

不規則波のハイブリッド型浅水・砕波変形計算モデル

間 瀬 肇*・木 井 敦 夫**

1. はじめに

不規則波の浅水・砕波変形計算モデルは波別解析法に基づくものがほとんどであり、それらは①入力条件としての波高分布（例えば Rayleigh 分布）を規則波の浅水変形理論および砕波条件等を用いて浅海域において修正するもの、②砕波後の波高分布を仮定して砕波によるエネルギー逸散率を定式化しエネルギー平衡式を解き、仮定した波高分布に応じて rms 波高のみ、あるいは計算された rms 波高を用いて波高分布まで算定するもの、③不規則波の個々波（ゼロアップクロス波）の波高変化は規則波のそれに等しいと仮定して、規則波の波高変化の計算結果を出現率を重みとして加え合わせて代表波高や波高分布を算定するもの、に大別される。

波別解析法は砕波の取り扱いが容易であり、また代表波高や波高分布をある程度うまく算定することができる。しかし、非線形性に伴う波の特性、例えば波の上下あるいは前後非対称性、サーフビートの増加に伴う代表周期の長周期化といった詳細な波特性については考慮できない。

スペクトル解析法は波をスペクトル成分に分解して、弱非線形の範囲では成分波の変形を理論的に取り扱うことができ、非線形な波特性も考慮できるという利点がある。本研究はスペクトル解析法に基づいた不規則波浪の非線形浅水変形理論に、波別解析法に基づいて定式化される砕波による散逸項を組み込んだハイブリッド型浅水・砕波変形計算モデルを提案するものである。

2. スペクトルモデル

(1) モード結合方程式

不規則波を複素フーリエ級数表示し任意海底地形に対する KdV 方程式に代入すると、次式で表されるモード結合方程式が得られる（間瀬ら, 1991）。

$$\frac{dA_n}{dx} + \frac{h_x}{4h} A_n - \frac{1}{6} i n^3 k_1^3 h^2 A_n$$

$$+ \frac{3 i n k_1}{8 h} \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_l A_{n-l} + 2 \sum_{l=1}^{N-n} A_l^* A_{n+l} \right] = 0; \\ n=1, 2, \dots, N \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 A_n は複素フーリエ振幅、 h は水深、 k_1 は基本波数、下付きの x は x 微分、 $*$ は共役複素数を表す。式 (1) の左辺第 2 項は Green の法則に基づく浅水変形項、第 3 項は $\omega = (gk \tanh kh)^{1/2}$ の 2 項式近似による分散項、第 4 項は非線形干渉項である。Madsen et al. (1991) は、深海領域においても分散関係が正しく表されるように Boussinesq 方程式を修正し、その適用性の拡張をはかった。間瀬ら (1991) は、周波数領域において成分波の分散項および浅水変形項を正確に表せる以下の式を示した。

$$\frac{dA_n}{dx} + \frac{(C_{gn})_x}{2C_{gn}} A_n - i n k_1 \left[\sqrt{\frac{n k_1 h}{\tanh n k_1 h}} - 1 \right] A_n \\ + \frac{3 i n k_1}{8 h} \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_l A_{n-l} + 2 \sum_{l=1}^{N-n} A_l^* A_{n+l} \right] = 0 \\ \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 C_g は群速度である。

不規則波浪の浅海域におけるスペクトル変化に関する実験結果と式 (1) および式 (2) による計算結果を比較した結果、式 (1) および (2) による計算結果はともに実験結果の変化傾向を表すことができるが、砕波が顕著でない領域で式 (2) を用いた方が式 (1) による計算結果よりも実験結果との対応は良くなること、砕波帯内では両モデル式はエネルギー散逸効果を考慮していないので、計算結果は実験結果より大きくなることが示された（間瀬ら, 1991）。

(2) エネルギー散逸項の導入

式 (2) に散逸効果を導入するには、左辺に $\alpha_n A_n$ を加えればよい。エネルギー散逸のみを考慮する場合には α_n は実数とする。

$$\frac{dA_n}{dx} + \frac{(C_{gn})_x}{2C_{gn}} A_n - i n k_1 \left[\sqrt{\frac{n k_1 h}{\tanh n k_1 h}} - 1 \right] A_n \\ + \frac{3 i n k_1}{8 h} \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_l A_{n-l} + 2 \sum_{l=1}^{N-n} A_l^* A_{n+l} \right] \\ + \alpha_n A_n = 0 \dots\dots\dots (3)$$

