

# 非線形不規則波の時間波形統計量の特性と 空間波形統計量との関係について

安田 孝志\*・森 信人\*\* 伊藤 一教\*\*\*

## 1. 緒 言

共鳴干渉を伴う非線形不規則波では、伝播の過程でスペクトルだけでなく、波高分布や連長なども大きく変化する(安田ら, 1990, 1992)。これは、風や海底地形の影響が無くても波自身の非線形性によって波浪統計量が伝播の過程で変化しうることを示すものであり、設計波の諸元を推算する上で重要である。このような非線形干渉の影響についての検討は、これまで主に空間波形統計量に対してなされて來ており、時間波形統計量に対しては余り進んでいない。その理由としては、波動運動を記述する力学系の理論が時間発展型の方程式に基づいており、時間波形統計量についての情報をほとんど与えて来なかつたことなどが考えられる。

然るに、今までのほとんどの波浪観測は時間波形によっており、また、工学的に問題となる波浪特性も対象となる地点での水位の時間的変化に基づくものであり、工学的に必要な情報はむしろ時間波形統計量に関するものであると言える。一方では、最近のリモートセンシングの進歩によって空間波形統計量が得られるようになり、これと時間波形統計量との関係を明らかにする必要性が生じている。

エルゴード性の仮定が成立すれば、空間統計量を時間統計量と等置でき、上述のような問題は生じない。現地波浪は確かに様々な擾乱の下にあるものの、十分に発達した段階ではこれらの影響は相対的に低下し、決定論的振舞いが強くなってくる。このため、共鳴干渉による不安定の影響が顕れるような分散波動場では、必ずしもエルゴード性を仮定することはできず、同一の波を空間的および時間的に捉えたときに顕れる観測値の差異を調べ、空間統計量と時間統計量の一般的な関係を明らかにすることが必要となる。これがなされれば、空間統計量に顕れていた共鳴干渉の影響が時間統計量にどのように顕れるかも必然的に解明されることになろう。

そこで本研究では、初期確率に従う非線形不規則波の

一方伝播シミュレーションを行い、その空間および時間波形より各種統計量を求め、これを基に統計量に及ぼす時間的観測の影響について調べるとともに、時間波形統計量に及ぼす非線形干渉の影響についても検討する。

## 2. シミュレーションと観測の方法

前報(1992)と同様の手法を用い、3次以上の非線形干渉を考慮した不規則波の一方伝播シミュレーションを行った。初期波の条件は、一定水深  $h$  および  $k_p a = 0.17$  の下で、 $k_p h$  の値を 3.0, 1.36 および 1.06,  $m$  の値を 3, 5, 10, 15 および 30 と変化させた。ここに、 $k_p$  は波数スペクトルのピーク波数、 $a$  は有義波高の半波高および  $m$  は Wallops 型スペクトルのバンド幅支配パラメータである。計算は、空間領域  $L_0$  をスペクトルのピーク波長  $L_p (=2\pi/k_p)$  の 64 倍(フーリエモードの数としては 256 個)とする一方、時間領域  $T_0$  については群速度による伝播を考慮してピーク周期  $T_p$  ( $k_p$  より線形分散関係によって計算) の 128 倍とし、この時間まで伝播させて行った。観測のための空間および時間刻み間隔をそれぞれ  $\Delta x (=L_0/512=L_p/8)$  および  $\Delta t (=T_0/1024=T_p/8)$  とした。この結果、波数  $k$  は  $k_n=nk_p/64$  ( $n=1 \sim 256$ )、角周波数  $\omega$  は  $\omega_m=m\omega_p/128$  ( $m=1 \sim 512$ ) とそれぞれ等間隔で与えられることになる。

## 3. 波形とスペクトル

ここでは、シミュレーションによって得られる空間波形とその時間波形およびこれらのスペクトルをそれぞれ比較することにより、波形およびスペクトルに及ぼす時間観測の影響について検討する。

