぼ0に近い値である．鉛直運動を許す場合の波力の減少効果は，没水水平版の設計の自由度をあげるもので，とくに $\lambda=0$ の場合のように，きわめて小さな波力しか受けずに，しかも波をほぼ完全に遮断する機能を有する点は非常に有用なことであると思われる．

3.2　数値計算の際の注意点

数値計算にあたっては次に述べる3点に注意を要する．

a）式（22）をそのまま数値計算に用いると，kh が非常に小さい（$kh<0.1$）所での，特定の kh の値においてのみ，連立方程式がうまく解けない場合が生じる．$kh<0.1$ のような，きわめて長い波長域は実際問題で対象となる所ではなく，実用上は問題ないが，これは式（22）の両辺に10から100程度の定数をかけて，数値計算に用いれば除くことができ，定数をかけても他の kh での計算結果には影響しない．

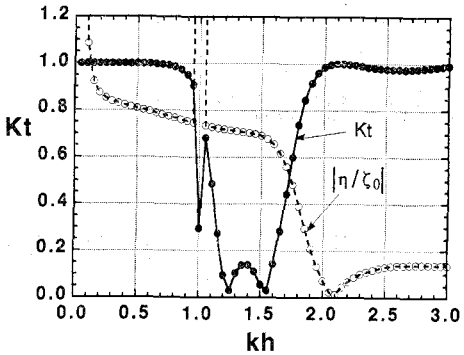
b）水平版上の運動学的境界条件をフーリエ級数展開するときの展開周期（$4l'$）は，$l'\geq l$ であれば任意の値でよい．しかし，水平版上の水深と入射波の波長によっては，領域（2）の速度ポテンシャルの一般解（式(5)）の中の関数 $Z_2(\alpha_s, z)$ が発散する場合が生じ得る．

$$Z_2(\alpha_s, z)=\frac{\cosh\alpha_3 z}{\cosh\alpha_s h_2}\left\{\frac{\alpha_s-\Gamma\tanh\alpha_s z}{\Gamma-\alpha_s\tanh\alpha_s h_2}\right\}$$

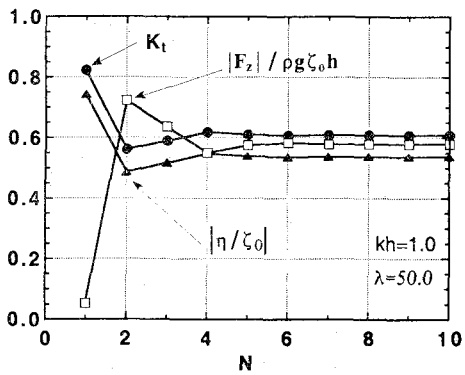
ただし，$\alpha_s=\dfrac{(2s+1)\pi}{2l'}$

上式で，$(\Gamma-\alpha_s\tanh\alpha_s h_2)\to0$ の場合 $Z_2(\alpha_s, z)$ が発散することになる．$(\Gamma-\alpha_s\tanh\alpha_s h_2)=0$ は，領域（2）の波数 k_2 を規定する分散方程式と同じで，したがって，$Z_2(\alpha_s, z)$ が発散するのは α_s が領域（2）の波の波 k_2 数と一致する場合である．

図—5 は，この条件が（$kh=1.0$, $s=1$）で成り立つように，故意に l' の値を設定して計算をおこなった場合の結果で，$kh=1.0$ において特異値を取る様子がわかる．ただし，$kh=1.0$ を除けば，$(\Gamma-\alpha_s\tanh\alpha_s h_2)$ がかなり小さくなる近傍（$kh=0.95$, 1.05）でも正しい値を与えており，$(\Gamma-\alpha_s\tanh\alpha_s h_2)$ が，数値計算上きわ



図—5 $Z_2(\alpha_s, z)$ による特異解



図—6 くり返し計算の回数 N と解の収束の様子

めて0に近い値を取らない限り特異性は生じない．したがって，l' の値を故意に上記のように設定しない限り問題は無いが，特定の kh のみで計算結果が特異値を取る場合には上記の点について検討をしてみることが必要かもしれない．

c）$\lambda=0$ の場合には，式(22) の運動方程式に $|\eta^*|\eta^*$ の非線形項が含まれるから，繰り返し計算をおこなって解くことになる．この繰り返し計算の $|\eta^*|$ に用いる近似値として，第3ステップ以降では，単に前ステップの η^* を用いるより，前の2ステップ分の η^* の平均を用いた方が収束が速い．図—6 はこのように近似値を取った場合の，解の収束の様子を示している．一般に，λ が大きいほど繰り返し回数が増えるが，それでも5から10回程度で収束する．

4. あとがき

二重管係留システムで係留された没水水平版を対象に，水平版に鉛直運動を許した場合の，波の制御効果，水平版の運動，水平版に作用する波力等を，ポテンシャル接続法の選点解法によって解析する方法を示した．数値計算で得られた結果を要約すると次のようである．

（1） 自由に鉛直運動を許す場合（$\lambda=0$）でも，適当な没水深，版長を設定すると，入射波の波長によっては波を完全に遮断する機能を有する．ただし，水平版を固定した場合と較べると，波の遮断に有効な波長の範囲が波長の短い方へ移る．

（2） 抵抗が作用する場合，抵抗係数が大きくなるにつれて通過率の周波数特性が変化し，大体において $\lambda=0$ の場合よりも通過率の最小値は大きくなるが，波の遮断にある程度有効な波長の範囲は大きくなる．

（3） 固定された水平版には，通常大きな鉛直波力が作用するが，水平版に鉛直運動を許すと鉛直波力は著しく減少する．特に $\lambda=0$ の場合には，きわめて小さな波力しか受けずに，しかも波をほぼ完全に遮断する機能を有する．

（4） 鉛直運動は $kh=0.1$ 近傍の長波長域以外では共振現象は生じない．また，入射波の波長が小さくなるにつれて，鉛直運動の振幅はほぼ一様に減少し，入射波の波長にかかわらず入射波の振幅よりも常に小さい．

参考文献

井島武士・田淵幹修・湯村やす (1972)： 有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第202号，pp. 33-48.

小島治幸・井島武士・吉田明徳 (1990)： 没水水平版の消波特性と波分裂による波浪制御効果，海岸工学論文集，第37巻，pp. 594-598.

高木幹夫・川崎孝生 (1988)： 没水平板の消波効果に関する研究，第8回海洋工学シンポジウム論文集，pp. 259-266.

吉田明徳・小島治幸・鶴本良博 (1990)： 波動境界値問題におけるポテンシャル接続法の選点解法，土木学会論文集，第417号/II-13，pp. 265-274.

吉田明徳・村上啓介・入江 功・志方洋介・中村哲也 (1991)：二重管式浮体係留システムの抵抗特性，海岸工学論文集，第38巻，pp. 791-795.