上式をエネルギーフラックス平衡式の形に書く。表記を

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学科
** 元京都大学学部学生

簡単にするため、

$$\left. \begin{aligned} \kappa_n &= \frac{(C_{gn})_x}{2C_{gn}}, \\ \gamma_n &= nk_1 \left[\sqrt{\frac{nk_1 h}{\tanh nk_1 h}} - 1 \right], \\ \lambda_n &= \frac{3nk_1}{8h} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

とおく。式 (3) に A_n^* を乗じたものと、式 (3) の共役式に A_n を乗じたものを加え合わせて以下の式を得る。

$$|A_n|_x^2 + 2\kappa_n |A_n|^2 + i\lambda_n \{A_n^*[\Sigma] - A_n[\Sigma^*]\} + 2\alpha_n |A_n|^2 = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ここで、式 (5) の第3項は

$$\begin{aligned} &A_n^*[\Sigma] - A_n[\Sigma^*] \\ &= \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_n^* A_l A_{n-l} + 2 \sum_{l=1}^{N-n} A_n^* A_l^* A_{n+l} \right] \\ &\quad - \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_n A_l^* A_{n-l}^* + 2 \sum_{l=1}^{N-n} A_n A_l A_{n+l}^* \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (6)$$

であり、以後省略する。式 (5) を $n=1$ から N まで加え合わせると

$$\left(\sum_{n=1}^N |A_n|^2 \right)_x + 2 \sum_{n=1}^N \kappa_n |A_n|^2 + 2 \sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 = 0 \dots\dots\dots (7)$$

となる。ここで極浅海域を対象とすると、

$$\kappa_1 \approx \kappa_2 \approx \dots \approx \kappa_N \approx h_x / (Ah) \dots\dots\dots (8)$$

であり、式 (7) は

$$\left(\sum_{n=1}^N |A_n|^2 \right)_x + \frac{h_x}{2h} \left(\sum_{n=1}^N |A_n|^2 \right) + 2 \sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 = 0 \dots\dots\dots (9)$$

となる。波のエネルギーは

$$E = \frac{1}{2} \rho g \sum_{n=1}^N |A_n|^2 \dots\dots\dots (10)$$

であり、これを用いて式 (9) を書き直せば次のようになる。

$$(E\sqrt{gh})_x = -\rho g \sqrt{gh} \left(\sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 \right) \dots\dots\dots (11)$$

式 (11) はエネルギーフラックス平衡式であり、式 (3) の $\alpha_n A_n$ はエネルギー散逸を表す項であることがわかる。

3. 不規則波浪の浅水・砕波変形実験

実験は長さ 27 m、幅 50 cm、深さ 75 cm の両面ガラス張り水槽で行なった。水槽には海底勾配が一樣で 1/20 の模型海浜を設置した。一樣水深部の水深は 47 cm とした。実験に用いた不規則波は、ピーク周波数が 0.6 Hz (Case 1) と 1.0 Hz (Case 2) の Pierson-Moskowitz 型スペクトルを有するものである。水位変動は、斜面法先部の地点である水深 47 cm (WG. 1)、その他 35, 30, 25, 20, 17.5, 15, 12.5, 10, 7.5, 5, 2.5 cm (WG. 2~WG.

