

多方向不規則波の吸収造波理論

池谷 毅*・秋山 義信**・今井 貫爾***

1. 緒 論

近年、実験水槽内に多方向不規則波浪場を作成するために、パネルセグメント型造波装置（以下、PS 型造波装置と略す）が使用されることが多い。PS 型造波装置による多方向波浪場の造波方法については、既に多くの研究がなされている（例えば、Takayama, 1982; Sand・Mynett, 1987; Funke・Miles, 1987; Dalrymple, 1989; Isaacson, 1989）。こうした研究の成果を基に、多方向不規則波が各種の波浪実験に用いられ始めている。

しかしながら、各種の海岸・海洋構造物に関する模型実験の場合、造波された入射波は構造物により反射される。この反射波は造波板に達し、そこで再度反射され、その結果入射波は乱されることになる。それ故、実際の海域で生じている現象を実験室内で再現するためには、入射波を造波すると同時に、造波板における再反射を防ぐ、吸収式造波装置を用いる必要がある。

吸収式造波装置としては、造波板と直角方向に造波する一方向不規則波造波装置の場合、線形ポテンシャル理論による吸収造波理論（例えば川口, 1986）を用いたものが広く実用に供されている。最近になり、この一方向波の吸収理論を、多方向波に対してそのまま適応した実験例（平口ら, 1991）がみられるが、吸収式多方向造波装置に関する理論的な説明はなされていない。

そこで本報では、多方向不規則波を対象に PS 型造波装置を改良して高精度の吸収式造波を可能とする理論を開発することを目的とする。はじめに、線形ポテンシャル理論により多方向波に対する吸収理論を導く。次に、実用性に富んだいくつかの近似解を示す。最後にこれらの近似解の特性を比較考察する。

2. 理論解析

2.1 解析対象

解析の対象を図-1に示す。水槽は幅 $2b$ の長方形とする。水深は h で一定、側壁は鉛直壁とする。造波装置

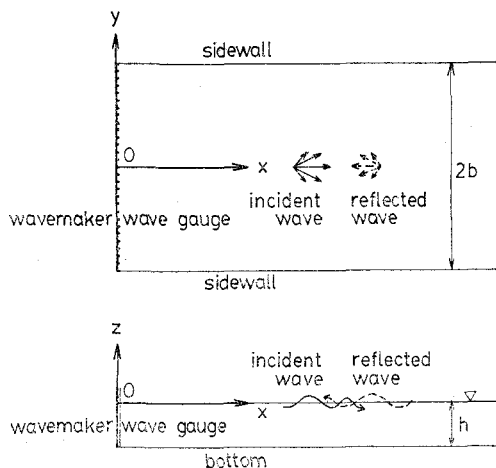


図-1 解析領域の概要と記号の定義

は長方形の一辺に設置されており、造波板に沿った水面波形を計測できるものとする。また、解析には図-1に示すデカルト座標系 $O-xyz$ を用いる。

2.2 反射側壁を有する水槽内の波の表示

解析に先立ち以下の仮定をする。

- (1) 流体は完全流体で流体運動は非回転とする。
 - (2) 造波装置の運動は水深及び波長に比べて十分小さく、微小振幅波理論を適用できる。
 - (3) 造波板の運動は z 方向に一樣（ピストン型）で、 y 方向には連続とする。
 - (4) 側壁及び造波板は完全反射条件を満足する。
- 以上の仮定により、流体運動は、以下のラプラス方程式を満足する速度ポテンシャル $\phi(x, y, z, t)$ により記述される。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

また、境界条件は以下の通り規定される。

$$z=0: \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$z=-h: \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$y=\pm b: \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

* 正会員 工 博 鹿島技術研究所

** 正会員 工 修 鹿島技術研究所

*** 正会員 Ph. D. 鹿島技術研究所

ここに、 t は時間、 g は重力加速度である。式 (1) から (4) で示される問題は変数分離法により解の関数形を決めることができる。 x 正の方向に進む波は次式で表現される。

