

漂砂ポテンシャル関数を用いた平面二次元の 漂砂量ベクトルの推定法に関する研究

泉 宮 尊 司*・内 山 岳 士**

1. 緒 言

これまで岸沖漂砂量に関する研究が盛んに行われ、様々な漂砂量公式が提案されている。1次元漂砂の場合には、海底地形変化より漂砂量が算定できるので、漂砂量公式の適用性を検討することも可能であり、種々の改良がなされ比較的精度の良い漂砂量公式が提案されてきている（たとえば、Dibajnia・渡辺, 1987; 清水ら, 1990）。一方、平面二次元漂砂量に関しては、渡辺ら（1990）のパワーモデルや Roelvink ら（1982）の漂砂量公式が提案されているが、その数は岸沖漂砂量公式と比べれば極めて少ない。これは、平面二次元では、地形変化より漂砂量ベクトルを算定することができないため、提案された公式の精度を直接的に検討することができなかったことが、一つの要因であったと考えられる。そこで本研究では、平面二次元において漂砂量ベクトルを、スカラーポテンシャルによって表される成分とベクトルポテンシャルによって表される成分とに分離し、地形変化を生じさせる漂砂量ベクトルを算定する方法を提案する。さらに、この方法を用いて離岸堤設置による海浜地形の変化過程を詳しく検討する。

2. 漂砂ポテンシャル関数を用いた平面二次元漂砂量の推定法

平面二次元の場合、漂砂量が2つの未知の成分で表されるために、漂砂量と地形変化との関係式よりこれらの成分を求めることはできない。そこで、まず漂砂量ベクトル $\vec{q}$ を3次元ベクトル $\vec{q} = (q_x, q_y, q_z)$ に拡張し、任意の3次元ベクトルが、スカラーポテンシャル ϕ とベクトルポテンシャル $\vec{\psi}$ によって表されるという、Helmholtz の定理を利用する（参考：岩波数学辞典）。

$$\vec{q} = \text{grad } \phi + \text{rot } \vec{\psi} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $q_z \equiv 0$ であり、ベクトル $\vec{\psi}$ は $\text{div } \vec{\psi} = 0$ を満たすものとする。一方、平面二次元における漂砂量ベクトル $\vec{q}$ と海底地形変化との関係式は、

$$\partial h / \partial t = \text{div } \vec{q} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と表される。ここに、 h は水深を、 t は時間を表す。式(1)を式(2)に代入すると、

$$\partial h / \partial t = \text{div}(\text{grad } \phi) + \text{div}(\text{rot } \vec{\psi}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ところで、 $\text{div}(\text{rot } \vec{\psi}) = 0$ であるので、式(3)は、

$$\partial h / \partial t = \text{div}(\text{grad } \phi) = \nabla^2 \phi / \partial x^2 + \nabla^2 \phi / \partial y^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。この式において、 ϕ の z に関する2階偏微分の値がないのは、 $q_z \equiv 0$ よりスカラーポテンシャル ϕ は z の関数ではないことに拠っている。式(4)の意味することは、地形変化は渦なし成分すなわちスカラーポテンシャルで表される成分のみによって生じ、ベクトルポテンシャルで表される回転成分とは、全く無関係であることである。したがって、海浜地形変化を精度良く予測するためには、渦なし成分を実測値と一致するよう精度良く推定しなければならないことが分かる。

式(4)は、スカラーポテンシャル ϕ に関するポアソン方程式となっており、地形変化 $\partial h / \partial t$ が「わき出し」あるいは「吸い込み」の役割を果たしていることが分かる。式(1)の右辺第1項は、ポテンシャル場による成分を示すことから、 ϕ を漂砂ポテンシャル関数と呼ぶことにする。式(4)は楕円型であり、境界線上で適切な境界条件が与えられれば、容易に解くことができる。

ここで、ベクトルポテンシャルによって表される成分の物理的意味をもう少し明確にするために、式(1)の回転(rotation)をとると、

$$\text{rot } \vec{q} = \text{rot}(\text{grad } \phi) + \text{rot}(\text{rot } \vec{\psi}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

