

非定常緩勾配不規則波動方程式を用いた波浪場・海浜流場・ 海浜地形変化の予測モデル

窪 泰浩* ・ 小竹康夫**・ 横木裕宗***
磯部雅彦****・ 渡辺 晃****

1. 緒 言

構造物の設置に伴う局所的な地形変化の予測には3次元海浜変形予測モデルが用いられているが、現状では地形変化の予測は可能であるものの、予測精度の点で問題が残る。その原因が波浪、海浜流、および漂砂現象の複雑さにあることは言うまでもないが、従来の多くの数値モデルが不規則である現実の波浪場を規則波で近似していることも大きな原因の一つである。窪ら(1991年)は不規則波の屈折・回折・砕波変形を直接時系列的に計算することを可能にする非定常緩勾配不規則波動方程式を提案し、岸沖1次元問題について実験結果と計算結果との比較を行うことによって本方程式の有用性を検証している。

本研究ではまず非定常緩勾配不規則波動方程式の平面2次元問題への適用性について検討を行い、さらにこの波浪場モデルと組み合わせるための海浜流モデルと漂砂モデルについて検討を加え、最終的に不規則波浪場、海浜流場、さらに3次元海浜変形の予測モデルを構築することを目的とする。

2. 波浪場の計算方法

(1) 基本的な考え方

窪ら(1991)が提案した1次元近似の非定常緩勾配不規則波動方程式は次式のとおりである。

$$\nabla(\bar{\alpha}\nabla\bar{\eta}) + i\nabla\left[\bar{\beta}\nabla\left(\frac{\partial\bar{\eta}}{\partial t}\right)\right] + \bar{k}^2\bar{\alpha}(1+if_D)\bar{\eta} + i\bar{\gamma}(1+if_D)\frac{\partial\bar{\eta}}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\bar{\alpha} = \bar{c}\bar{c}_g \quad (2)$$

$$\bar{\beta} = \frac{\bar{c}}{\bar{k}} \left[-2(1-\bar{n}) + \frac{1}{2\bar{n}}(2\bar{n}-1) \cdot \{1-(2\bar{n}-1)\cosh 2\bar{k}d\} \right] \quad (3)$$

$$\bar{\gamma} = \bar{k}\bar{c} \left[2\bar{n} + \frac{1}{2\bar{n}}(2\bar{n}-1)\{1-(2\bar{n}-1)\cosh 2\bar{k}d\} \right] \quad (4)$$

$$\bar{n} = 1/2(1+2\bar{k}d/\sinh 2\bar{k}d) \quad (5)$$

ここに、 $\bar{c}$ は波速、 $\bar{c}_g$ は群速度、 $\bar{k}$ は波数、 d は水深、 t は時間、 ∇ は水平2方向の微分演算子、 i は虚数単位、 f_D はエネルギー減衰項であり、 $\bar{\gamma}$ は代表角周波数 $\bar{\omega}$ に対する諸量であることを示す。また、 $\bar{\eta}$ は水面変動 η と次式の関係にある。

$$\eta = \text{Re}\{\bar{\eta}e^{-i\bar{\omega}t}\} \quad (6)$$

非定常緩勾配不規則波動方程式は、岸沖1次元問題であれば Crank-Nicholson 法によって時間ステップ毎に解を求めることができるが、平面2次元問題で Crank-Nicholson 法を用いて計算を行おうとすると、バンド幅の大きなマトリックスを解く必要があるために計算時間と容量の点で問題が生じる。そこで、本研究では ADI 法を用いることによって計算時間の短縮化と容量の節減を図った。この ADI 法の最大の利点は、1次元モデルと同様に変則3項対角行列を解くことで解が得られることである。

