

数値計算による波峯長の統計的性質について

——波峯の縦断形状と一様傾斜海岸における砕波特性——

合 田 良 実*・水 沢 達 也**

1. ま え が き

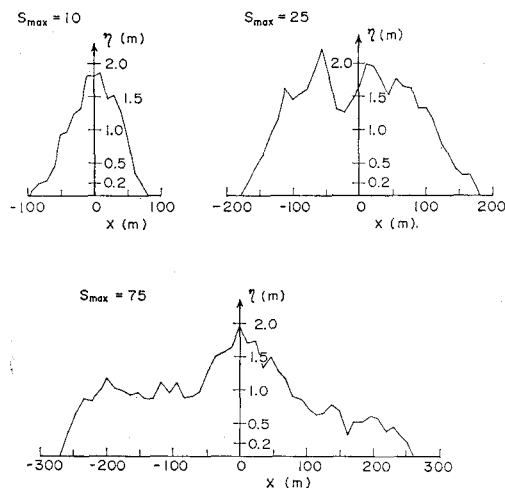
不規則波浪中の波峯の性質や砕波の状況は、サーフィンの最適条件の決定や漂砂による海岸過程の定量的把握のために必要な情報である。波峯については、不規則波浪の空間波形の数値実験に基づいて波峯長や波峯高の統計的性質が報告されている（合田・常盤, 1991: 以下第1報と称す）。しかし、数値計算は一定水深に限定されており、実際の海域のように海底が傾斜して水深が変化する場合の波峯の性質については、未だ調べられていない。また、長大構造物に働く波力の低減効果の問題で重要となる、波峯の頂部付近の形状についても吟味が不十分であった。

そこで、本研究ではまず一様水深海域における波峯の縦断形状についてその統計量を求めた。次に、直線状平行等深線海岸（一様傾斜海岸）を進行する波浪の空間波形を効率的に数値計算する方式を開発し、数値計算結果に基づいて汀線近傍での波峯の性質と其中で砕波している部分についての統計量を解析した。

2. 一様水深海域における波峯の縦断形状

方向スペクトルとしては、第1報と同様に修正 JON-SWAP 型周波数スペクトルと光易型方向関数の組合せを用い、 γ 値としては 3.3 に設定して方向集中度パラメータを $S_{max}=10, 25, 75$ の3通りに変えた。周波数は50分割し、方向角は30分割して、二重級数の形で水面の空間波形を計算した。波高とピーク周期はそれぞれ、 $(H_{1/3})_0=2.0$ m, $T_p=8.01$ 秒とした。計算領域は一辺がピーク周波数に対する深海波長 $(L_p)_0=100$ m の20倍の正方形とし、格子点間隔を $dx=dy=10$ m, つまり $0.1(L_p)_0$ として x 方向 $200 \times y$ 方向 200 の40,000点の水位を計算した。

波峯を定義する水位の閾値についてはいろいろ変えて試行してみたが、結果的に第1報と同じく $\eta_0=0.2$ m すなわち $0.1(H_{1/3})_0$ が最適と判断され、これを用いることとした。



図—1 個別の波峯の縦断形状

第1報では、個々の波峯の形については吟味せず、代表値としての波峯長、波峯高、方向角の統計解析を行なったが、本報では波峯の縦断形状、すなわち一つの波峯をその進行方向から眺めたときの投影断面の形について検討した。たとえば、山脈を峯沿いに縦断したときの形である。図—1は、1回のシミュレーションで得られる海面形状のなかから最高水位の点を含む波峯を抽出し、その波峯の縦断形状を描いたものである。折れ線となっているのは、10 m 間隔で水位を計算しているためである。

すでに第1報で述べたように、波峯長は方向集中度パラメータが大きいほど長くなり、このことはここでも明瞭に表れている。しかし、縦断形状はかなり複雑であり、余弦関数で表されるような曲率が負の滑らかな曲線では全く表示できない。山でいえば富士山のような裾広がり、あるいは八ヶ岳のように幾つもの副峰を持つ形である。

波峯の縦断形状は個々に大きく異なるので、統計解析としては次のような方法を用いた。すなわち、まず縦断長を計測する水位として $\eta_0=0.2, 0.5, 1.0, 1.5$, および 2.0 m を設定し、各波峯の最高水位点を含む領域に対して縦断長（閾値を変えたときの波峯長）を求める。した