図-1 は、初期統計量が  $k_p h = 3.0$ ,  $m = 5$  の波の時間発展波形とこれを各測点で時間的に観測した波形との比較を示す。同一の波であるが、時間波形の方が波群の発達が著しく、波形に大きな相違が生じていることがわかる。このような波形の相違は、波の分散性が原因であり、簡単のために深海波で考えると、 $\omega = \sqrt{gk}$  より  $\Delta\omega = \sqrt{g\Delta k}$ ,  $\omega_{\max} = \sqrt{gk_{\max}}$  の関係が成り立ち、 $k_{\max} = N\Delta k$  とすれば、 $\omega_{\max} = \sqrt{N\Delta\omega}$  となる。この結果、波数空間でのスペクトルの拡がりが角周波数空間上では  $1/2$  乗に

\* 正会員 工博 鮎島大学教授 工学部土木工学科

\*\* 学生会員 鮎島大学大学院 工学研究科

\*\*\* 正会員 工修 大成建設(株) 技術研究所

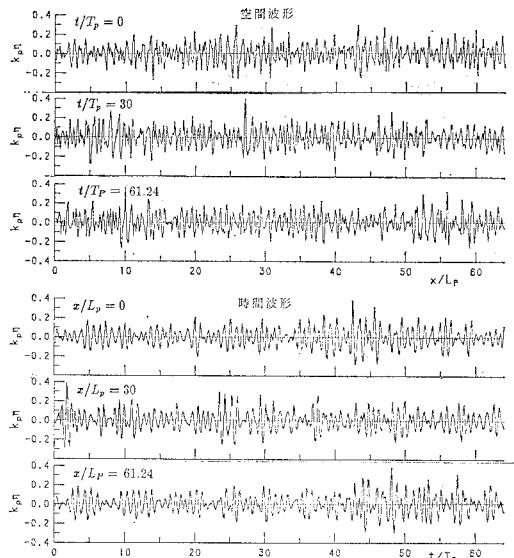


図-1 空間および時間軸上で捉えた非線形不規則波の波形比較

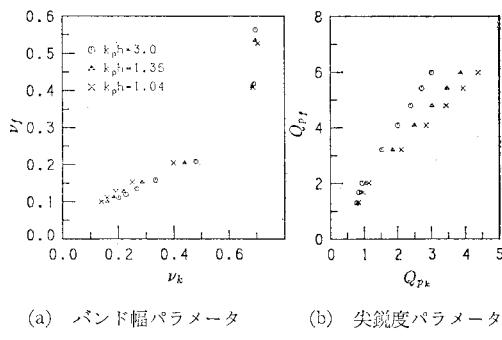


図-2 スペクトル形状パラメータに関する波数および周波数スペクトルの比較

圧縮され、スペクトルの狭帯化が生じることになる。勿論、長波では分散性が消えるため、このような観測に伴う狭帯化は生じない。

図-2は、初期統計量  $k_{ph}=1.04, 1.36, 3.0$  および  $m=3 \sim 30$  の Wallops 型スペクトルの波について、次式で定義されるその波数および周波数スペクトルのバンド幅パラメータ  $\nu_k$  および  $\nu_f$ 、尖鋭度パラメータ  $Q_{pk}$  および  $Q_{pf}$  を比較したものである。

$$\left. \begin{aligned} \nu_k &= (n_0 n_2 / n_1^2 - 1)^{1/2}, \quad n_i = \int k^i S(k) dk, \\ \nu_f &= (m_0 m_2 / m_1^2 - 1)^{1/2}, \quad m_i = \int f^i S(f) df, \\ Q_{pk} &= \frac{1}{n_0^2} \int_0^\infty k S^2(k) dk, \quad Q_{pf} = \frac{1}{m_0^2} \int_0^\infty f S^2(f) df \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$k_{ph}=1.04$  では分散性の影響が弱くなり、それが  $Q_{pk} \approx Q_{pf}$  の関係に顯れているが、 $k_{ph}=3.0$  でのスペクトル