12) の各地点でデジタルデータレコーダにより収録した。データの記録時間は Case 1 で約 30 分、Case 2 で約 20 分である。サンプリング間隔は 0.025 sec とした。

4. 実験結果および考察

(1) 代表波高の変化

ピーク周波数の 0.5 倍以下および 4 Hz 以上の周波数成分を取り除いた水位変動データから代表波高の変化を調べた。Case 1 では、最大波高は水深 15 cm で、1/10 最大波高および有義波高は水深 12.5 cm で、平均波高は水深 10 cm でそれぞれピークとなる。Case 2 では、ある程度水深が浅くなるまで波高があまり変化せず、最大波高は水深 17.5 cm、1/10 最大波高は水深 15 cm、有義波高は水深 12.5 cm、平均波高は水深 10 cm から波高が減少する。砕波による波高減少が顕著になるのは、どちらのケースも水深 12.5 cm (WG. 8) 辺りからである。

(2) スペクトル変化

図-1 に Case 2 のエネルギースペクトルの変化を示した。スペクトルは自由度 60、分解周波数 0.03 Hz として求めた。水深の減少に伴いピーク周波数周辺でのエネルギー密度は減少し、低周波領域および高周波領域のエネルギー密度が増加する。砕波によるエネルギー減衰はある周波数以上の領域で生じるとともに、非線形干渉によりエネルギーが低周波領域および高周波領域に移行する。最も浅い WG. 12 の地点ではエネルギー密度が全体に減少している。この地点では波というより流れの状態に近い。

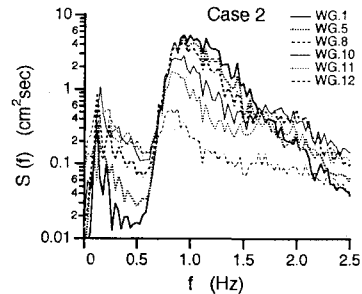


図-1 スペクトルの変化

(3) 砕波によるエネルギー散逸係数

式 (9) において一樣水深の場合を考え、記録時間 $N\Delta t$ をかけてエネルギー密度に直す。

$$\sum_{n=1}^N [(S_n)_x + 2\alpha_n S_n] = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$x=0$ で $S_n(0)$ とし、 α_n が一定とすると、式 (12) の解は次のようになる。

$$S_n(x) = S_n(0)e^{-2\alpha_n x} \dots\dots\dots (13)$$

Δx だけ離れた 2 地点のスペクトルの実測値 $S_n(0)$ と

$S_n(\Delta x)$ を用いて α_n は次のように推定される.

$$\alpha_n = -\ln\{S_n(\Delta x)/S_n(0)\}/(2\Delta x) \quad \dots\dots\dots (14)$$

Taylor 展開によって式 (14) は

$$\alpha_n = [1 - \{S_n(\Delta x)/S_n(0)\}]/(2\Delta x) \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる. このように実測値 $S_n(0)$ と $S_n(\Delta x)$ を用いて α_n を推定すると, α_n には浅水変形および非線形干渉効果が含まれる. 実験結果からだけでは浅水変形効果および非線形干渉効果を α_n から除去することはできないので以下の2つの方法を用いて補正する.

① 2地点のスペクトルの実測値を $S_n(0)_{\text{Meas.}}$ および $S_n(\Delta x)_{\text{Meas.}}$ とする. $x=0$ における A_n を用いた式 (2) による計算結果を $S_n(\Delta x)_{\text{Cal.}}$ とする. Δx 間のスペクトル変化 $\{S_n(\Delta x)_{\text{Cal.}} - S_n(0)_{\text{Meas.}}\}$ は浅水変形および非線形干渉によるものとみなすと,

$$S'_n(\Delta x) = S_n(\Delta x)_{\text{Meas.}} - \{S_n(\Delta x)_{\text{Cal.}} - S_n(0)_{\text{Meas.}}\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

は砕波減衰の影響のみが入ったスペクトル値である. よって式 (14) および式 (15) をそれぞれ

$$\alpha_n = -\ln\{S'_n(\Delta x)/S_n(0)_{\text{Meas.}}\}/(2\Delta x) \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\alpha_n = [1 - \{S'_n(\Delta x)/S_n(0)_{\text{Meas.}}\}]/(2\Delta x) \quad \dots\dots\dots (18)$$

とする. ただし, $S'_n(\Delta x)$ が負値をとる場合があるので式 (18) を用いることにする.