* 正会員 工博 横浜国立大学教授 工学部建設学科

** 横浜国立大学大学院 工学研究科

がって、図-1 の $S_{\max}=25$ の副峰は $\eta_0=1.5$ m の縦断長には加算されない。このようにして各水位ごとの波峰の縦断長を求め、波峰の高さ別に平均値を算出した。

具体的には $S_{\max}=10, 25, 75$ でそれぞれ 10 ケースの海面形状をシミュレートして、定義された波峰 ($S_{\max}=25$ の 1 ケースで約 600 波峰) の中で波峰高の高いものから数えて 0.4%, 1%, 5%, 10% の数にあたる波峰についてその高さ水位別の縦断長の平均値を求めた。ここで 0.4% 波平均を求めたのは、一般に、最高波高 $H_{\max}=H_{1/250}$ が用いられていることを踏まえている。

図-2 は波峰が平均的には左右対象であると考えて、各水位ごとの縦断長を 2 で除して左右対称に割り振り、その縦断形状を図示したものである。図では中心での高さが最高になると仮定し、波峰内の最高水位である波峰高を用いている。この図から波峰の縦断形状は平均的には上にとがり、裾を長く伸した富士山形であるといえる。これは波峰が二つ以上に割れたときに主峰の部分しか計測していないことも影響している。しかし、長大構造物に働く最大波の波力の問題などでは主峰部の波力が重要であるので、図-2 の結果は波力検討の際に参考になる

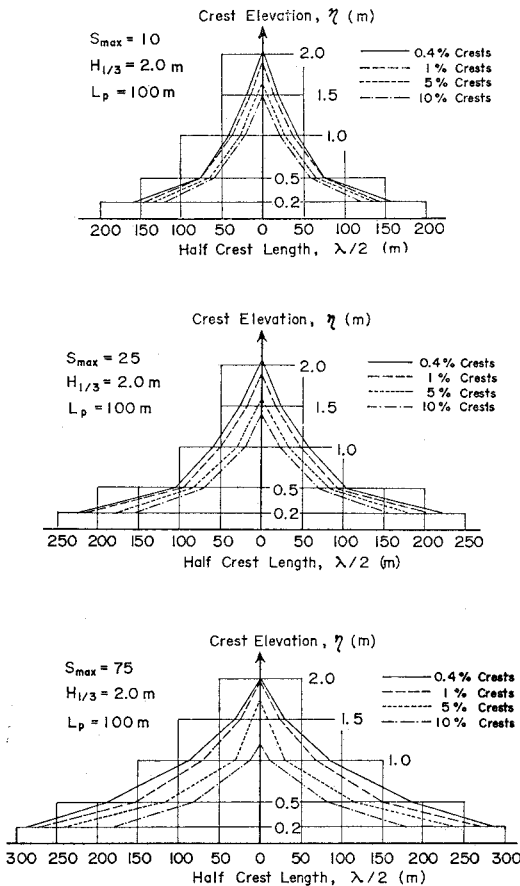


図-2 高さが上位の波峰の平均的縦断形状

と思われる。

3. 一様傾斜海岸における波浪の数値シミュレーション

第1報のように一様水深域を対象とするときは、振幅 a と波数 k は位置に無関係であり、成分波ごとに一定の値をとる。しかし、傾斜海岸では、 a および k が場所ごとに異なるだけでなく、格子点ごとに位相を調整する必要が生じる。

図-3 は傾斜海岸の設定を 1 次元の形で表したものである。斜面の設定は水深が格子点ごとに階段状に変わるようにして、各水深ごとに振幅と波数が変わるとする。境界では振幅が違いため波のつながりが切れるけれども、この切断間隔を最小におさえるためには、境界の左側と右側での位相を合わせておくことが必要である。このためには、 i 番目の区間を伝播するとき生じる位相差を $i+1$ 番目の区間の位相に加算しておけばよい。波が格子点 $x=x_i$ から x_{i+1} まで距離 dx 進むときの位相の進みは $k(x_i)dx$ である。ここで k は水深の関数であるが、 x 方向に水深が変化する一様勾配の海域であるため水深は x に比例し、 k を x の関数として扱うことができる。任意の区間 I の波に対する位相角は、その区間に至るまでの位相角の和として与えられる。これを式で表示すると次のようになる。

$$\eta(x_I, t) = a(x_I) \cos \left[-2\pi ft + \varepsilon + \sum_{i=0}^{I-1} k(x_i) dx \right] \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ε は初期位相角である。