(2) 境界条件と砕波モデル

側方境界のような自由透過型境界では、多方向不規則波を取り扱うために仮想的なエネルギー吸収帯を設けて、反射を制御する手法を用いた。

沖波の境界条件は、与えられた入射波が計算領域内に入射されるとともに、計算領域からの反射波が自由に領域外に出るというものでなければならない。このため、与えられた入射波の成分を $\bar{\eta}_{in}$ とすれば、境界内からの反射波成分 $\bar{\eta}_{out}$ ($=\bar{\eta}-\bar{\eta}_{in}$) について、自由透過型境界条件を適用する。したがって $\bar{\eta}_{out}$ を式(1)の $\bar{\eta}$ の代わりに代入し、 $\bar{\eta}$ についてあらためて整理すれば、

$$\begin{aligned} & \nabla(\bar{\alpha}\nabla\bar{\eta}) + i\nabla\left[\bar{\beta}\nabla\left(\frac{\partial\bar{\eta}}{\partial t}\right)\right] \\ & + \bar{k}^2\bar{\alpha}(1+if_D)\bar{\eta} + i\bar{\gamma}(1+if_D)\frac{\partial\bar{\eta}}{\partial t} \\ & = \nabla(\bar{\alpha}\nabla\bar{\eta}_{in}) + i\nabla\left[\bar{\beta}\nabla\left(\frac{\partial\bar{\eta}_{in}}{\partial t}\right)\right] \\ & + \bar{k}^2\bar{\alpha}(1+if_D)\bar{\eta}_{in} + i\bar{\gamma}(if_D)\frac{\partial\bar{\eta}_{in}}{\partial t} \quad (7) \end{aligned}$$

となる。式(7)において、右辺が入射波による強制外力項のような意味を持ち、エネルギー吸収帯で右辺を計算することによって入射が可能である。

* 正会員 東京電力(株)

** 学生員 工修 東京大学大学院 土木工学専攻

*** 正会員 工修 東京大学助手 工学部土木工学科

**** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

碎波変形は1次元モデルと同様に空間波形を用いて評価する。

(3) 数値計算例

2次元問題への拡張の第1歩として、浅海域に設置された離岸堤周辺の波浪場の計算を行った。

a) 計算領域と計算条件 計算領域は図-1に示すとおりで、領域周辺のコンターラインはエネルギー吸収帯におけるエネルギー減衰係数 f_D の分布の様子を示している。領域の沖側では離岸堤からの反射波が大きいのでエネルギー吸収帯を広くし、汀線側では浅水変形によって波長が短くなるのでエネルギー吸収帯は狭くしてある。汀線側は有限な水深で打ち切り、自由透過型境界条件を与えた。沖側境界と側方境界は、計算領域内からの波のみをエネルギー的に吸収する入射型境界条件を与えてある。

計算は入射条件として規則波、単一方向不規則波、多方向不規則波の3ケースについて行った。規則波の周期と不規則波の有義波周期は6s、沖波波高および沖波有義波高は1.0mである。波向きおよび主波向きは離岸堤に直角方向である。数値計算における格子間隔 Δl は2m、時間間隔 Δt は0.02sである。

不規則波の周波数スペクトルは、図-2に示すように Bretshneider 光易型スペクトルの高周波成分を一部カットして近似したものを与え、エネルギー等分割法で不規則波を造波した。各成分波の近似精度は代表周波数の取り方と水深によって変化するが、本計算例では、高周波成分の近似精度が悪く、正確にシミュレートできないことから、高周波成分の一部をカットした。ただし、カットした成分波のエネルギーは他の成分波に均等に配分する。代表角周波数は、有義波周期に対応する角周波数としている。多方向不規則波では、方向関数として $S_{\max} = 10$ の光易型方向関数を与え、各成分波の位相はランダムに与えた。

b) 計算精度の確認 多方向不規則波の計算では入射波の造波方法としてダブルサンメーション法を用い、195個(周波数成分13・方向成分15)の成分波を重ね合わせて入射波として与えている。まず、各成分波が正確にシミュレートされていることを確かめる必要がある。周波数成分番号を i 、方向成分番号を j とすると、 $i=1, j=1$ の成分波(第1成分波)の周期は8.09sで波向 θ は -84° であり、 $i=13, j=15$ の成分波(第195成分波)の周期は3.89sで波向 84° である。