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} \{ \Phi_n^{(1)} + \Phi_n^{(2)} + \Phi_n^{(3)} \} e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} \Phi_n^{(1)} = & \left[\sum_{m=0}^{\alpha_n} A_{n,m,0} e^{i\sqrt{k_n^2 - \lambda_m^2} x} \cos \lambda_m y \right. \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\beta_n} B_{n,m,0} e^{i\sqrt{k_n^2 - \gamma_m^2} x} \sin \gamma_m y \right] \\ & \times \cosh k_n(h+z) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_n^{(2)} = & \left[\sum_{m=\alpha_n+1}^{\infty} A_{n,m,0} e^{-\sqrt{\lambda_m^2 - k_n^2} x} \cos \lambda_m y \right. \\ & \left. + \sum_{m=\beta_n+1}^{\infty} B_{n,m,0} e^{-\sqrt{\gamma_m^2 - k_n^2} x} \sin \gamma_m y \right] \\ & \times \cosh k_n(h+z) \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_n^{(3)} = & \left[\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} A_{n,m,s} e^{-\sqrt{\nu_{n,s}^2 + \lambda_m^2} x} \cos \lambda_m y \right. \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} B_{n,m,s} e^{-\sqrt{\nu_{n,s}^2 + \gamma_m^2} x} \sin \gamma_m y \right] \\ & \times \cos \nu_{n,s}(h+z) \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここに、 ω_n, ϵ_n はそれぞれ n 番目の成分波の角周波数、位相遅れを表し、 k_n は波数であり、以下の分散関係式から計算される。

$$\omega_n^2 = g k_n \tanh k_n h \quad \dots\dots\dots (9)$$

$\nu_{n,s}$ は、以下の方程式の第 s 番目の根である。

$$\omega_n^2 = -g \nu_{n,s} \tan \nu_{n,s} h \quad \dots\dots\dots (10)$$

さらに、 $\lambda_m = m\pi/b$, $\gamma_m = (m+1/2)\pi/b$, $m=0, 1, \dots, \infty$ である。 α_n, β_n はそれぞれ $k_n > \lambda_m$, $k_n > \gamma_m$ を満足する m の最大値である。また、 A, B は未定複素係数である。

x 負方向に進む波に対応する速度ポテンシャルは式 (5) から (8) 中の x を $-x$ で置き換えたものとなる。

2.3 造波板の運動と波浪場との関係

造波板の運動と造波される波浪場との関係は、以下の造波板位置での境界条件により最終的に決定される。

$$x=0: \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = u(y, t) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $u(y, t)$ は造波板の運動速度の x 方向の成分である。

式 (5) において第一項は進行波を表し、他の項は伝播に伴い減衰する波を表す。ここでは、波の吸収を考えているので、以下の進行波のポテンシャルを考えることとする。

$$\phi_i(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n^{(1)} e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

関数 $\cosh k_n(h+z)$ と関数 $\cos \nu_{n,s}(h+z)$, $s=1, 2, \dots, \infty$ との直行性を考慮すれば、 $\phi^{(1)}$ と u との関係は次式で表される。

$$\begin{aligned} u = & \frac{\int_{-0}^0 \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial x} \Big|_{x=0} \cosh k_n(h+z) dz}{\int_{-h}^0 \cosh k_n(h+z) dz} \\ = & \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{m=0}^{\alpha_n} A_{n,m,0} \sqrt{k_n^2 - \lambda_m^2} \cos \lambda_m y \right. \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\beta_n} B_{n,m,0} \sqrt{k_n^2 - \gamma_m^2} \sin \gamma_m y \right) \\ & \times i \frac{2k_n h + \sinh 2k_n h}{4 \sinh k_n h} e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

また、水面変動 $\eta(x, y, t)$ は速度ポテンシャルを用いて以下の通り表される。

$$\begin{aligned} \eta = & -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial t} \Big|_{z=0} \\ = & \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{m=0}^{\alpha_n} A_{n,m,0} e^{i\sqrt{k_n^2 - \lambda_m^2} x} \cos \lambda_m y \right. \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\beta_n} B_{n,m,0} e^{i\sqrt{k_n^2 - \gamma_m^2} x} \sin \gamma_m y \right) \\ & \times i \frac{k_n \sinh k_n h}{\omega_n} e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