となるが、 $\text{rot}(\text{grad } \phi) = 0$ 、 $\text{div } \vec{\psi} = 0$ 、および

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{\psi}) = \text{grad}(\text{div } \vec{\psi}) - \Delta \vec{\psi} \quad \dots\dots\dots (6)$$

の関係を考慮すると、

$$\text{rot } \vec{q} = -\Delta \vec{\psi} \quad \dots\dots\dots (7)$$

を得る。ところで、 $q_z \equiv 0$ であるので、 $\text{rot } \vec{q}$ は z 方向成分のみが有意な値をもつことになる。そこで、 $\psi_z = \Psi$ とおくと、

$$\partial q_y / \partial x - \partial q_x / \partial y = -\Delta \Psi \quad \dots\dots\dots (8)$$

* 正会員 工博 新潟大学助教授 工学部建設学科

** 富山県

なる関係を得る。式(8)の意味することは、漂砂量ベクトルの回転成分がベクトルポテンシャル $\vec{\phi}$ の z 成分のみによって表されることである。この成分を求めるためには、漂砂の連続式のみでは算定不可能であり、漂砂量ベクトルに関する輸送方程式(流体運動では運動量保存則に相当する)を用いる必要があるが、その誘導は現状では困難である。いずれにしても、漂砂量ベクトルの回転成分は、海浜地形の変化には何等影響を及ぼさないもので、本研究では地形変化を発生させる成分についてのみ議論することにする。

3. 数値計算法と境界条件

漂砂ポテンシャル関数を求めるために、式(4)をSOR法(逐次過緩和法)により解くことにした。 x および y 方向のメッシュ間隔を、 $\Delta x = \Delta y = \Delta s$ と等しくとることによって、

$$\phi_{i,j}^{(n+1)} = \phi_{i,j}^{(n)} + \omega/4 \cdot R_{i,j} \dots \dots \dots (9)$$

ここに、

$$R_{i,j} = \phi_{i+1,j}^{(n)} + \phi_{i-1,j}^{(n)} + \phi_{i,j+1}^{(n)} + \phi_{i,j-1}^{(n)} - 4\phi_{i,j}^{(n)} - (\Delta s)^2 \partial^2 h_{i,j} / \partial t^2 \dots \dots \dots (10)$$

である。上添字(n)は、繰返しステップ数を示し、 ω は加速パラメータであり、 $1 \leq \omega \leq 2$ の範囲において最適値が存在する。

境界条件については、境界線に垂直な方向の漂砂量ベクトルの値を与えることによって、解の一意性が保証される。すなわち、境界線上において、 $\partial \phi / \partial n = q_n$ を与えることによって、解を得ることができる。任意の q_n の値を与えることは、現実問題としては難しいので、沖側境界を砂の移動限界水深より深い所に設け、岸側では砂の移動のない陸上部に設けることにした。また、側方の境界条件については、実験室の水槽のように閉じた領域では、境界に垂直な方向の漂砂量は0であるので、 $\partial \phi / \partial n = 0$ を用いた。

繰返し計算の収束の条件を決定するために、数ケースについて相対誤差と繰返し数との関係を調べた。その結果、いずれの場合にも100回程度で相対誤差が 10^{-4} 以下のオーダーで収束していたので、相対誤差が 10^{-4} を収束条件とした。

4. 離岸堤設置による地形変化に関する実験

漂砂ポテンシャル関数を用いた漂砂量ベクトルの推定を行うために、離岸堤設置による地形変化に関する実験を行った。実験は、新潟大学工学部建設学科にある長さ10m高さ1m、幅40cmの水槽を用いて行った。造波水槽に平均粒径0.18mmの砂を約1/14の勾配に設置し、所定的水深まで水を入れ、岸沖方向および沿岸方向ともに5cm間隔で初期地形を測定した。その後、底面幅

30cmの模型テトラポッドでできた離岸堤を水槽の右半分に設置した。

実験条件は、入射波高を約6cmに設定し、波の周期を変化させて、合計4ケース行った。地形の測定は、波作用開始から2時間後、4時間後および6時間後に行った。測定間隔は、初期地形と同様に、2方向ともに5cmを原則とした。なお、ケース3および4は初期地形を作成することは行っており、前のケースの終了時の地形をそのまま用いている。