図-3と図-4はそれぞれ、第1成分波と第195成分波について屈折・浅水変形計算のチェックを行ったものである。各図とも Y 方向の波高変化について解析解と計算結果とを比較したものである。ここに、 H_0 は沖波の波高である。解析解と計算結果の一致は良好で、各成

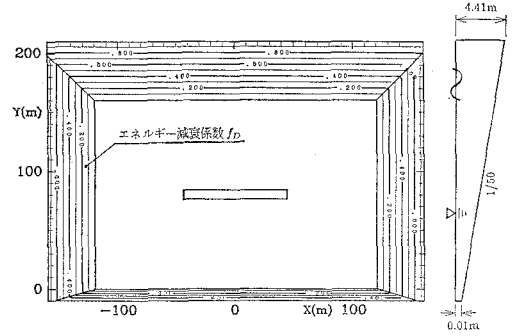


図-1 計算領域の模式図

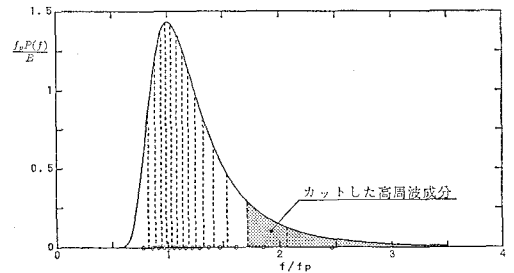


図-2 周波数スペクトルの分割方法

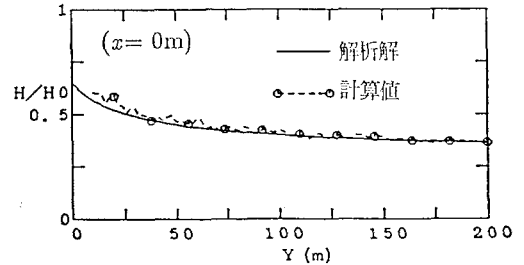


図-3 計算精度の確認(第1成分波; $T=8.09$ s)

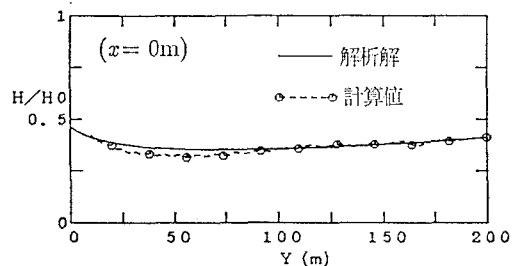


図-4 計算精度の確認(第195成分波; $T=3.89$ s)

分波は正確にシミュレートできることが分かった。

c) 計算結果と考察 非定常緩勾配不規則波動方程式では、時系列波形が求められるので、有義波高は次式によって求める。

$$H_{1/3} = 4.004 \eta_{\text{rms}} \quad \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 η_{rms} は水面変動の標準偏差値である。

図-5、図-6 は規則波入射、単一方向不規則波入射、

多方向不規則波入射の場合の波高分布を比較したもので、図-5はX方向、図-6はY方向の波高変化を示したものである。これらの結果を見ると、規則波入射と不規則波入射とでは離岸堤の前面の反射領域で特徴的な違いが見られる。規則波入射の場合は、離岸堤前面で明確な腹と節が形成されるのに対して、不規則波入射の場合は周波数の分散性のために明確な腹と節は形成されず、波高は平滑化されている。

