

楕円浅瀬を通過する多方向不規則波浪の 確率分布法による屈折・回折・碎波変形計算

間瀬 肇*・酒井哲郎**・斐 義光***

1. はじめに

近年、海岸・海洋構造物の設計において、波の多方向不規則性が考慮されるようになってきた。それに伴い多方向不規則波浪の平面変形計算法の開発が行なわれるようになってきた。計算モデルの基本は、スペクトル成分波あるいは個々波について変形計算を行ない、それらの計算結果を加え合わせた上で適当な処理を施し代表量を求め、不規則波全体としての変化を予測するというものである。

スペクトル解析法は線形・弱非線形の問題を理論的に取り扱えるが、碎波、碎波後の波といった問題、すなわちスペクトル成分波に対する波浪変形計算においてどの地点を碎波点とみなし、どのような形でエネルギー減衰を導入するかといった点においては便宜的な手法の導入が必要である。波別解析法はゼロクロス波の規則波への置き換えという便宜的な方法を前提とするものであるが、その分規則波に対して開発されたモデルや手法を自由に取り入れられる。間瀬・木井(1992)は、二次元不規則波浪の浅海変形に対して、スペクトル法に波別解析法を取り込んだハイブリッドモデルを提案している。

平面変形計算モデルにおいても将来的には非線形波動理論に基づいたスペクトル変形式に碎波に対する経験式を組み入れたハイブリッドモデルの開発が望まれるが、本研究では、当座のものとして、波別解析法の一つである確率分布法に基づく屈折・回折方程式を用いた多方向不規則波浪変形計算モデルを構築する。それを楕円浅瀬を通過する不規則波の平面変形計算に適用し、実験結果との比較を通して計算モデルの妥当性を検討する。

2. 多方向不規則波浪の平面変形計算モデル

(1) 入力条件としての波高分布

Rayleigh 分布より一般的にかつ波群度を考慮できるよう、次式で表される、個々波の波高 H を有義波高 H_0

で無次元化した Weibull 分布を用いる。

$$p(x) = \frac{m}{2\phi} h_{1/3}^m x^{m-1} \exp\left\{-\frac{1}{2\phi}(h_{1/3}x)^m\right\} \dots (1)$$

$$h_{1/3} = \frac{3m}{2\phi} \int_{(2\phi \ln 3)^{1/m}}^{\infty} h^m \exp\left(-\frac{h^m}{2\phi}\right) dh \dots (2)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \left\{ \Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right) \right\}^{-m} \dots (3)$$

ここで、 $x=H/H_0$ 、 Γ はガンマ関数、 m は形状母数である。Weibull 分布の形状母数 m と波群度係数 GF の間には強い負の相関があり、その関係式は

$$m = 3.44 - 1.99 GF \dots (4)$$

で表される (Mase, 1989)。Rayleigh 分布は式 (1) において $m=2$ とした場合の分布である。

式 (1) を用いて、無次元波高 x の 0 から 2 までの範囲を適当な数 P (本研究では 20 とする) に等分し、それぞれの波高の代表値 x_i ($i=1, \dots, P$) とその出現確率 p_i ($i=1, \dots, P$) を決定する。個々波の波高は $H_i = x_i H_0$ となる。

(2) 入力条件としての個々波の周期

平均的に波高の大きな波は周期が大きく波高の小さな波は周期が小さいことを考慮し、沖波有義波周期を T_0 として

$$\left. \begin{aligned} T_i &= 0.6T_0; & 0 < H_i \leq 0.5H_0 \\ T_i &= T_0; & 0.5H_0 < H_i \leq 1.5H_0 \\ T_i &= 1.2T_0; & 1.5H_0 < H_i \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