これより、造波板位置での水面変動 $\hat{\eta} = \eta(0, y, t)$ は、式 (14) より、次式で示される。

$$\begin{aligned} \hat{\eta} = & \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{m=0}^{\alpha_n} A_{n,m,0} \cos \lambda_m y \right. \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\beta_n} B_{n,m,0} \sin \gamma_m y \right) \\ & \times i \frac{k_n \sinh k_n h}{\omega_n} e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

式 (13) と式 (15) より u と $\hat{\eta}$ とは、複素係数 $A_{n,m,0}$ と $B_{n,m,0}$ により互いに関係付けられることがわかる。さらに、 u と $\hat{\eta}$ とは、同一の成分波と固有モード m に対しては、同位相であり、多方向不規則波造波装置の場合でも一方向造波装置の場合 (川口, 1986) と同様に造波板位置での水面波形を検出し、その信号を造波板の速度の制御にあてることが、実時間制御の観点から有利であることがわかる。そこで、ここではこの方式の吸収制御方式に焦点を絞り理論を展開する。

2.4 反射波の吸収

今、図-2 に示されるような状況を考える。すなわち、構造物模型から造波板方向に傾めに向かう反射波 $\eta^{(r)}$ が造波板により再び反射され、再反射 $\eta^{(rr)}$ が水槽内部に戻っている。このとき、もし造波板が $\eta^{(rr)}$ と等しい波向き角と 180 度逆の位相を有する補償波 $\eta^{(c)}$ を造波すれば、反射波は造波装置により吸収されることになる。

式 (14) を参考にすれば、反射側壁を有する水槽内の進行する反射波 $\eta^{(r)}$ は以下の通り表される。

$$\begin{aligned} \eta^{(r)} = & \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{m=0}^{\alpha_n} P_{n,m} e^{-i\sqrt{k_n^2 - \lambda_m^2} x} \cos \lambda_m y \right. \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\beta_n} Q_{n,m} e^{-i\sqrt{k_n^2 - \gamma_m^2} x} \sin \gamma_m y \right\} \end{aligned}$$

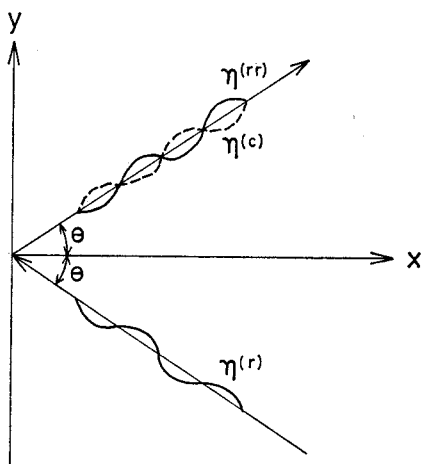


図-2 吸収造波の原理

$$\times e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \dots\dots\dots (16)$$

造波板が完全反射であると仮定すれば，上式より再反射波は，

$$\begin{aligned} \eta^{(rr)} = & \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{m=0}^{\alpha_n} P_{n,m} e^{i\sqrt{k_n^2 - \lambda_m^2} x} \cos \lambda_m y \right. \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\beta_n} Q_{n,m} e^{i\sqrt{k_n^2 - \gamma_m^2} x} \sin \gamma_m y \right\} \\ & \times e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

と書ける．さらに，補償波は次式で表現される．

$$\begin{aligned} \eta^{(c)} = & \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{m=0}^{\alpha_n} -P_{n,m} e^{i\sqrt{k_n^2 - \lambda_m^2} x} \cos \lambda_m y \right. \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\beta_n} -Q_{n,m} e^{i\sqrt{k_n^2 - \gamma_m^2} x} \sin \gamma_m y \right\} \\ & \times e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