② $S_n(\Delta x)_{\text{Cal.}}$ が $S_n(\Delta x)_{\text{Meas.}}$ より大きくなるのは散逸項 $\alpha_n A_n$ が無いためであり, $S_n(\Delta x)_{\text{Cal.}}$ と $S_n(\Delta x)_{\text{Meas.}}$ が一致するように α_n を決定する. 結果は次のとおりである.

$$\alpha_n = -\ln\{S_n(\Delta x)_{\text{Meas.}}/S_n(\Delta x)_{\text{Cal.}}\}/(2\Delta x) \quad \dots\dots\dots (19)$$

図-2 は α_n を整理した結果の一部である. $2\Delta x = 1\text{ m}$ である. ①および②の方法 (それぞれ実線と点線) による α_n の推定値は高周波領域を除いてほとんど一致する. $\alpha_n > 0$ がエネルギー散逸を表す. ある周波数の α_n に注目すると, (a) 図から (b) 図, (c) 図へと水深が浅くなるほど大きくなる. α_n の周波数に対する変化に注目すると α_n は f^2 に比例している. この特長は, Johnson (1970) が摩擦や内部粘性散逸を考慮した段波の研究で用いた KdV-Burgers 方程式の散逸項のそれと同様である. KdV-Burgers 方程式は次のとおりである.

$$\eta_t + \eta_x + \eta\eta_x + \eta_{xxx} = \mu\eta_{xx} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ただし, 簡単のため式 (20) の左辺の各係数は1とおいた. 式 (20) の右辺の粘性散逸項に複素フーリエ級数表示を代入すると, 結局式 (2) の左辺に $\mu k_n^2 A_n$ が加わった形となる. 極浅海域では $k_n^2 = \omega_n^2/(gh)$ であるので, エネルギー散逸項は $\{\mu/(gh)\}\omega_n^2 A_n$ となる. すなわち, A_n の係数は ω_n の2乗に比例し, また, 水深が小さくなるにつれて大きくなるという実験結果の特長と一致する. このことは, 砕波帯の波浪変形モデルとして KdV-Burgers 方程式が適用できることを示している.

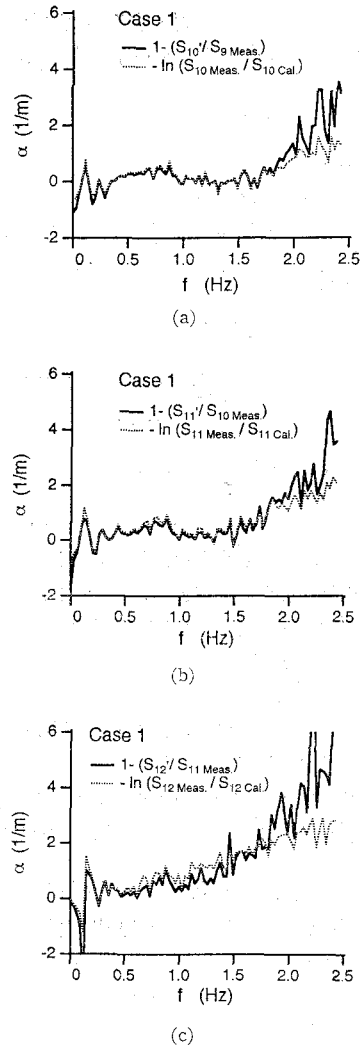


図-2 エネルギー散逸係数の推定結果

5. 砕波によるエネルギー散逸係数のモデル化

図-2 のような結果を整理して α_n を周波数, 水深, 波高等の関数として定式化する代わりに, ここでは波別解析法によってモデル化された不規則波列のエネルギー散逸率を用いて定式化する. Thornton and Guza (1983) は, ①個々波の砕波によるエネルギー減衰率を bore のそれよりモデル化し, ②不規則波の波高分布として沖から岸まで Rayleigh 分布を用い, ③砕波している波の波高分布は Rayleigh 分布にある重み関数をかけた形で与え, ④①のエネルギー減衰率に③の砕波している波の確率分布を乗じてその期待値を次のように求めた.

$$\langle \epsilon_b \rangle = \frac{3\sqrt{\pi}}{16} \rho g B^3 f^3 \frac{H_{rms}^3}{\gamma^2 h^3} \left[1 - \frac{1}{(1 + (H_{rms}/\gamma h)^2)^{5/2}} \right] \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここで, B は比例定数, γ は現地観測結果から 0.42, $\bar{f}$