次に、 x 軸を海岸線に直角、 y 軸を平行にとり 2 次元の形で一様傾斜海岸を示したものが図-4 である。 x 方向は水深が変化するが、 y 方向は水深が一定としているため、一つの成分波についての振幅 a 、方向角 α 、波数 k 、などは x のみの関数となる。図-4 で矢印付きの実線は波の進行方向を表し、破線はこれに対する垂線であって位相関係を示す補助線である。いま計算領域の一番沖側の $x=x_0 \sim x_1$ の区間で考えると、 $y=y_0$ の格子線上に比べて $y=y_1$ では位相角が $k(x_0)dy \sin \alpha(x_0)$ だけ

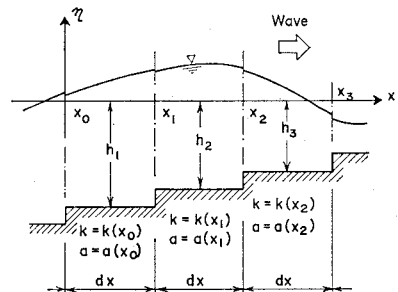


図-3 1次元の形で表した傾斜海岸の設定

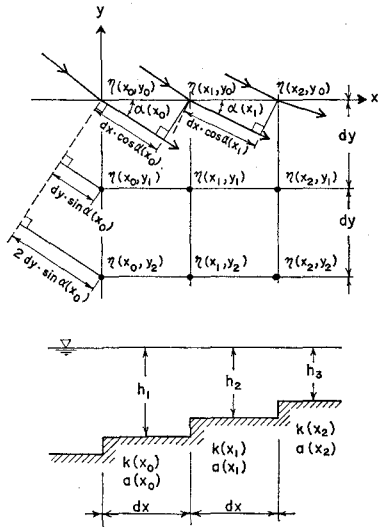


図-4 2次元の形で表した傾斜海岸の設定

進んでおり、 $y=y_2$ では、 $2k(x_0)dy \sin \alpha(x_0)$ の進み角である。この y 方向の位相差は初期値としての差であって、 $x \geq x_0$ のすべての区間に共通である。

一方、 x 方向の位相変化を考えると、1次元の場合の図-3に比べて1区間の実質的距離が $dx \cos \alpha$ に減少しているので、波が $x=x_i$ から $x=x_{i+1}$ に進んだときの位相の進みは $k(x_i)dx \cos \alpha(x_i)$ で与えられ、この値は y の位置に関係しない。

以上により、一つの成分波に対する波形の計算式は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \eta(x_i, y_j, t) = & a(x_i) \cos \left[-2\pi f t \right. \\ & + \varepsilon + k(x_0) \int dy \sin \alpha(x_0) \\ & \left. + \sum_{i=0}^{j-1} k(x_i) dx \cos \alpha(x_i) \right] \dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、 dx, dy は格子点間隔、 ε は初期位相角、 $k(x_0)$ は計算領域の一番沖側の区間における波数である。

この式を基本とし、2.と同様の方向スペクトル、周波数、方向角の条件を使って二重級数の和として水面の空間波形を計算した。なお、振幅 a に対しては微小振幅波理論に基づく浅水係数および屈折係数を乗じ、場所的变化を算定した。波高とピーク周期は一樣水深海域での計算と同じく、 $(H_{1/3})_0 = 2.0 \text{ m}$ 、 $T_p = 8.01 \text{ 秒}$ である。

4. 一樣傾斜海岸での波峰の特性

上に述べた一樣傾斜海岸における波浪の数値計算方法を用いて、海岸近くの波峰形状をシミュレートした例が図-5である。海底勾配を1/100に設定し、計算領域は一边2km(深海波長100mの20倍)の正方形として、水深を20mから0.1mまで変化させている。沖波の波向は、 $(\alpha_p)_0 = 30^\circ$ である。図では岸に近付くにつれて波