5. 平面二次元漂砂量ベクトルの算定結果とその考察

所定の時間間隔で測定された水深データを用いて、式(10)における地形変化量 $\partial h_{i,j} / \partial t$ を各格子点について計算する。計算領域の境界では、 $\partial \phi / \partial n = 0$ なる境界条件を用いて、SOR法により漂砂ポテンシャル ϕ を計算する。その結果より、漂砂量ベクトルは、

$$(q_x, q_y) = (\partial \phi / \partial x, \partial \phi / \partial y) \dots \dots \dots (11)$$

より求めることができる。以下に、地形変化、等漂砂ポテンシャル図および漂砂量ベクトルの結果を示し、離岸堤設置による海浜地形の変化過程について考察を行う。

図-1は、Case 1の初期地形、2時間後、4時間後および6時間後の等深線の変化を示したものである。これらの図において、離岸堤下の地形は周辺データの線形内挿により求められている。今回の実験のように、砂地盤に直接ブロックを置いた形式では、ブロックの間隙より活発な砂移動が生じ、離岸堤下の地形も周辺の地形と類似した変化を示しているようなので、このような内挿を用いた。この図によると、離岸堤の沖側法先では時間とともに洗掘が進行していることが分かる。その約20cm沖では、離岸堤による部分重複波により浅瀬ができている。一方、離岸堤堤内側では、全体として急勾配化が進行しており、等深線の縞模様から緩やかなdune地形が形成されていることが分かる。また、離岸堤のすぐ背後には、深く掘れたところが生じている。

図-2は、同じくCase 1の0時間から2時間後、2時間後から4時間後および4時間後から6時間後の地形変化量を示したものである。この図において、負の値を示している所は水深が減少した所、すなわち堆積した所である。侵食している所は、正の値に示している所である。この図より、周期1.0sのこのケースでは、離岸堤の後背部において、地形変化が大きくしかも侵食と堆積が交互に生じていることが分かる。

図-3は漂砂ポテンシャル関数の変化を示したものである。図中の数字は漂砂ポテンシャル関数の値を示し、単位は cm^3/hr である。定義により、漂砂はポテンシャル関数値の小さい方から大きい方へと生じる。図(a)

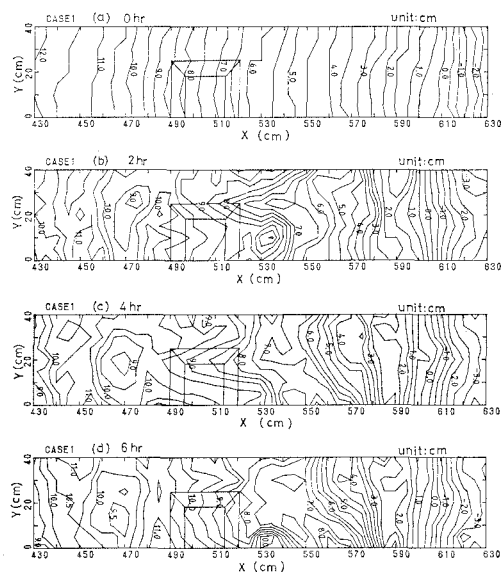


図-1 等深線の変化 (CASE 1)

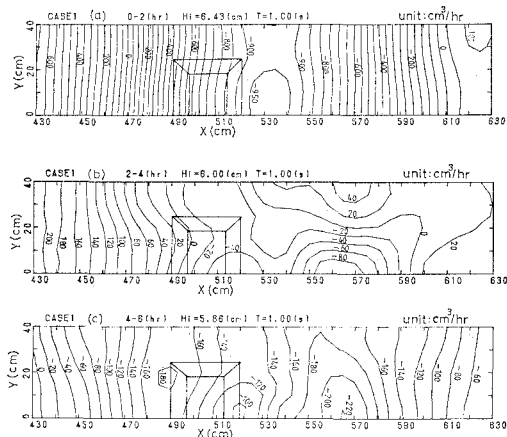


図-3 漂砂ポテンシャル関数の変化 (CASE 1)