は平均周波数である。 $\bar{f}$ に対応する群速度を $\bar{C}_g$ とすると不規則波列に対するエネルギー平衡式は次のとおりである。

$$(E\bar{C}_g)_x = -\langle \varepsilon_b \rangle \quad (22)$$

極浅海域では

$$(E\sqrt{gh})_x = -\langle \varepsilon_b \rangle \quad (23)$$

となる。式 (11) と式 (23) の右辺を等しいと置いて

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 = \langle \varepsilon_b \rangle / (\rho g \sqrt{gh}) \quad (24)$$

を得る。 α_n を一定として

$$\bar{\alpha} = \langle \varepsilon_b \rangle / (\rho g \sqrt{gh}) \Big/ \sum_{n=1}^N |A_n|^2 \quad (25)$$

とし、 α_n の周波数特性を考慮して

$$\alpha_n = \bar{\alpha} (f_n / \bar{f})^2 \Big/ \sum_{j=1}^N (f_j / \bar{f})^2; \quad n=1, 2, \dots, N \quad (26)$$

と定式化する。 $\bar{f}$ より小さい長周期成分はエネルギー散逸が小さくなるようにしてある。また、式 (21) の H_{rms} は狭帯域定常 Gauss 過程による関係式

$$H_{rms} = 2\sqrt{\sum_{n=1}^N |A_n|^2} \quad (27)$$

を用いて A_n の関数とする。ただ一つ残されたパラメータ B にこれまで仮定した誤差を受け持たせることとし、予備的検討からこの値を6とした。この α_n を式 (3) に用いるのがハイブリッド型波浪変形モデルである。

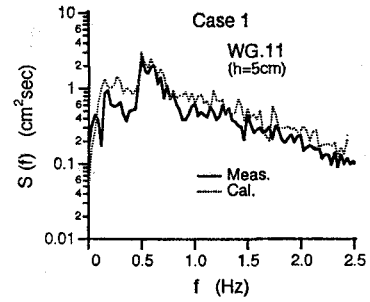
6. 浅海変形に関する実験結果とハイブリッド型浅水・砕波変形モデルによる計算結果との比較

(1) スペクトル変化

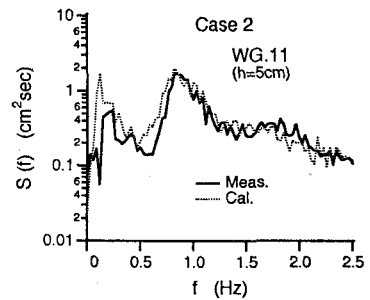
図-3 は、水深 5 cm 地点におけるスペクトルに関して、最も沖の WG.1 ($h=47$ cm) における A_n を初期値としたハイブリッド型波浪変形モデルによる計算結果 (点線) と実験結果 (実線) を比較したものである。計算においてはスペクトル成分波の数を 250、 $\bar{f}$ はピーク周波数とした。その他の地点においても計算結果と実験結果との一致は良く、ただ Case 2 の WG.12 ($h=2.5$ cm) の結果のみ一致の程度がよくなかった (計算結果は長周期成分が過大評価となり、高周波成分が過小評価であった)。この地点ではもはや波としての性質は失われているので、一致しないのが当然とも思われる。

(2) 代表波高の変化

図-4 は、Case 1 の代表波高について計算結果 (点線) と実験値 (実線) を比較したものである。データ整理に当たっては、水位変動の長周期成分は除去していない。最大波高 H_{max} は、砕波帯内で計算値が若干大きく砕波帯外では逆に実験値の方が大きい。1/10 最大波高 $H_{1/10}$ 、有義波高 $H_{1/3}$ および平均波高 $\bar{H}$ については計



(a)



(b)