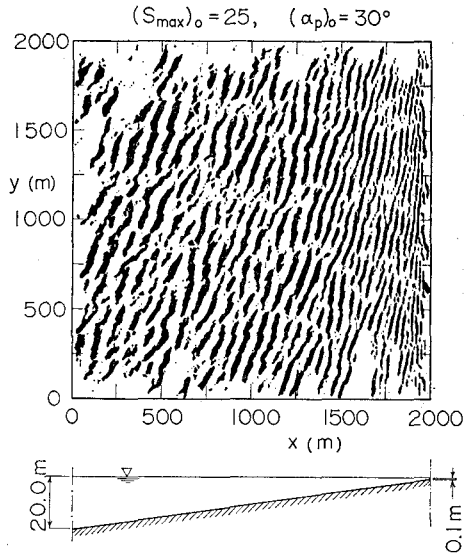


図-5 一樣傾斜海岸の波峰図

長が短くなり、波峰が屈折して海岸線に平行になってくる状況が如実に再現されている。なお、第1報では水深が変化しても波峰の絶対長はほとんど変わらないことを報告したが、図-5では汀線近傍で波峰が短く切れ切れになっている様子が認められる。これは水深の減少によって波長が短くなり、設定した格子間隔(10m×10m)では粗すぎたことが原因と考えられる。

5. 一樣傾斜海岸での砕波確率

ここで扱っている一樣傾斜海岸では、 x 方向にのみ水深が変化し y 方向には変化しない。したがって、数値計算で得られた海面形状に対して x を固定し、 y 方向に各格子点で砕波しているかどうかを検索して統計をとれば、ある水深での海域において砕波している部分の面積の割合が求められる。これを100分率で表して砕波確率と定義する。

各格子点においては、水位が波高に対する合田(1975)の砕波限界値の1/2を超えたときに砕波と判定した。すなわち、

$$\begin{aligned} \eta_0 &= 0.5 H_0 \\ &= 0.085 L_0 \left\{ 1 - \exp \left[-1.5 \frac{\pi h}{L_0} (1 + 15 \tan^{4/3} \theta) \right] \right\} \end{aligned} \dots\dots (3)$$

ここに、 $\tan \theta$ は海底勾配である。

波が砕波する過程では、有限振幅効果によって微小振幅波理論の予測よりも急速度で波高が増大するとともに、波頂が高く盛り上がる。このため、ここで用いた砕波判定条件は、波峰の最高水位の近傍では実際の砕波地点よりもやや岸側での砕波を与える傾向がある。しかし、砕波の広がり状況を把握する目的には十分と判断

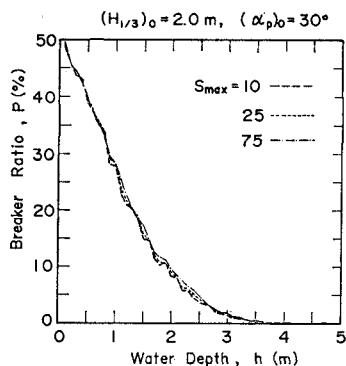


図-6 S_{max} が異なる場合の各水深での砕波確率

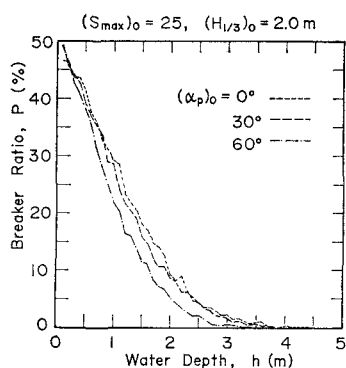


図-7 $(\alpha_p)_0$ が異なる場合の各水深での砕波確率

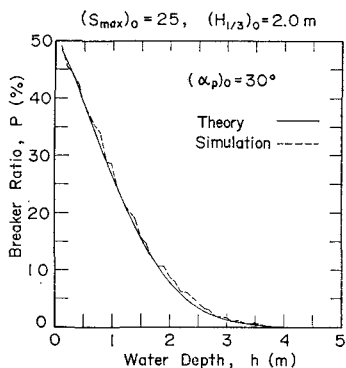


図-8 砕波確率の理論値と実験値の比較

し、特段の補正は行なわなかった。なお、波の谷の部分 ($\eta < 0$) に対しては式 (3) を適用できないので、微小振幅波理論に基づく今回の計算では、砕波確率の上限値が 50% である。