単一方向不規則波と多方向不規則波とでは離岸堤の背面の回折領域で特徴的な相違が見られる。単一方向不規則波の場合は離岸堤背面の回折波は左右対称なので、回折領域の対称軸上で完全反射と同じ現象がおこり、腹を形成する。これは規則波の場合も同じであるが、単一方向不規則波の場合は周波数の分散性のため第1節以降は波高が平滑化される。多方向不規則波の場合は方向分散性により、回折波は統計的変動により左右非対称となるので、単一方向不規則波や規則波のように回折領域内に節や腹は現われない。この計算例では、単一方向不規則波入射と多方向不規則波入射の計算結果に大きな差は生じていないが、これは浅海域での計算結果であるため、屈折変形と碎波変形によって、方向分散性の効果が小さくなるためである。

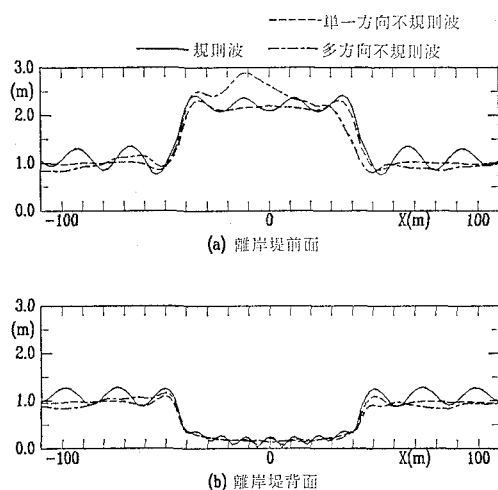


図-5 X方向の波高分布の比較

図-5に示すように、離岸堤の前面で多方向不規則波の波高が不自然に大きくなっているが、これは計算値の波高を水面変動の標準偏差値から求めているための統計的なばらつきと考えられる。このばらつきは、入射波の造波方法としてシングルサンメーション法を用い、周波数成分数を多くすることによって小さくすることが可能と考えられる。ただし、現在のアルゴリズムでは、式(7)の右辺をエネルギー吸収帯全域で計算する必要があり、これ以上周波数成分を増やすことは計算時間の点で難しく、今後の研究課題である。

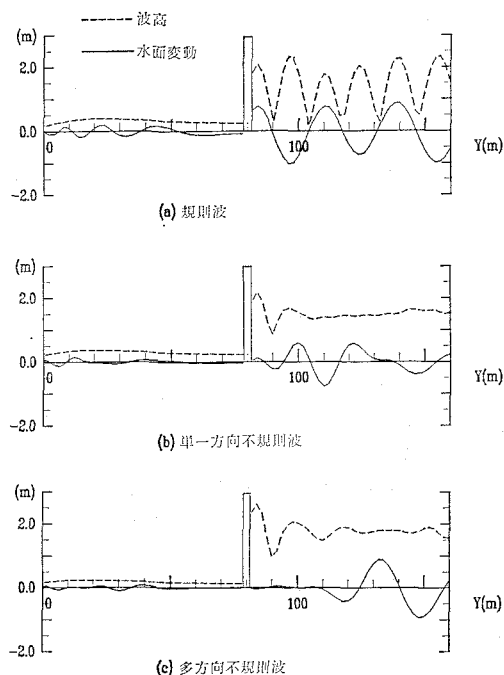


図-6 Y方向の波高分布の比較 (X=0 m)

3. 海浜流場の計算

海浜流場は、これまでの研究と同様に水平2次元方程式系によって求める。平均水位の勾配と海浜流の起因力である radiation stress は、非定常緩勾配不規則波動方程式の解として得られる時系列水面変動から求める方法を用いた。

radiation stress S_{xx} , S_{xy} , S_{yx} , S_{yy} は波動流速を用いて、次のように表せる。

$$S_{xx} = \rho \int_{-d}^0 \bar{u}^2 dz + S_0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$S_{yy} = \rho \int_{-d}^0 \bar{v}^2 dz + S_0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$S_{xy} = S_{yx} = \rho \int_{-d}^0 \bar{uv} dz \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$S_0 = \frac{1}{2} \rho g \bar{\eta}^2 - \rho \int_{-d}^0 \bar{w}^2 dz \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに u, v, w は波動流速の x, y, z 成分、 η は水面変動、 ρ は海水の密度、 g は重力加速度であり、 $\bar{\quad}$ は時間平均を示す。