で与える。波高・周期の 2 次元確率分布を用いて波高と周期およびその出現確率を定める方法もあるが、計算すべき個々波の数が多くなりすぎるので上記のようにした。

(3) 入力条件としての方向分布関数

スペクトル法では、方向スペクトルの概念が用いられ、周波数スペクトルに加えて、エネルギーが方向についてどのように分布しているかを表し、ある周波数、方向の成分波に対して波浪変形計算を行ない、各成分波の計算結果を用いてある地点でのエネルギースペクトルや有義波高を算定する。波別解析法は従来二次元波浪変形を対象とし、方向分布は考えないが、本計算モデルで

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 日本建設コンサルタンツ(株)

はスペクトル法と同様に波向分布を考慮する。波向分布を与える関数としては次式を用いる。

$$G(\theta) = G_0 \cos^2 S \{(\theta - \theta_0)/2\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 G_0 は上式の分布関数の積分値が1になるように正規化するための定数、 θ_0 は平均波向である。この式は本来スペクトル成分について提案された方向分布関数である。個々波の波向き幅はスペクトル成分波のそれに比べて小さいものとし、また放物型方程式を用いる関係上入射角があまりに大きくなるとその近似精度が悪くなるため、 θ の範囲を $-60^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ と限定する。まず $G_0=1$ 、 $\theta_j=-60^\circ, -50^\circ, \dots, 60^\circ$ とした上で $G(\theta_j)$ が 0.1 以上になる θ_j を取り出し、積分値が1になるように出現率 q_j を定める。式 (6) の右辺の S は分布形の尖りを決定する。Vincent and Briggs (1989) が実験波として用いた多方向不規則波の方向分布関数 (wrapped normal spreading function) は次のものである。

$$D(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^J \exp\left\{-\frac{(j\sigma)^2}{2}\right\} \cos j(\theta - \theta_0) \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 J は成分の数、 σ は方向分布幅を定めるパラメータである。実験では一方向不規則波、 $\sigma=10^\circ$ とした狭帯域方向分布、 $\sigma=30^\circ$ の広帯域方向分布の不規則波が用いられた。この実験条件に対応するように式 (6) においてはそれぞれ $S=400, 65, 10$ とした。 S の値によって波向の分割個数 Q が異なる。図-1 は式 (6) と式 (7) の結果を比較したものである。

結局、計算に用いる個々波は波高が H_i 、周期が T_i および波向が θ_j の出現確率が $p_i \times j$ なる $P \times Q$ 個の規則波である。これら個々波について放物型方程式により平面変形計算を行ない (以下の (4)~(6))、その計算結果と出現率から波高分布や代表波高を算出する。

(4) 計算に用いる放物型屈折・回折方程式

放物型方程式は、波の進行方向と x 軸のなす角が大きくなると計算精度が低下する。次式に示す Kirby (1986) の minimax 近似による放物型方程式は許容波向角を大

きく取ることができ、有用である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k^{1/2} (CC_g)^{1/2} \left(1 - \frac{b_1 M}{k^2 CC_g} \right) \right\} \phi \\ = i k k^{1/2} (CC_g)^{1/2} \left(a_0 - \frac{a_1 M}{k^2 CC_g} \right) \phi \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$M\phi = (CC_g \phi_y)_y + i\omega W\phi \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 k は波数、 C は波速、 C_g は群速度、 ϕ は速度ポテンシャル、 ω は角周波数、 W はエネルギー減衰係数、 i は虚数単位、 a_0, a_1, b_1 はそれぞれ 0.9947、 -0.8900 、 -0.4516 とする。エネルギー減衰項微の分を省略せず。また