を周波数空間で捉えると、元の波数空間におけるものに對して  $\nu$  の値が 20% 程度減少する一方、 $Q_{pf}$  の値では 2 倍程度まで増加し、狭帯化の影響が顯著となっている。これを同一のバンド幅および尖鋭度を持つスペクトルとして扱えば、波数スペクトルでは  $m=30$  のものが周波数スペクトルでは  $m=5$  にほぼ相当することになる。

## 5. 空間および時間波形統計量

### 4.1 観測時間の影響

共鳴干渉の影響はフーリエモードの変調不安定の消長に対応して空間波形に顯れ、空間波形統計量は必然的に時間発展の過程で変動を繰り返す。このため、観測長  $L_0$  を長くしても統計量の変動は消えず、この変動特性の解明が課題となる。これに対し、時間波形統計量の方は観測時間を十分に長く取れば、変調不安定の影響は平均化されるため、その空間分布は一様になるはずである。この点を明らかにするため、波列の平均的状態を表す  $H_{1/3}/\eta_{rms}$  および  $GF$  に着目し、初期統計量  $k_{ph}=3.0, m=5$  の波についてこれらの空間分布と観測時間の関係を図-3に示す。図中の( )内の数字は変動係数の値を示す。観測時間が  $t/T_p=64$  では  $H_{1/3}$  の値に測点位置の影響が顯れているが、 $t/T_p=128$  および 192 ではそのような影響は消え、 $H_{1/3}$  は空間的一様性を満たす統計量と見られるようになる。これに対し、 $GF$  の場合、観測時間とともに空間分布が一様化する傾向は認められるが、 $t/T_p=192$  でも測点位置の影響がなお残っている。このような空間分布の変動は、いずれの統計量においてもスペクトルの狭帯化とともに大きくなるが、観測時間を長くする ( $t/T_p > 192$ ) ことによって一様化する。しかし、通常の現地波浪の観測時間は 20 分（これは  $128T_p$  にほぼ相当）であることが多く、この時間内に統計量の空間分布が一様化することを期待することはできず、統計量は空間分布を持つとしてその分布特性を解明する必要がある。

### 4.2 時間統計量の空間分布

ここでは、観測時間  $t/T_p$  を 128 とした時間統計量の空間分布について検討する。まず、波群特性が時間波形

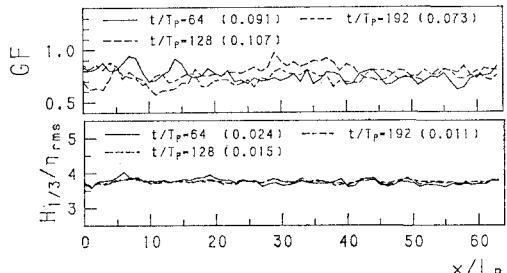


図-3 時間統計量の空間分布に及ぼす観測時間の影響

ではどのように顕れて来るかを調べるために、空間波形の  $GF$  の時間変化と時間波形の  $GF$  の空間分布との比較を行う。図-4 は、その結果を  $k_p h = 3.0$ ,  $m = 5, 10, 15, 30$  の波について示したものであり、比較のためにそれぞれの線形波のものも示す。ここに、添え字の  $T$  および  $S$  はそれぞれ時間および空間波形におけるものであることを示す。 $GF_T$  の方が全般的に  $GF_S$  よりも大きな値となっており、時間的観測による狭帯化の影響が波群の発達として顕れていることがわかる。また、非線形波に細かい小さな変動が見られるものの、 $GF_S$  は比較的の穏やかに変動している。これに対し、 $GF_T$  の変動は急峻であり、近接測点間の統計量に対する局所的一様性近似が必ずしも適用できるものではないことがわかる。 $GF_S$  では線形のものに比べて非線形波の変動が比較的急峻であるなどの違いはあるが、変動幅自体は  $m$  の値が 10 まではほぼ一致し、 $m$  が 15 以上になって差異が顕著になってくる。これに対し、 $GF_T$  ではバンド幅による差異が比較的小さいこともあり、 $m = 30$  で漸く線形と非線形の差異が明瞭になるに過ぎない。 $GF_T$  の値も線形のものと比べて余り差ではなく、空間的変動ではむしろ線形波のものの方が顕著となっており、時間統計量における共鳴干渉の影響は空間統計量のものよりもむしろ低下している。