造波板の運動速度と波面との関係式 (13)，(15) を参考にすれば，この補償波を造波するのための造波板の運動の速度 $u^{(c)}$ は，次式のように書ける．

$$\begin{aligned} u^{(c)} = & \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{m=0}^{\alpha_n} -P_{n,m} X_{n,m} \cos \lambda_m y \right. \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\beta_n} -Q_{n,m} Y_{n,m} \sin \gamma_m y \right\} \\ & \times e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここに， $X_{n,m}$ 及び $Y_{n,m}$ は以下の式により計算される．

$$X_{n,m} = \frac{\omega_n}{F_n} \frac{\sqrt{k_n^2 - \lambda_m^2}}{k_n} \dots\dots\dots (20)$$

$$Y_{n,m} = \frac{\omega_n}{F_n} \frac{\sqrt{k_n^2 - \gamma_m^2}}{k_n} \dots\dots\dots (21)$$

$$F_n = \frac{4 \sinh^2 k_n h}{2k_n h + \sinh 2k_n h} \dots\dots\dots (22)$$

ここで $X_{n,m}$ 及び $Y_{n,m}$ は，反射波面の情報から造波板の運動速度を算出する関数であるから，以下これを吸収伝達関数と呼ぶことにする．

吸収造波を行う場合，すなわち，模型からの反射波を

吸収しながら入射波を造波する場合，造波板位置で観測される水面波形は入射波と反射波との和である．しかし入射波は造波理論により事前に計算することができるから，観測された波面からこの値を差し引くことにより，造波板位置での反射波の水面分布を求めることができる．そして，この反射波の波面を基に，式 (16)，(19) により，理論的には反射波を吸収するための造波板の運動を求めることができる．

3. 実用化のための近似

3.1 造波装置の構造

前節では，造波板が連続的に変形し，水面波形を空間的に連続観測できるものとして，固有モード解析により多方向不規則波の吸収理論を導いた．しかし，実際には PS 型造波装置は有限の数の幅の狭い造波板の列で構成され，観測できる水面波形も有限の数の点においてである．そこで，吸収造波理論を実用化する前に，PS 型造波装置の構造について考える．本解析では，現在の所，多く用いられている 図-3 に示す 2 種類の水平構造を対象とする．すなわち，隣合う造波板の中間点を駆動する linked type と各造波板の中間点を駆動する separate type である．簡単のため，両構造共に駆動点の前面に波高計を設置し，造波板位置における水面波形を計測するものとする．すなわち，駆動点と同数の波面信号が得られる．今，駆動点あるいは波面計測点における， y 座標を y_j ， $j=1, \dots, N$ ，反射波の波形を $\eta^{(r)}$ ， $j=1, \dots, N$ ，反射波を吸収するための駆動点の運動速度を $u_j^{(c)}$ ， $j=1, \dots, N$ ，と書く．このとき，多方向波の吸収制御とは $\eta^{(r)}$ から $u_j^{(c)}$ への伝達マトリックスを求めることに他ならない．

3.2 近 似

式 (20)，(21) で示される吸収伝達関数 $X_{n,m}$ ， $Y_{n,m}$ は，周波数と固有モードの両者に依存している．この性質は，実時間の波の吸収制御を行う際に複雑なフィルター

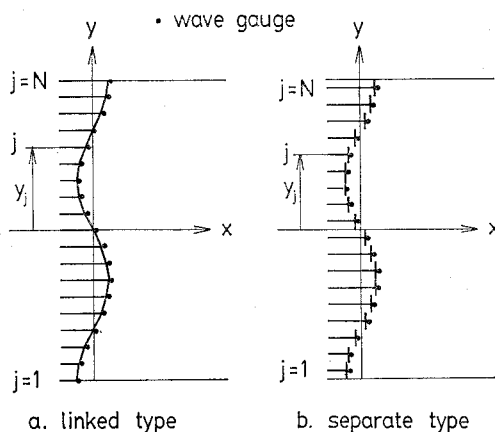


図-3 造波装置の構造と波高計の設置位置

を設計し使用しなければならず、実時間制御の実現を困難なものにする。そこで、実用性を高めるためには、近似理論が必要となる。

a) 狭周波数帯近似 (Method 1)