$$\phi = -\frac{igA}{\omega} e^{i \int \bar{k}(x) dx} \dots\dots\dots (10)$$

を用いて式 (8) を変形すれば

$$\begin{aligned} A_x + i(\bar{k} - a_0 k)A + \frac{C_{gx}}{2C_g}A \\ + \frac{i}{\omega C_g} \left(a_1 - b_1 \frac{\bar{k}}{k} \right) (CC_g A_y)_y \\ - \frac{b_1}{\omega k C_g} (CC_g A_y)_{yy} \\ + \frac{b_1}{\omega} \left(\frac{k_x}{k^2 C_g} + \frac{C_{gx}}{2k C_g^2} \right) (CC_g A_y)_y \\ - \left(a_1 - b_1 \frac{\bar{k}}{k} \right) \frac{W}{C_g} A + i b_1 \left(\frac{k_x}{k^2 C_g} + \frac{C_{gx}}{2k C_g^2} \right) W A \\ - \frac{i b_1}{k C_g^2} W_x A - \frac{i b_1}{k C_g^2} W A_x = 0 \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\bar{k}$ は y 方向に平均した波数である。 $W \neq 0$ の場合、式 (11) を用いて入射角が小さいときの波浪変形を計算すると、砕波点以後の計算結果が振動することがあるので入射角が $|\theta| > 5^\circ$ では式 (11) を用い、 $|\theta| \leq 5^\circ$ では以下の splitting matrix 法により得られる放物型方程式を用いる (間瀬ら, 1989)。

$$\begin{aligned} A_x - i(K - \bar{k}_0)A + \frac{(KCC_g)_x}{2KCC_g}A \\ - \frac{i}{2KCC_g} (CC_g A_y)_y = 0 \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$K = k\sqrt{1 + iW/(kC_g)} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 $\bar{k}_0$ は入射境界における y 方向の波数の平均値である。

(5) 砕波条件および砕波によるエネルギー減衰

砕波限界条件は、砕波の諸量が入らないよう山口ら (1990) と同様の次式を用いる。

$$H_b/h_b = 0.85(0.7 + 5 \tan \beta) \dots\dots\dots (14)$$

参考のため、上記の砕波条件以外にも、計算波高から算定した波峰での水粒子速度に適当な係数をかけたものが、その地点での波速を越えたときに砕波が生じるという条件も用いた。

砕波によるエネルギー減衰係数は、間瀬ら (1989) により次式で与える。

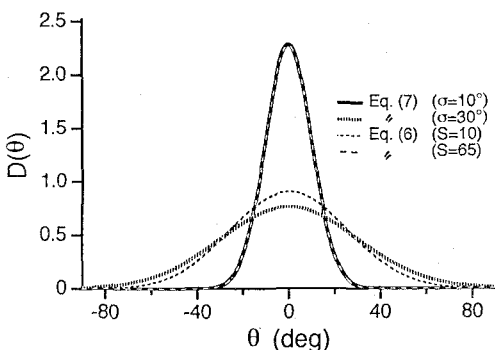


図-1 方向分布関数の式 (6) および式 (7) の比較

$$W = \frac{2B}{\gamma^3} \frac{1}{T} \left(\frac{H}{h} \right)^4 \dots\dots\dots (15)$$

$$\gamma = 0.7 + 5 \tan \beta \dots\dots\dots (16)$$

$$B = \begin{cases} 11 - 10h/h_b; & 0.6 < h/h_b \leq 1.0 \\ 5; & h/h_b \leq 0.6 \end{cases} \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 T は周期、 H は波高 ($=2|A|$)、 $\tan \beta$ は海底勾配、 h_b は砕波水深である。1 ステップ前の H により W を評価して次のステップの H を求め、改めてこの H を用いて W を決定し、再度計算を行なう。

(6) 初期条件および境界条件

振幅の初期値は $x=0$ m で

$$A(0, y) = \frac{H}{2} \exp(i\bar{k}_0 \sin \bar{\theta}_0 y) \dots\dots\dots (18)$$