図-5 は、各測点での時間波形より得られる波高分布に対して最尤法で決定された  $m_w$  の空間分布を  $k_p h = 3.0$ ,  $m = 5$  および 30 の波について示したものであり、比較のために元になる空間波形より得られる  $m_w$  の時間的変動も線形波のものと併せて示してある。波高分布自体が時間的および空間的に激しく変動するため、 $m_w$  の値も  $GF$  以上に変動している。ただし、 $m_w$  の値自体で見れば、 $m_{ws}$  と  $m_{wt}$  の間に  $GF$  におけるような明瞭な差はないが、変動は  $m_{ws}$  の方が  $GF$  の場合とは逆に顕著になっているなどの違いはある。また、 $m_{wt}$  の線形波との差異は  $m_{ws}$  に比べてバンド幅に関係無く小さく、共鳴干渉の影響は余り認められない。

さらに、代表波高  $H_{max}$ ,  $H_{1/10}$  および  $H_{1/3}$  の  $\eta_{rms}$  に対する比について時間統計量と空間統計量との比較を行い、時間統計量に及ぼす観測および共鳴干渉の影響について調べる。図-6 は、初期統計量  $k_p h = 3.0$ ,  $m = 15$  の波についてこれらの比較を線形波のものと併せて示したものである。これから、代表波高については時間統計量の方が変動幅だけでなく線形波との差異も大きく、共鳴干渉の影響が時間的観測によって強められることがわかる。

#### 4.3 時間および空間統計量の平均値

ここでは、これら統計量の平均値（空間統計量では伝播過程での平均値、時間統計量では空間領域  $L_0$  における平均値）について比較を行い、各種統計量に及ぼす時