波動流速は微小振幅波理論から、速度ポテンシャル Φ を用いて次式で近似する。

$$u = \frac{\partial}{\partial x} \Phi \approx \frac{\omega_0}{k_0} \frac{\cosh k_0(d+z)}{\sinh k_0 d} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$v = \frac{\partial}{\partial y} \Phi \approx \frac{\omega_0}{k_0} \frac{\cosh k_0(d+z)}{\sinh k_0 d} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$w \approx \frac{\partial}{\partial z} \Phi \approx \omega_0 \frac{\sinh k_0(d+z)}{\sinh k_0 d} \eta \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 ω_0 は代表角周波数、 k_0 は代表角周波数に対する波数、 d は静水面から測った水深である。式 (13)～(15) を式 (9)～(12) に代入し、多少の計算を行うと、次式が得られる。

$$S_{xx} = \frac{\rho g n_0}{k_0^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + S_0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$S_{yy} = \frac{\rho g n_0}{k_0^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 + S_0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$S_{xy} = S_{yx} = \frac{\rho g n_0}{k_0^2} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$S_0 = \rho g (n_0 - 1/2) \bar{\eta}^2 \quad \dots\dots\dots (19)$$

上式中の $\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2$, $\left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2$, $\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial y}$, $\bar{\eta}^2$ は数値計算で求めることになる。

また、底面摩擦項の計算で必要となる底面波動流速成分も、radiation stress と同様に水面変動から求める。

4. 地形変化の計算

地形変化の計算は、基本的には渡辺ら (1984) のモデルを踏襲するが、不規則波への適用に当たって若干の工夫を施した。

底面高 z_b の時間変化は、波と流れによる局所漂砂量を算定し、次式に示す底質質量保存則から計算する。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = - \frac{\partial q'_x}{\partial x} - \frac{\partial q'_y}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 q'_x, q'_y は底面勾配の影響を考慮した漂砂量の x, y 成分であり、次式で与えられる。

$$q'_x = q_x - \varepsilon_s |q_x| \frac{\partial z_b}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$q'_y = q_y - \varepsilon_s |q_y| \frac{\partial z_b}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 q_x, q_y は各点ごとの波と流れによる漂砂量フラックスの x, y 方向成分、 ε_s は海底勾配の影響の大きさを示す無次元定数である。

渡辺ら (1984) の局所漂砂量算定式は、パワーモデルの概念に基づき、以下のように定式化されている。

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_w + \mathbf{q}_c \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\mathbf{q}_w = \frac{A_w (\tau_b - \tau_{cr}) F_D}{\rho g} \hat{\mathbf{u}}_b \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\mathbf{q}_c = \frac{A_c (\tau_b - \tau_{cr})}{\rho g} \mathbf{U} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_b = (u_b \cos \theta, u_b \sin \theta) \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$ は波・流れ共存場の漂砂量フラックス、 $\mathbf{q}_w$ は波による漂砂量フラックス、 $\mathbf{q}_c$ は流れによる漂砂量フラックス、 A_w, A_c は正の無次元定数、 τ_b は波・流れ共存場の底面摩擦応力振幅、 τ_{cr} は全面移動限界に対する τ_b, ρ は水の密度、 u_b は底面波動流速振幅、 θ は波向き、 F_D は無次元のネット漂砂方向関数で、Dibajnia・渡辺 (1987) と同様に与えた。