と与える。

側方境界条件は、計算領域以外の水深は境界のそれと等しい平行等水深地形を仮定し、土屋ら (1987) の方法に従い以下のように与える。

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= A_1 \exp(-ik \sin \theta \Delta y) \\ A_{N+1} &= A_N \exp(ik \sin \theta \Delta y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 Δy は y 方向の格子間隔、 A_0 は計算領域の上手側の 1 格子外側地点における複素振幅、 A_{N+1} は下手側外側地点のそれである。上手側の側方境界では $k \sin \theta$ が一定となることを利用して式 (19) における $k \sin \theta$ を $\bar{k}_0 \sin \bar{\theta}_0$ で与える。下手側の側方境界では 1 ステップ前の A を用いて

$$k \sin \theta = \frac{\partial \alpha}{\partial y} \dots\dots\dots (20)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im} A}{\text{Re} A} \right) \dots\dots\dots (21)$$

とする。ここで Re は複素振幅の実部、 Im は虚部である。数値計算は、 $\Delta x = \Delta y = 0.1$ m とし、Crank-Nicholson の陰解法を用いた。

3. 楕円浅瀬上での波浪変形計算および実験結果との比較

実験は Vincent and Briggs (1989) によって行なわれた。図-2 は実験で用いられた楕円浅瀬と計測線の位置を計算に都合の良いように座標軸の原点をずらして書き直したものである。

x 軸が波の平均伝播方向であり、 y 軸に沿って造波板が設置されている。浅瀬の中心は $x=6.1$ m、 $y=9.0$ m にある。実験結果として入射波高で無次元化された等波高線と測線 4 における y 方向の無次元波高分布が示されている。平面水槽では方向スペクトルを有する不規則波を造波することができる。期待周波数スペクトルは TMA スペクトル (Bouws et al., 1985) であり、その尖鋭度パラメータ γ は 2 (広帯域スペクトル) および 20 (狭帯域スペクトル) の 2 種類が用いられた。方向スペクトル

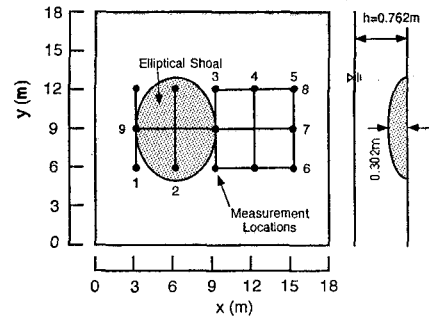
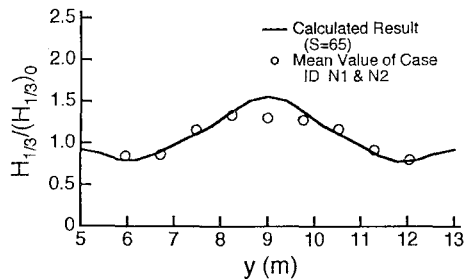


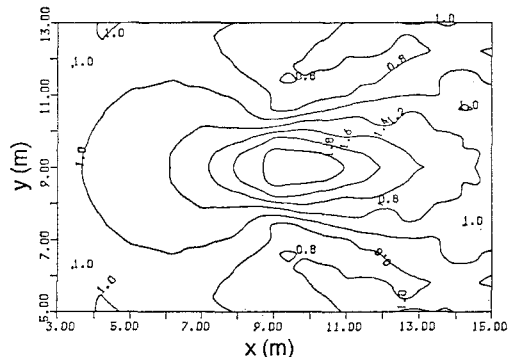
図-2 楕円浅瀬および計測線の配置 (原論文の座標原点をずらしてある)

関数は式 (7) に既に示したとおりである。

図-3 (a) は狭帯域方向分布の不規則波 (N1 は広帯域周波数スペクトル, N2 は狭帯域周波数スペクトル) の実験条件に対して、入射波高分布として Rayleigh 分布を用いて計算した測線 4 における計算結果と N1 および N2 の実験結果の平均値を比較したものであり、図-3 (b) は無次元等波高線を示したものである。図-3 (a) によれば両者の一致はよい。ただし、 $y=9$ m で計算結果が若干過大評価になる。図-3 (b) の等波高線と Vincent and Briggs (1989) の論文にあるそれを比べると、楕円浅瀬を通過した測線 3 付近で計算結果の方が大きくなる。この理由の一つとして、周期および方向分布の分割が粗