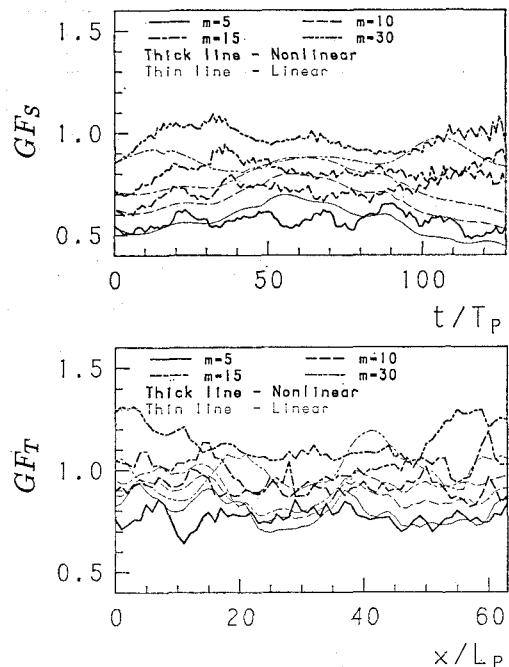


図-4 空間波形の  $GF$  の時間変化と時間波形の  $GF$  の空間分布との比較

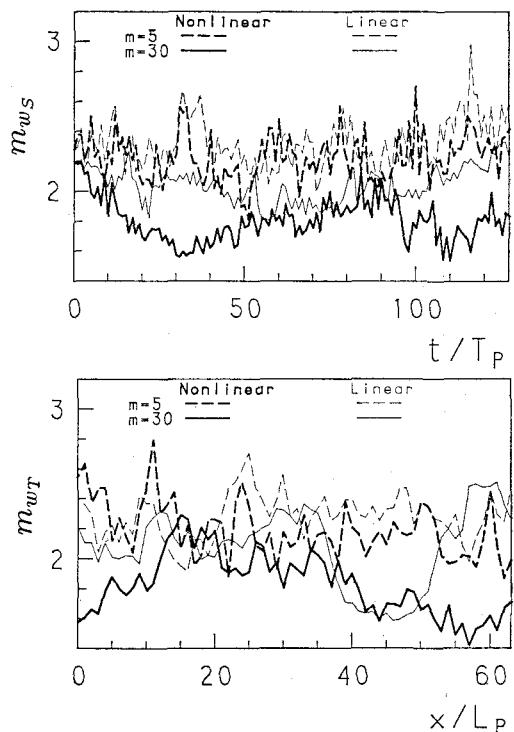


図-5 空間波形の  $m_w$  の時間変化と時間波形の  $m_w$  の空間分布との比較

間的観測および共鳴干渉の影響について検討する。

表-1 は、空間波形および時間波形より求めた  $GF$ ,

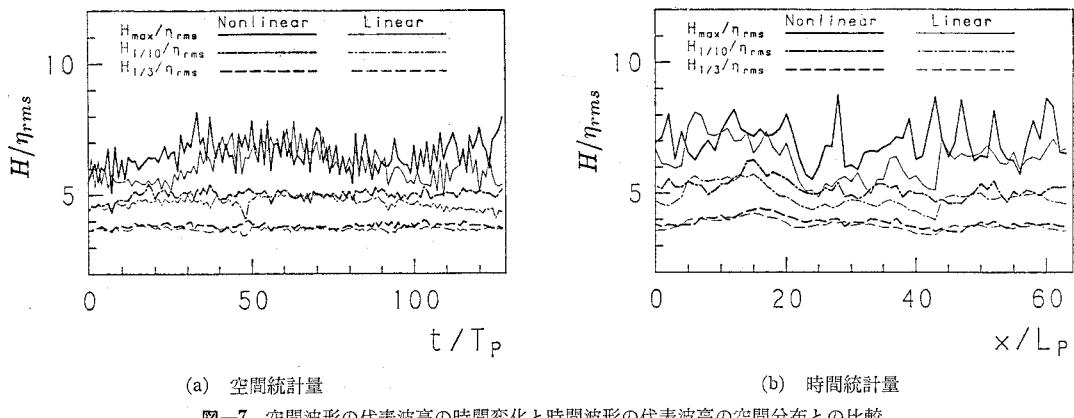


図7 空間波形の代表波高の時間変化と時間波形の代表波高の空間分布との比較

表-1 空間および時間統計量の平均値と変動係数の比較

k <sub>p</sub> h	m	GF		m <sub>w</sub>		H <sub>max</sub> /η <sub>rms</sub>		H <sub>1/3</sub> /η <sub>rms</sub>	
		Spatial	Temporal	Spatial	Temporal	Spatial	Temporal	Spatial	Temporal
3.0	5	0.56 (0.56) 0.07 (0.13)	0.77 (0.80) 0.05 (0.08)	2.23 (2.32) 0.07 (0.07)	2.20 (2.28) 0.09 (0.07)	5.63 (5.71) 0.08 (0.12)	6.05 (6.18) 0.10 (0.13)	3.54 (3.54) 0.02 (0.02)	3.75 (3.75) 0.04 (0.04)
	10	0.72 (0.67) 0.07 (0.12)	0.91 (0.86) 0.05 (0.07)	2.02 (2.29) 0.08 (0.07)	1.99 (2.26) 0.07 (0.08)	6.27 (5.92) 0.09 (0.11)	6.79 (6.29) 0.10 (0.13)	3.64 (3.63) 0.02 (0.02)	3.81 (3.76) 0.05 (0.04)
	15	0.81 (0.75) 0.06 (0.10)	1.00 (0.92) 0.06 (0.08)	1.99 (2.26) 0.07 (0.07)	1.96 (2.22) 0.08 (0.10)	6.56 (6.09) 0.09 (0.10)	6.96 (6.28) 0.11 (0.13)	3.79 (3.67) 0.03 (0.02)	3.90 (3.77) 0.05 (0.05)