図-3 スペクトルについての実験値と計算値の比較

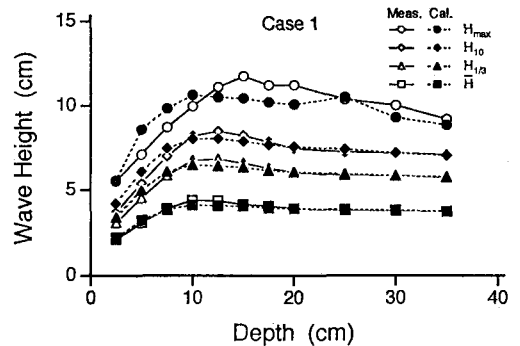


図-4 代表波高の実験値と計算値の比較

算値と実験値の一致は良い。Case 2 については、最大波高の計算値が実験値より大きくなったが、その他は両者の一致は良かった。

(3) 代表周期の変化

Case 1 の代表周期についての実験値と計算値の比較を図-5 に示す。従来の計算モデルは周期は一定としているが、本計算モデルは周期の変化も計算できる。最大周期 T_{max} 、また水深が 5 cm より深い領域でのすべての代表周期についての両者の一致はよい。水深 $h=2.5$ cm の地点では計算値の方が実験値より大きくなるが、これは計算モデルが長周期成分のエネルギーを実験結果より大きく算定することによる。特に、この傾向は Case 2 において顕著であった。

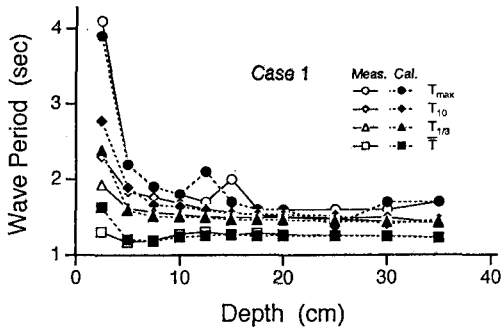


図-5 代表周期についての実験値と計算値の比較

(4) 無次元代表波峰高の変化

図-6 は、Case 1 についての無次元代表波峰高（峰高/波高）の実験値と計算値を比較したものである。図より両者の一致はかなり良いのがわかる。無次元波峰高は skewness に対応する。線形波の場合は 0.5 となるが、

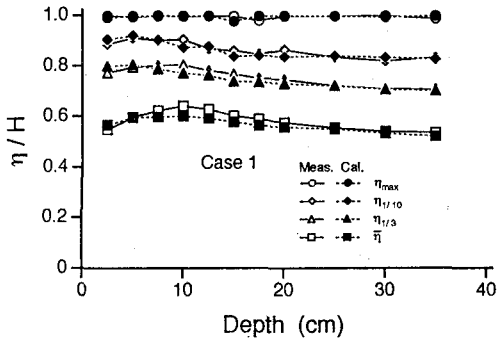


図-6 無次元波峰高の実験値と計算値の比較

図においては平均無次元波峰高においても 0.5 以上になっている。ただし、Case 2 では計算値は実験値より全体に小さかったが、一致の程度はよい方であった。

7. おわりに

本研究はスペクトル解析法に基づいた不規則波浪の非線形浅水変形理論に、波別解析法に基づき定式化される碎波減衰項を組み込んだハイブリッド型浅水碎波変形計算モデルを提案したものである。この計算モデルは波別解析法による従来の計算モデルに比べて非線形による波の特性も考慮できるという利点がある。こうした理論モデルを平面波浪変形にも適用できるよう開発することが望まれる。重ね合わせの原理に基づく平面不規則波浪変形計算モデルは、間瀬ら (1992) が示している。

参考文献

- 間瀬 肇・J. T. Kirby・栗林賢一 (1991): 不規則波浪の浅水変形モデル——周波数領域における修正 KdV 方程式——, 海岸工学論文集, 第 38 巻, pp. 51-55.
- 間瀬 肇・酒井哲郎・褰 義光 (1992): 楕円浅瀬を通過する多方向不規則波浪の確率分布法による屈折・回折・碎波変形計算, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 116-120.
- Johnson, R. S. (1970): A non-linear equation incorporating damping and dispersion, J. Fluid Mech., Vol. 42, pp. 49-60.
- Madsen, P. A., R. Murray and O. R. Sørensen (1991): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Coastal Eng., Vol. 15, pp. 371-388.
- Thornton, E. B. and R. T. Guza (1983): Transformation of wave height distribution, J. Geophys. Res., Vol. 88, No. C10, pp. 5925-5938.