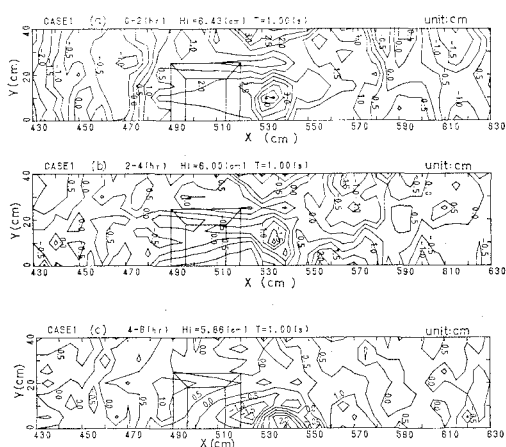


図-2 2時間置きの水深変化量 (CASE 1)

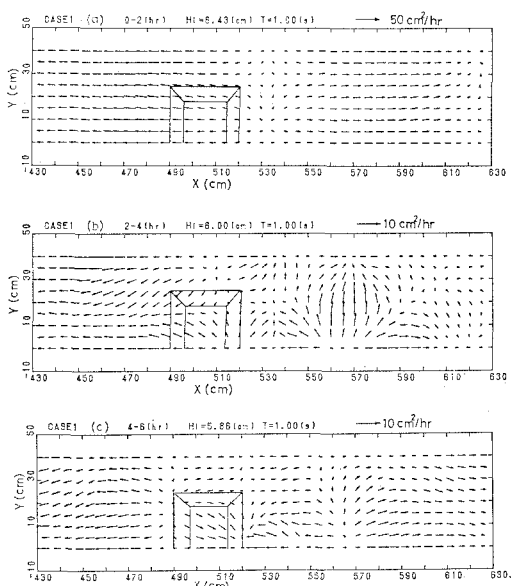


図-4 漂砂量ベクトルの変化 (CASE 1)

は、実験開始から2時間後の漂砂ポテンシャルを示したものであるが、等ポテンシャル線が沿岸方向にほぼ平行でありその間隔もかなり密であることから、岸沖漂砂が卓越していることが分かる。実験開始から2時間から4時間の間では、離岸堤堤内側で等漂砂ポテンシャル線が岸沖に走っている所があり、沿岸方向の漂砂が発生していることが推定される。

図-4は、漂砂量ベクトルの変化を示したものである。漂砂量は、波作用時間が経つにつれて小さくなっていくので、図(b)および(c)ではベクトルの大きさを変えている。ポテンシャル図においても推定できたように実験開始2時間までは、岸沖方向漂砂が卓越し、2

時間以降では、離岸堤堤内側で絶対量は大きくないが沿岸漂砂が相対的に顕著となっている。なお、 $x=570$ cmの所と汀線付近である $x=610$ cmの所では、沿岸漂砂の方向が反対となっていることは興味深い。図(a)および(b)では、離岸堤底部より強い砂の吸い出しが生じている。このことは、実験終了後に離岸堤が2 cm程度沈下していたことによっても傍証される。

図-5および図-6は、Case 2の波の周期 $T=1.2$ sの場合の漂砂ポテンシャル関数および漂砂量ベクトルの変化を示したものである。このケースもCase 1と同様に初期地形をほぼ一様勾配にならしていることもあり、2時間後までは、岸沖漂砂が卓越している。また、漂砂

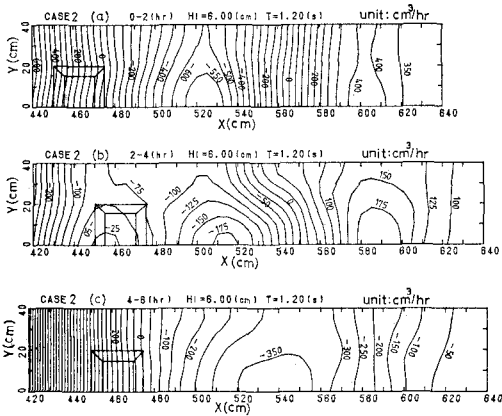


図-5 漂砂ポテンシャル関数の変化 (CASE 2)