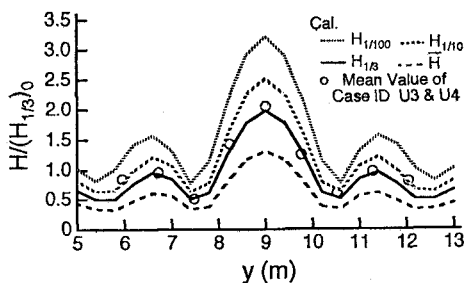


(a)

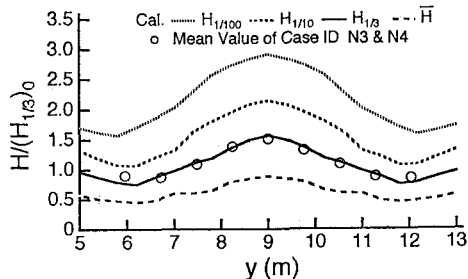


(b)

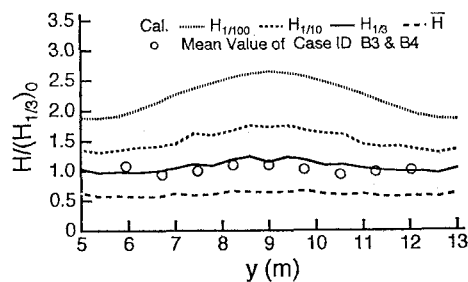
図-3 狭帯域方向スペクトル波の測線 4 における無次元波高および等波高線



(a)



(b)



(c)

図4 非砕波条件の測線4における波高分布に関する実験結果と計算結果の比較

いために平滑化が十分でないことが挙げられる。

図4は非砕波条件における測線4での波高分布に関する実験結果と計算結果を比較したものである。計算においては入射波の波高分布は Rayleigh 分布とした。

(a) 図は一方向不規則波、(b) 図は狭帯域方向分布、(c) 図は広帯域方向分布の不規則波についてのものである。計算結果は有義波高についてだけでなく、1/100 最大波高、1/10 最大波高、平均波高についても示してある。実験結果については、それぞれの図面において狭帯域および広帯域周波数スペクトル不規則波の二つの実験結果を平均して示してある。図4によれば実験結果と計算結果の一致は非常に良い。

図5は狭帯域方向スペクトル波について m の値を 1.6, 2.0, 3.0 と変化させた計算結果である。なお、 $m = 1.6$ および 3.0 は現地で観測された m の最大値および最小値にほぼ対応する (Mase et al., 1990)。図によれば、

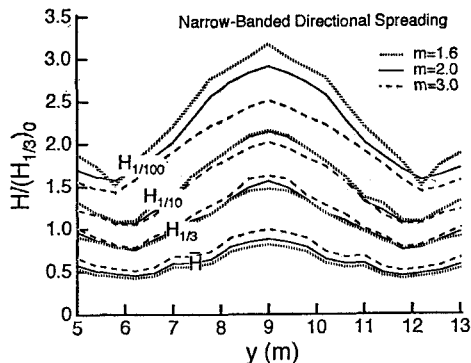


図5 入射波高分布を変化させた場合の測線4における波高の空間分布

ば、入射波高分布の影響は高波高に顕著に現われる。

図6は砕波条件の実験である N5 について実験結果と計算結果を比較したものである。砕波条件式 (14) における海底勾配 $\tan \beta$ は楕円浅瀬の高さを楕円の短軸の長さで割った平均勾配として与えた。実験結果では浅瀬頂部を通過した $y=9$ m で波高が最小になっているが、計算ではそれを表せていない。その他の砕波条件での実験結果もすべて図6のような凹型分布を示すが、計算では凸型分布になる。この原因として実験では砕波が計算で算定される地点より楕円浅瀬上の浅いところで生じるのではないかと考え、計算においても砕波がより浅い地点で生じるように式 (14) の右辺を 0.5 倍した砕波条件を用いたが (図6の破線)、全体に波高が小さくなるだけで凹型分布にならなかった。その他、前に述べた水粒子速度と波速を用いた砕波条件を種々係数を変えて計算しても凹型分布は再現できなかった。