	30	0.97 (0.88) 0.05 (0.05)	1.14 (1.00) 0.08 (0.09)	1.80 (2.04) 0.08 (0.06)	1.83 (2.07) 0.11 (0.12)	7.04 (6.14) 0.11 (0.10)	6.96 (5.79) 0.19 (0.21)	3.97 (3.81) 0.03 (0.02)	3.98 (3.84) 0.09 (0.13)
	5	0.54 (0.57) 0.12 (0.11)	0.69 (0.74) 0.10 (0.11)	2.30 (2.21) 0.08 (0.07)	2.35 (2.36) 0.09 (0.07)	5.47 (5.59) 0.11 (0.12)	5.65 (5.66) 0.12 (0.11)	3.50 (3.57) 0.02 (0.02)	3.68 (3.73) 0.04 (0.04)
1.36	30	0.88 (0.89) 0.04 (0.12)	0.94 (0.95) 0.06 (0.13)	2.17 (2.17) 0.07 (0.08)	2.14 (2.23) 0.08 (0.08)	6.10 (5.88) 0.07 (0.10)	6.08 (5.51) 0.10 (0.10)	3.82 (3.81) 0.02 (0.02)	3.85 (3.86) 0.04 (0.04)
	5	0.52 (0.59) 0.11 (0.10)	0.63 (0.72) 0.09 (0.09)	2.36 (2.27) 0.07 (0.08)	2.46 (2.34) 0.10 (0.08)	5.29 (5.63) 0.09 (0.11)	5.43 (5.72) 0.11 (0.10)	3.49 (3.60) 0.02 (0.02)	3.62 (3.73) 0.04 (0.04)
1.04	30	0.59 (0.94) 0.18 (0.11)	0.64 (0.98) 0.05 (0.08)	2.96 (2.12) 0.15 (0.07)	3.20 (2.18) 0.12 (0.09)	4.81 (5.93) 0.09 (0.10)	4.73 (5.52) 0.08 (0.11)	3.60 (3.84) 0.03 (0.02)	3.60 (3.88) 0.03 (0.04)