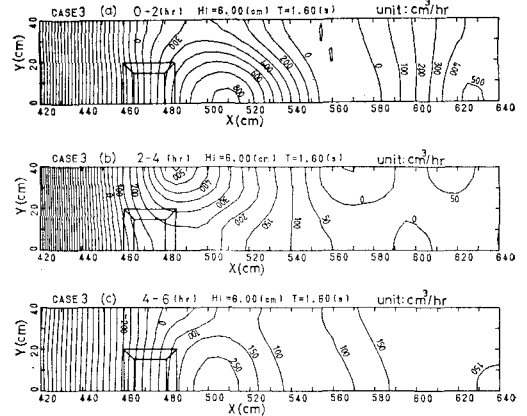


図-7 漂砂ポテンシャル関数の変化 (CASE 3)

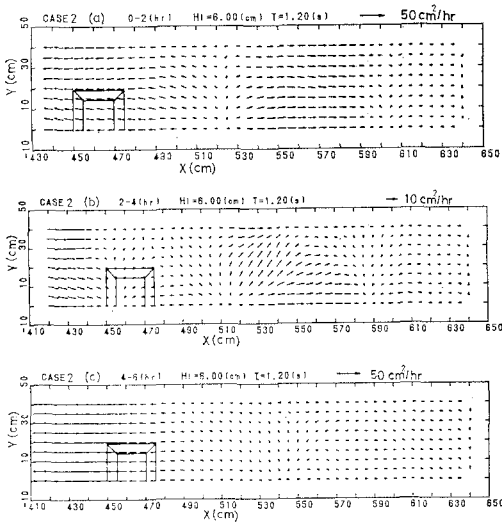


図-6 漂砂量ベクトルの変化 (CASE 2)

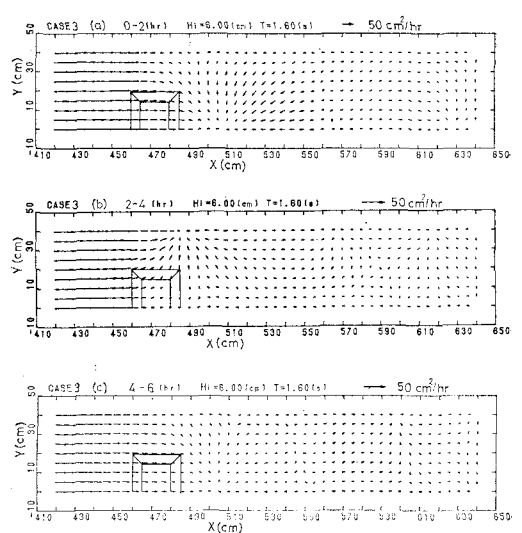


図-8 漂砂量ベクトルの変化 (CASE 3)

ポテンシャル関数のパターンも前者と類似しているが、図-6 (b) の図に見られるように、2 時間後から4 時間後にかけて、離岸堤の沖側で漂砂の向きが岸側に変化している。

図-7 および図-8 には、周期を $T=1.6$ s に長くした Case 3 の結果を示す。このケースでは、Case 2 の最終地形を初期地形としている。このためか、離岸堤内での地形変化が収束するのがこれまでのケースよりも速くなっている。また、離岸堤の沖側で岸向きの漂砂が卓越していることも、これまでと異なることである。さらに、図-7 に見られるように、漂砂ポテンシャル関数の極値をとる位置が離岸堤背後側から開口部へと交互に移動しながら平衡地形が形成されていることは興味深い。