砕波確率の解析では、方向集中度パラメータ S_{max} 、および沖波波向 $(\alpha_p)_0$ を変えてそれぞれの組合せで各 25 回のシミュレーションを行い、砕波確率の統計量を求めた。 $(\alpha_p)_0 = 30^\circ$ として S_{max} を 10, 25, 75 と変えたときの結果が 図-6 である。 S_{max} が大きいときは屈

折係数が僅かながら大きくて波高もやや高いために砕波確率もわずかに高くなるが、その差はほとんど見られず、砕波の発生は波エネルギーの方向分布の状況にはあまり左右されないことが分かる。

次に $S_{max} = 25$ を固定して $(\alpha_p)_0$ を $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ と変えたときの結果が 図-7 である。 $(\alpha_p)_0$ が小さいほど砕波確率は高くなるが、これも屈折係数の差異によるものである。図-6 の場合よりその差が顕著に現れている。すなわち、 $(\alpha_p)_0$ が小さいほど屈折による波高減少率が小さく、波高が大きいために砕波が早くから始まることによる。

また、数値シミュレーションによる海面形状の水位の確率分布は、線形重ね合わせの原理によって正規分布で表すことができる。任意水深の地点における水位の分布もまた正規分布であり、その標準偏差は沖波の rms 値を方向スペクトル波浪の浅水係数と屈折係数で修正したものである。したがって、標準正規分布の累積分布関数を用いれば $\eta > \eta_0$ となる確率、すなわち砕波確率が容易に求められる。このようにして導いた理論値と、数値シミュレーションから得られた値と比較したものが 図-8 である。理論値と実験値はよく一致し、ほぼ同一の曲線を描いている。よってこの図から、水深ごとの砕波の発生状況は方向スペクトルが与えられれば直ちに求められることが分かる。

そして 3 つの図に共通して言えることは、 $(H_{1/3})_0 = 2.0$ m の場合の海底勾配 1/100 の海域における砕波の発生は、ほぼ水深 4.5 m、汀線から約 450 m の場所から始まり、水深 1.5 m 前後をすぎると直線的に増加しているということである。

6. 一様傾斜海岸での砕波範囲の変化

汀線近傍の波峰図において砕波確率を求めたときと同様の条件で砕波点を決定し、一つの波峰内で砕波がおきている部分を囲んだ領域を砕波範囲と定義し、砕波の空間分布を分析した。砕波範囲の図化に際しては、各水深ごとに式 (3) の砕波限界水位を閾値として決定し、第 1 報の波峰追跡のアルゴリズムを利用した。

計算領域は、砕波の発生水深を考慮して $dx = 5$ m, $dy = 10$ m とし、格子点数を x 方向 200 $\times$ y 方向 200 とした 1 km $\times$ 2 km の長方形にした。海底勾配 1/100、水深 = 10 m $\sim$ 0.05 m, $(\alpha_p)_0 = 30^\circ$ と設定し、 S_{max} を 10, 25, 75 とした。

水位計算の基本である式 (2) は時間項 t を含んでいるので、他の条件を同一に保持したまま t の値を変えることによって空間波形の時間的推移を追跡することができる。そこで、時刻をピーク周期 T_p ずつ変えて 10 周期分の海面形状をシミュレートし、それぞれの時刻での砕