Lie and Tørum (1991) の楕円浅瀬による不規則波の変形実験結果である等波高線を調べてみると、砕波が非常に顕著な実験条件においても楕円上部を通過した地点の横断方向の波高分布は凹型分布にはなっておらず Vincent and Briggs (1989) のそれと異なる。今後砕波条件の波についての実験と計算モデルの詳しい検討が必要である。

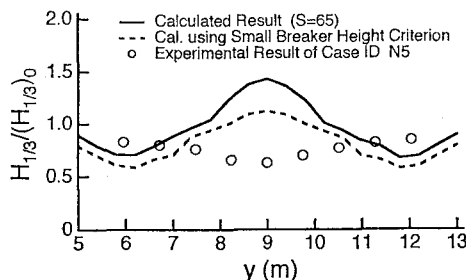


図6 砕波条件の測線4における波高分布に関する実験結果と計算結果の比較

4. あとがき

本研究では、波別解析法の一つである確率分布法に基づく屈折・回折方程式を用いた多方向不規則波浪変形計算モデルを構築した。この計算モデルは従来の優れた理論モデルや経験式をシンプルなシステムとして組み立てたものである。個々の部分はよりよい理論や手法の発展に合わせて順次変えていけばよい。

本計算モデルを楠田浅瀬を通過する多方向不規則波の平面変形計算に適用し、実験結果との比較を通して計算モデルの妥当性を検討した。その結果、非砕波条件においては、周期および波向の分割数が少ないためにある領域で計算結果は実験結果に比べ多少過大評価になったが両者の一致の程度はかなりよいことがわかった。しかし、砕波条件においては、ある断面での波高分布の形状が計算でうまく表現できなかった。ただし、瀬を通過する不規則波浪の変形実験結果においても異なる傾向の実験結果が報告されているので、今後砕波条件での複雑な海底地形上での波浪変形について詳細な検討が必要である。

参 考 文 献

土屋義人・山下隆男・山元 淳 (1987): 放物型屈折・回折方程

- 式の数値計算法と現地海岸への適用, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 96-100.
- 間瀬 肇・古田幸也・酒井哲郎・浅野敏之・柳生忠彦 (1989): 傾斜海浜に設置した人工海藻による波浪変形解析, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 90-94.
- 間瀬 肇・木井敦夫 (1992): 不規則波のハイブリッド型浅水・砕波変形モデル, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 111-115.
- 山口正隆・西岡賢詞・田中浩二 (1990): 構造物が存在する場合の不規則波に伴う海浜流の数値モデル, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 205-209.
- Bouws, E., H. Gunther, W. Rosenthal and C. Vincent (1985): Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water, *J. Geophys. Res.*, Vol. 90, No. C1, pp. 975-986.
- Kirby, J. T. (1986): Rational Approximations in the parabolic equation method for water waves, *J. Coastal Eng.*, Vol. 10, No. 4, pp. 355-378.
- Lie, V. and A. Tørum (1991): Ocean waves over shoals, *J. Coastal Eng.*, Vol. 15, Nos. 5 & 6, pp. 545-562.
- Mase, H. (1989): Groupiness factor and wave height distribution, *J. Waterways, Port, Coastal, and Ocean Eng.*, Vol. 115, No. 1, pp. 105-121.
- Mase, H., T. Yamashita and K. Hayashi (1990): Wave group properties of coastal waves, *Proc. 22nd Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp. 177-190.
- Vincent, C. L. and M. J. Briggs, (1989): Refraction-diffraction of irregular waves over a mound, *J. Waterways, Port, Coastal, and Ocean Eng.*, Vol. 115, No. 2, pp. 269-284.