反射波の周波数スペクトルを狭帯域とみなす場合には、吸収伝達関数 $X_{n,m}$, $Y_{n,m}$ は、ピーク周波数の値で良く近似させることができる。すなわち、

$$X_{n,m} \approx X_m^{(1)} = \frac{\omega_p}{F_p} \frac{\sqrt{k_p^2 - \lambda_m^2}}{k_p} \quad (23)$$

$$Y_{n,m} \approx Y_m^{(1)} = \frac{\omega_p}{F_n} \frac{\sqrt{k_p^2 - \gamma_m^2}}{k_p} \quad (24)$$

ここで、添え字 p はピーク周波数での値を表す。この近似により、駆動点での反射波は、以下のように近似的に示される。

$$\hat{u}_j^{(r)} = \sum_{m=0}^{\alpha p} \bar{P}_m(t) \cos \lambda_m y_j + \sum_{m=0}^{\beta p} \bar{Q}_m(t) \sin \gamma_m y_j \quad (25)$$

ここに

$$\bar{P}_m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} P_{m,n} e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \quad (26)$$

$$\bar{Q}_m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_{m,n} e^{-i(\omega_n t + \epsilon_n)} \quad (27)$$

さらに、式 (19) で示される吸収するための駆動点の運動速度は、以下の通り近似される。

$$\hat{u}_j^{(r)} = \sum_{m=0}^{\alpha p} -X_m^{(1)} \bar{P}_m(t) \cos \lambda_m y_j + \sum_{m=0}^{\beta p} -Y_m^{(1)} \bar{Q}_m(t) \sin \gamma_m y_j \quad (28)$$

ただし、これらの表現を用い、 $\bar{P}_m$ と $\bar{Q}_m$ を消去すれば、 $u_j^{(c)}$ と $\hat{u}_j^{(r)}$ とを以下の通り直接関係付けることができる。

$$u_j^{(c)} = \sum_{j=1}^N Z_{r,j} \hat{u}_j^{(r)} \quad (29)$$

ここに、 Z は、式 (25)、式 (28) から求められる $N \times N$ の場所 (y_j) に依存する行列である。

b) 狭方向分散性近似 (Method 2)

制御工学の観点からすれば、式 (29) はまだかなり複雑である。なぜなら、ひとつの駆動点の運動速度を決定するために、全ての点の波面情報が必要となるためである。そこで、第二の近似を考える。もし、反射波の方向分散性が小さければ、 λ_m 及び γ_m の値は k_p に比べて小さくなることが予想される。このとき、式 (23) 及び (24) の吸収伝達関数 X 及び Y は以下の式で近似される。

$$X_m^{(2)} = \frac{\omega_p}{F_p} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_m}{k_p} \right)^2 \right\} \quad (30)$$

$$Y_m^{(2)} = \frac{\omega_p}{F_p} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_m}{k_p} \right)^2 \right\} \quad (31)$$

この第二の近似を用いれば、駆動点の運動速度は以下の

通り近似される。

$$u_j^{(c)} = \sum_{m=0}^{\alpha p} -X_m^{(2)} \bar{P}_m(t) \cos \lambda_m y_j + \sum_{m=0}^{\beta p} -Y_m^{(2)} \bar{Q}_m(t) \sin \gamma_m y_j = -\frac{\omega_p}{F_p} \left(\hat{u}_j^{(r)} + \frac{1}{2k_p^2} \frac{\partial^2 \hat{u}_j^{(r)}}{\partial y^2} \right) \quad (32)$$

式 (32) 中の第二項は、例えば以下の通り評価できる。

$$\frac{\partial^2 \hat{u}_j^{(r)}}{\partial y^2} \approx \frac{1}{(\Delta y)^2} (\hat{u}_{j+1}^{(r)} - 2\hat{u}_j^{(r)} + \hat{u}_{j-1}^{(r)}) \quad (33)$$

ここに、 $\Delta y = y_{j+1} - y_j = y_j - y_{j-1}$ である。この評価法により、ひとつの駆動点の運動速度を、その前面と両側の3本の波高計情報から算定することができる。また、この第二の近似法は、式 (32) 中の係数が場所によらない特色を持ち、この点で Method 1 と大きく異なる。

c) 一方向波近似 (Method 3)