k <sub>p</sub> h	m	$\bar{J}_1$		$\bar{J}_{1\max}$		$\rho$		$\beta_1$	
		Spatial	Temporal	Spatial	Temporal	Spatial	Temporal	Spatial	Temporal
3.0	5	1.26 (1.31) 0.12 (0.14)	1.53 (1.60) 0.11 (0.09)	1.61 (1.82) 0.43 (0.44)	2.39 (3.17) 0.36 (0.37)	0.10 (0.11) 0.74 (0.70)	0.35 (0.38) 0.13 (0.12)	0.22 (0.00) 0.44 (—)	0.22 (0.00) 0.04 (—)
	10	1.37 (1.46) 0.16 (0.17)	1.65 (1.70) 0.11 (0.11)	1.88 (2.21) 0.44 (0.34)	2.62 (3.78) 0.40 (0.29)	0.19 (0.23) 0.52 (0.30)	0.42 (0.48) 0.10 (0.07)	0.25 (0.00) 0.50 (—)	0.25 (0.00) 0.05 (—)
	15	1.39 (1.57) 0.16 (0.19)	1.68 (1.89) 0.11 (0.14)	1.91 (2.41) 0.40 (0.31)	2.62 (4.10) 0.35 (0.26)	0.24 (0.31) 0.38 (0.21)	0.48 (0.57) 0.07 (0.06)	0.28 (0.00) 0.52 (—)	0.28 (0.00) 0.12 (—)
	30	1.47 (1.59) 0.19 (0.17)	1.79 (2.34) 0.13 (0.16)	1.89 (2.26) 0.41 (0.32)	2.55 (3.96) 0.36 (0.27)	0.38 (0.49) 0.20 (0.12)	0.61 (0.74) 0.07 (0.02)	0.29 (0.00) 0.53 (—)	0.28 (0.00) 0.14 (—)
	5	1.31 (1.33) 0.12 (0.14)	1.45 (1.50) 0.10 (0.11)	2.02 (1.77) 0.48 (0.47)	2.56 (2.44) 0.44 (0.39)	0.14 (0.16) 0.60 (0.50)	0.27 (0.32) 0.26 (0.18)	0.17 (—) 0.50 (—)	0.17 (—) 0.23 (—)
1.36	30	1.91 (2.03) 0.30 (0.32)	2.20 (2.49) 0.15 (0.15)	2.74 (2.62) 0.35 (0.36)	4.04 (4.40) 0.26 (0.27)	0.52 (0.54) 0.12 (0.09)	0.65 (0.70) 0.03 (0.04)	0.21 (—) 0.46 (—)	0.21 (—) 0.20 (—)
	5	1.33 (1.36) 0.15 (0.15)	1.42 (1.49) 0.11 (0.10)	1.87 (1.86) 0.50 (0.46)	2.33 (2.37) 0.49 (0.40)	0.14 (0.19) 0.66 (0.43)	0.20 (0.30) 0.38 (0.19)	0.16 (0.00) 0.55 (—)	0.16 (0.00) 0.40 (—)
1.04	30	1.87 (2.31) 0.44 (0.31)	1.80 (2.64) 0.17 (0.12)	2.40 (2.84) 0.49 (0.31)	3.35 (4.29) 0.47 (0.23)	0.38 (0.60) 0.47 (0.08)	0.48 (0.71) 0.13 (0.03)	0.27 (0.00) 0.40 (—)	0.27 (0.00) 0.17 (—)

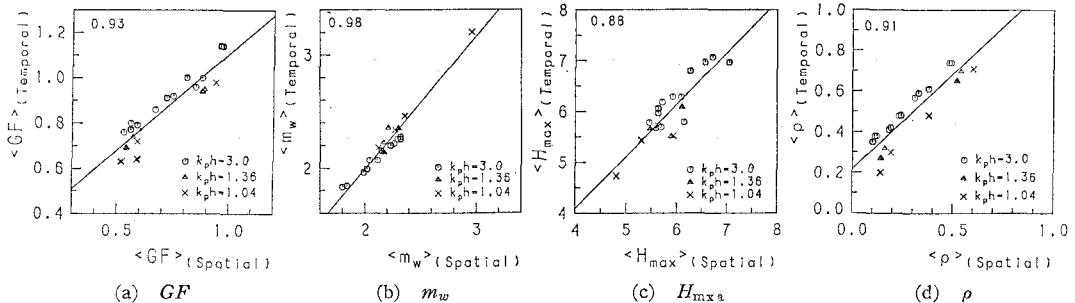


図-7 空間統計量と時間統計量の平均値の関係

$m_w$ ,  $H_{\max}/\eta_{\text{rms}}$ ,  $H_{1/3}/\eta_{\text{rms}}$ , 平均連長  $\bar{j}_1$ , 最大連長  $j_{\max}$ , 隣り合った波高の相関係数  $\rho$ , 波形の skewness  $\beta_1$  のそれぞれの平均値  $\langle \cdot \rangle$  およびその変動係数について比較を行ったものである。表中の Spatial は空間統計量, Temporal は時間統計量を示し, 各行の上段は平均, 下段は変動係数, ( ) 内の数字は線形波の値をそれぞれ示す。空間統計量と時間統計量の差異は, 波高の時系列に関わる  $\bar{j}_1$ ,  $j_{\max}$  や  $\rho$  に顕著であり, 時間的観測による狭帯化の影響がこれらに顕れていることがわかる。こうした影響は,  $k_{ph}$  やバンド幅 ( $m$ ) に関係無く認められるが, やはり分散性が弱くなる  $k_{ph}=1.04$  では小さく,  $k_{ph}=3.0$  および  $m=5$  の場合に最も強く顕れている。また, 前述したようにスペクトルの見掛けの形状 ( $\nu$ ,  $Q_p$ ) からすれば,  $m=30$  の波数スペクトルは  $m=5$  の周波数スペクトルにほぼ対応するが, 統計量の平均値についてもほぼ同様にバンド幅  $m=5$  の時間波形が  $m=30$  の空間波形に相当する統計量を持つことがわかる。これは, 波形統計量の値が基本的にはスペクトルの形状に依存していることを示している。また, 共鳴干渉の影響は波群を急峻にする特性を有しているが, これは, 時間統計量についても同様に認められ,  $m$  の値が大きくなるに従って顕著となっている。