上式において漂砂量フラックスと底面摩擦応力振幅を求めるには、最大底面波動流速振幅と波向が必要である。多方向不規則波浪場では、波向と底面波動流速は時々刻々変化するが、平均的な漂砂量と漂砂方向は底面波動流速エネルギーの大きさとその卓越方向によって決まるものと考えられる。そこで、底面波動流速エネルギーが最大となる方向を主波向 θ_p と定義し、その場合の底面波動流速振幅を最大底面波動流速振幅 u_p とし、次式で求める。

$$u_p = \sqrt{2\bar{u}_p^2} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\bar{u}_p^2 = \frac{\bar{u}_b^2 + \bar{v}_b^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{u}_b^2 - \bar{v}_b^2}{2} \right)^2 + (\bar{u}_b \bar{v}_b)^2} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\bar{u}_b \bar{v}_b}{\bar{u}_b^2 - \bar{v}_b^2} \quad \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 u_b, v_b は、それぞれ x, y 方向の底面波動流速成分で、 $\bar{\quad}$ は時間平均であることを表わしている。

5. 計算結果と考察

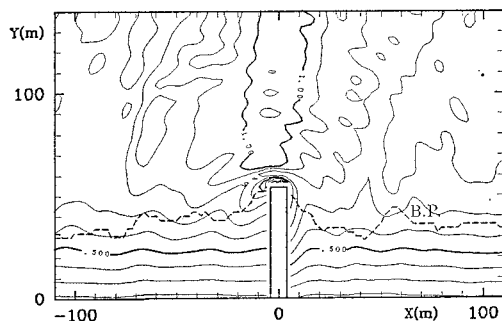
多方向不規則波を入射した場合と規則波を入射した場合の、突堤周辺の波高分布、海浜流速分布、地形変化を計算し、これらを比較検討することによって波の不規則性の影響を評価した。図-7 と 図-8 は 1/50 勾配の斜面上に設置された突堤周辺の波高比分布を計算したものである。図-7 は多方向不規則波 ($H_{01/3}=1$ m, $T_{1/3}=6$ s) を沖波入射角 60° で斜め入射した場合で、図-8 はこれと等しいエネルギーの規則波 ($H_0=0.7064$ m, $T=6$ s) を斜め入射させた場合である。

図-9 と 図-10 は、これらの波浪条件における海浜流場の計算結果である。全体的な流況は多方向不規則波と等エネルギー波はほぼ同じ傾向を示すが、多方向不規則波では等エネルギー波よりも流速が小さくなる。これは

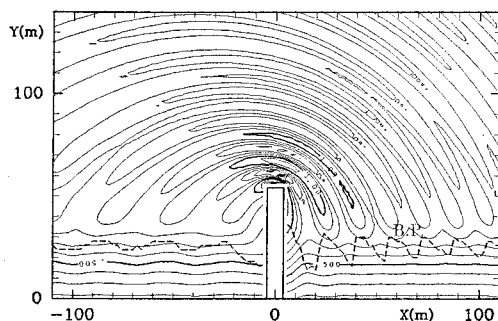
1. 不規則波では等エネルギー波よりも碎波点は沖側に位置し碎波帯が広い。
2. 不規則波では個々波の碎波点がずれるため、碎波帯における radiation stress の変化は緩やかで、流速も岸沖方向に緩やかに変化する。
3. 不規則波は等エネルギー波よりも屈折の影響を強く受けるため、碎波点付近の入射角は等エネルギー波よりも小さくなる。
4. 多方向不規則波では方向分散性のため、成分波どうしが沿岸流の起因力となる S_{xy} をエネルギー的に打ち消し合う。

ためである。なお、等エネルギー波と不規則波での海浜流速の違いを定量的に評価するには、radiation stress の近似精度について、もう少し詳細な検討が必要であろう。

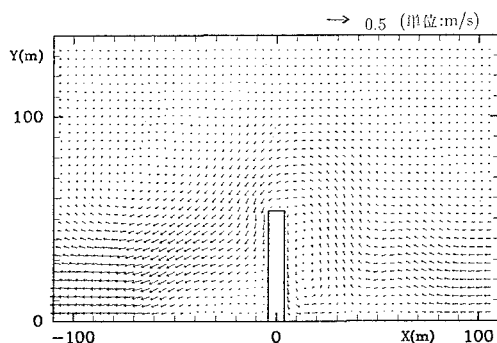
次に、突堤周辺の海浜変形について計算を行った。図-11 は多方向不規則波について、図-7 の波浪場と 図