Case 4 ($T=0.9$ s) の結果を、図-9 および図-10

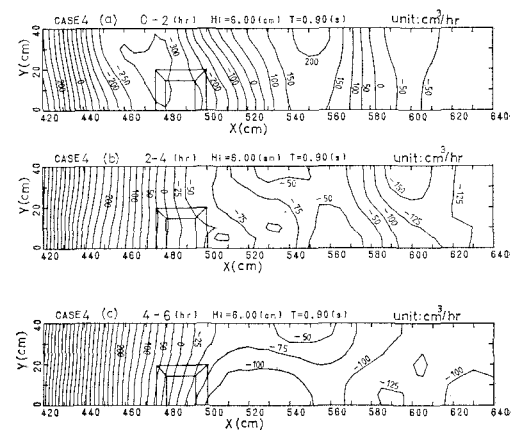


図-9 漂砂ポテンシャル関数の変化 (CASE 4)

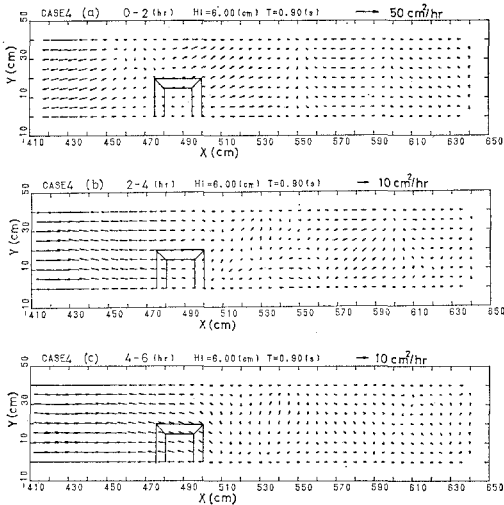


図-10 漂砂量ベクトルの変化 (CASE 4)

に示す。このケースの場合には、実験開始から2時間後までは、離岸堤のすぐ沖側では漂砂量が小さかったが、2時間以降、沖向きの漂砂が顕著となり、4時間後から6時間後にかけては、離岸堤底部からの砂の吸い出しが著しくなっている。4ケースすべてについて言えることであるが、離岸堤の沖側では漂砂ベクトルの沿岸方向の成分は小さく、岸沖漂砂が卓越していることである。このことは、沖側においては砂漕が2次元적であり、峰線が沿岸方向にほぼ平行であったことから、このような結果が得られたものと考えられる。

6. 結 論

漂砂ポテンシャル関数を用いて、平面二次元の漂砂量ベクトルを算定する方法を考案し、以下のようなことが明かとなった。

(1) 平面二次元における漂砂ベクトルは、非回転成分と回転成分により表されるが、地形変化は非回転成分のみによって生じる。このことは、平面二次元の海岸変形を精度良く予測するためには、漂砂ポテンシャル関数によって表される非回転成分を精度よく予測する必要があることを意味する。

(2) 離岸堤設置による海岸変形の実験を行い、その地形変化のデータを用いて、漂砂ポテンシャル関数および漂砂量ベクトルを算定した。初期地形をほぼ一様勾配にならした場合には、初期の漂砂量ベクトルは岸沖方向が卓越している。時間が経過するにつれて、離岸堤内では沿岸漂砂が発生するようになる。

(3) 離岸堤底部からの砂の吸い出しの様子が、漂砂ベクトルの算定により明かとなった。本手法はこの他にも、海岸構造物建設に伴う地形変化の機構を調べるのに役立つだけでなく、平面二次元漂砂量公式の適用性を検討することも可能である。

最後に、本研究は平成3年度文部省科学研究費奨励研究(A)の研究成果の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 清水琢三・近藤浩右・渡辺 晃 (1990): 局所漂砂量算定式の現地適用性に関する研究, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 274-278.
- 日本数学会編 (1969): 岩波数学辞典, 岩波書店, pp. 805-806.
- 渡辺 晃・丸山康樹・清水隆夫・榊山 勉 (1984): 構造物設置に伴う三次元海岸変形の数値予測モデル, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 406-410.
- Mohammad Dibajnia・渡辺 晃 (1987): 波浪場の海岸縦断地形の数値計算モデル, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 291-295.
- Roelvink, J. A. and M. J. F. Stive (1990): Sand transport on the shoreface of the Holland coast, Proc. 21st Int. Conf. on Coastal Eng., pp. 1903-1921.