式 (30)、(31) 括弧内の第二項を無視できる場合、吸収伝達関数は、従来から使われている一方向波の場合と同一となる。

$$X_m^{(3)} = Y_m^{(3)} = \frac{\omega_p}{F_p} \quad (34)$$

3.3 理論上の性能比較

上述の三通りの近似法の性能を比較検討するために、各近似理論による吸収伝達関数、式 (23)、(24) (Method 1)、式 (30)、(31) (Method 2)、及び式 (34) (Method 3) を、厳密解、式 (20)、(21)、と比較した。比較計算には、水理実験に典型的な条件として $h=0.5$ (m)、 $f_p=0.6$ (Hz)、 $b=9$ (m) を用いた。

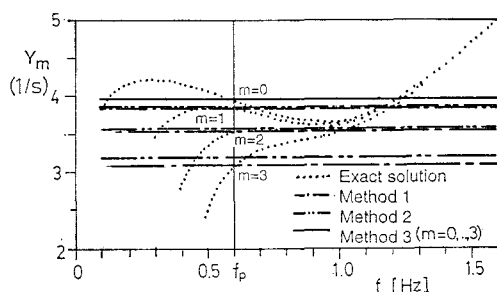
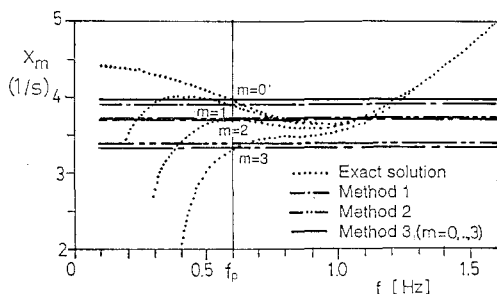


図-4 吸収伝達関数の比較

図-4 に、計算された吸収伝達関数 X 及び Y の周波数及び固有モードの次数 m による変化を示す。同図から、Method 1 及び 2 は $0.45 \sim 0.90$ (Hz), すなわち $0.75f_p \sim 1.5f_p$ の周波数帯では、厳密解をかなり良く近似していることがわかる。また、Method 3 は、Method 1 及び Method 2 の $m=0$ の場合にほぼ等しく、固有モードの次数が小さい内はかなり良い近似となる。しかし、次数が大きくなるに従い、他の近似法に比べて精度はやや劣ることがわかる。

4. 結 論

側岸が完全反射壁の長方形水槽内の多方向不規則波の吸収造波理論を示した。理論は、造波板位置での水面変動を計測し、反射波を吸収するために必要となる造波板の運動速度を算定するものである。実用化のための近似法を示し、今回提案した方法が、従来考えられている方法に比べて優れた性能を有することを理論的に示した。

参 考 献 文

- Dalrymple, R. A. (1989): Directional wavemaker theory with sidewall reflection, Jour. of Hydr. Res., Vol. 27, No. 1, pp. 23-34.
- Funke, E. R. and M. D. Miles (1937): Multi-directional wave generation with corner reflectors, National Res. Council Canada, Hydr. Lab., TR-HY-021.
- Isaacson, M. (1989): Prediction of directional waves due to a segmented wave generator, Proc. of 23rd Cong. of Int. Assoc. for Hydr. Res., Ottawa, pp. c-435-c-442.
- Sand, S. E. and A. E. Mynett (1937): Wave generation and analysis, Proc. of 22nd Cong. of Int. Assoc. for Hydr. Res., Lausanne, pp. 209-235.
- Takayama, T. (1982): Theoretical properties of oblique waves generated by serpent-type wavemakers, Rep. of the Port and Harbour Res. Inst., Vol. 21, No. 2, pp. 3-48.
- 川口 隆 (1986): 波面検出及び速度制御を用いた無反射造波方式, 三井造船技報第128号, pp. 20-24.
- 平口博丸・鹿島遼一・田中寛好・石井敏雄 (1990): 多方向不規則波造波機の反射波吸収性能に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 121-125.