图一7 波高比分布(多方向不规则浪)



図一8 波高比分布 (等エネルギー波)



图—9 海滨流速分布(多方向不规则波)

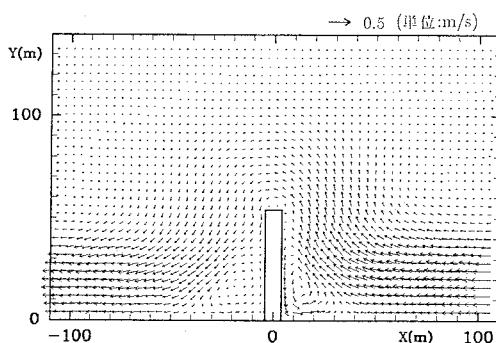
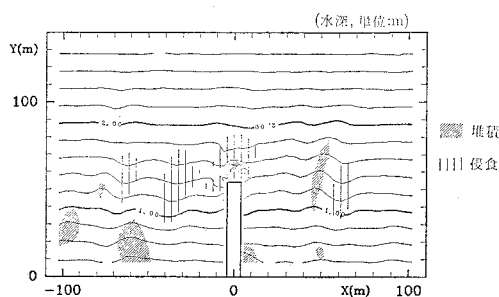
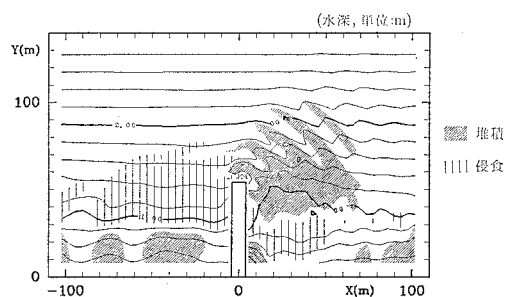


図-10 海浜流速分布(等エネルギー波)



図—11 24時間後の地形変化(多方向不規則波)



図一12 24時間後の地形変化(等エネルギー波)

一9の海浜流場を準定常な外力条件として24時間後の地形変化を計算したもので、図一12は等エネルギー波入射の条件について同様に地形変化の計算を行ったものである。図一11と図一12を比較すると、不規則波による地形変化は、等エネルギー波による地形変化よりも小さいことが分かる。これは、不規則波は等エネルギー波よりも碎波しやすいことから碎波点付近の波高が等エネルギー波よりも小さく、底面波動流速も小さくなることと前述のように不規則波の方が海浜流速が小さいためである。

6. 結 論

波の不規則性を考慮した波浪場・海浜流場・海浜地形変化の予測モデルを構築するために、不規則波の屈折・回折・碎波変形を直接時系列的に計算可能な非定常緩勾

配不規則波動方程式をとりあげ、これを平面 2 次元問題に適用するとともに、この波浪場モデルと組み合わせるための海浜流モデルと地形変化モデルに検討を加えた。これらのモデルを用いて、波の不規則性が波高分布、海浜流流速分布、海浜地形変化に及ぼす影響を調べた結果、不規則波と規則波とは各々の計算結果に無視できない差異が生じることが確認された。

参考文献

- 窪 泰浩・小竹 泰夫・磯部 雅彦 渡辺 晃 (1991): 非定常緩勾配不規則波動方程式について, 海岸工学論文集, 第 38 卷, pp. 46-50.
- 渡辺 晃・丸山康樹・清水孝夫・横山 勉 (1984): 構造物設置に伴う三次元海浜変形の数値予測モデル, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 406-410.
- Mohamad Dibajnia・渡辺 晃 (1987): 波浪場と海浜縦断地形変化の数値モデル, 第 34 回海岸工学講演会論文集, pp. 291-295.