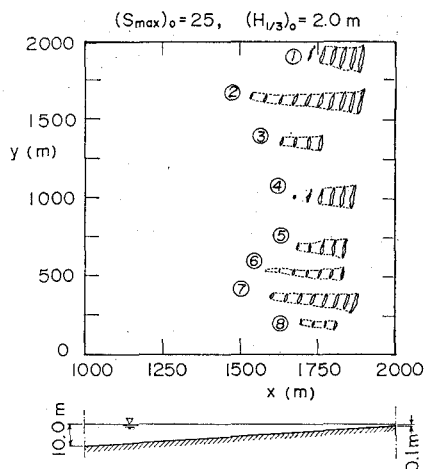


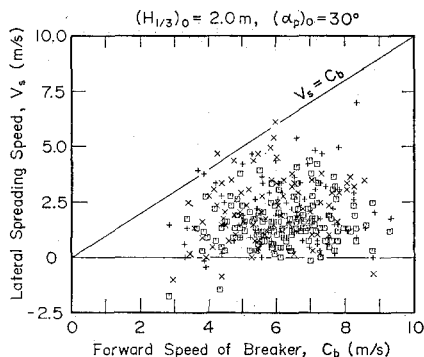
図-9 砕波範囲の時間変化図

波範囲図の出力をおこなった。そして各砕波範囲の分布の時間変化を解明するため、図を一枚一枚重ね合わせながら個々の砕波範囲を追跡していき、各時刻の砕波範囲を別の図にトレースして、新しく砕波範囲の時間変化図を作成した。図-9は $S_{\max}=25$ の砕波範囲の時間変化図である。砕波範囲は、実際には海面上で白く泡立っている部分にほぼ相当すると考えられるが、その移動は同じ1周期間であっても汀線に近付くほど遅くなる。これは水深の減少により波速が遅くなるためである。砕波範囲は汀線に向かってほぼ真直ぐに近付くことも図から判断できるが、これは屈折により波向が汀線に垂直になるように変化したためである。このように砕波範囲の時間的变化には、波の一般的な性質による影響がよく表れている。また図の④など、幾つかの砕波範囲が一つになる様子なども認められる。

砕波範囲を定量的に把握するため、砕波範囲の縦軸の長さを図上で計測し、これを砕波範囲長と定義した。もっとも、屈折の影響により汀線にほぼ平行に分布していることから y 軸に平行な長さで代用した。

砕波範囲の時間変化図から砕波範囲長を求め、これから砕波の横方向への広がり速度 V_s を算出した。その結果、 $S_{\max}=10$ のとき平均 1.5 m/s (標準偏差 1.0 m/s)、 $S_{\max}=25$ のとき平均 2.1 m/s (標準偏差 1.4 m/s)、 $S_{\max}=75$ のとき平均 2.2 m/s (標準偏差 1.4 m/s) となり $S_{\max}$ による違いはあまり見られなかった。

また砕波範囲の時間変化図から砕波範囲の位置するところの水深を求め、砕波の前進速度 C_b を長波の速度で近似して算出した。そして、砕波の横広がり速度と前進速度 C_b の関係を示したのが 図-10 である。図の中で、□印は $S_{\max}=10$ 、+印は $S_{\max}=25$ 、×印は $S_{\max}=75$

図-10 砕波の横広がり速度 V_s と前進速度 C_b の関係

のデータである。砕波の横広がり速度は、 $0 \sim C_b$ の範囲に限られており、波速をこえて砕波が横方向への広がることは非常に稀であることが分かる。なお、 V_s と C_b の相関係数は 0.13 であり、回帰式は $V_s = 1.08 + 0.13C_b$ である。また、原点を通ることを条件とすると $V_s = 0.30C_b$ となる。

7. む す び

不規則波浪の空間波形について行った数値シミュレーションの結果、波峰の統計的性質について次のような結論を得た。

- 1) 波峰に沿う縦断形状は、平均的には水位が高くなるにつれて縦断長が急速に短くなる富士山形であり、波浪の方向集中度パラメータごとに平均的縦断形状を提示することができた。
- 2) 屈折および浅水変形を考慮した一様傾斜海岸の2次元の海面形状は、水深の変化する境界上で位相を等しくすることによって作成することが可能である。
- 3) 一様傾斜海岸においては、屈折係数の影響によって沖波の入射角が大きいほど砕波が遅く開始される。
- 4) 波浪エネルギーの方向集中度の差異は砕波の発生に大してあまり影響を及ぼさない。
- 5) 各水深における砕波の発生割合は、方向スペクトルが分かれば正規分布確率によって推定することができる。
- 6) 砕波の横方向への広がり速度は砕波の前進速度を超えることはほとんどなく、平均的にはその 30% 程度である。

参 考 文 献

- 合田良実 (1975): 浅海域における波浪の砕波変形, 港研報告, 第14巻, 第3号, pp. 63-66.
 合田良実・常盤安弘 (1991): 数値実験に基づく波峰長の統計的性質について, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 141-145.