これに対し, 波高の分布に関する  $m_w$ ,  $H_{1/3}/\eta_{\text{rms}}$  および  $H_{\max}/\eta_{\text{rms}}$ , について見ると,  $k_{ph}$  や  $m$  の値に関係無く, 空間および時間統計量間の差異は小さく, これらは時間的観測の影響をほとんど受けないことがわかる。なお,  $H_{1/3}$  や  $H_{\max}$  の時間統計量が空間統計量を若干上回っているのは, 時間的観測によるスペクトルの狭帯化が一定エネルギーの下で行われることによっている。

## 5. 時間統計量と空間統計量の関係

図-3 は, 表-1 に示した統計量のうち  $GF$ ,  $m_w$ ,  $H_{\max}$  および  $\rho$  についてそれらの平均値を示したものであり, 図中の数字はそれぞれの統計量についての相関係数を示す。また, 図中の直線はそれぞれ以下の回帰式によるものであり, 図-7 に示していない統計量について

も併せて回帰式を示す。

$$GF_T = 0.853 GF_S + 0.254 \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

$$m_{wT} = 1.174 m_{ws} - 0.36 \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$H_{\max T} = 1.019 H_{\max S} + 0.014 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$H_{1/3T} = 0.614 H_{1/3S} + 1.526 \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$\bar{j}_{1T} = 1.124 \bar{j}_{1S} + 0.128 \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$j_{\max T} = 1.821 j_{\max S} - 0.664 \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

$$\rho_T = 0.934 \rho_S + 0.217 \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

図-7 からわかるように,  $m_w$  以外のいづれの統計量においても  $k_{ph}$  の影響が認められるが, それ程大きくはないため, ここで回帰式には  $k_{ph}$  の影響を取り込んでいない。これに対し, いづれの統計量も, スペクトル形状パラメータ  $m$  の値や非線形干渉の有無に関係なくほぼ回帰式に沿って分布している。したがって, 観測による狭帯化の影響は, ここで示した統計量の平均値に関する限り, スペクトルのバンド幅や共鳴干渉の有無にはほとんど無関係と言え, これらの回帰式を用いれば, 初期確率に従う不規則波動場での空間統計量と時間統計量との換算が容易に行えるようになる。

## 6. 結 語

通常の 20 分程度の観測時間による時間統計量に対しては, 広域の下での  $H_{1/3}$  を除いて空間的一様性を期待することはできず, 分布特性の解明が必要となる。時間統計量の空間的変動は空間統計量のものよりも全般的に大きく急峻であるが, 共鳴干渉の影響は代表波高を除けば逆に小さい。空間統計量と時間統計量の関係は, バンド幅や非線形干渉の有無にほぼ無関係に, それぞれ一定の回帰式に従っており, これを用いることによって容易に両者の換算が可能となる。

## 参 考 文 献

- 安田孝志・伊藤一教 (1990): 高波の連なりに及ぼす非線形干渉の影響について, 海岸工学論文集, 第 37 卷, pp. 106-110.  
 安田孝志・伊藤一教・森 信人 (1992): 一方向不規則波列の波高分布に及ぼす非線形干渉の影響について, 土木学会論文集, No. 443/II-18, pp. 83-92.