

斜め遡上波の数値解析

浅野 敏之*・中野 武**

1. はじめに

波打ち帯 (swash zone) は海岸で直に観察できる波動運動の最前面であるが、漂砂を含めたその水理は以外に複雑で解明が進んでいない。最近, Bodge-Dean (1987) や Kamphuis (1991) は、実験・現地観測から沿岸漂砂量は、砕波点近傍のみならず波打ち帯にも別の極大値を有することを報告している。波打ち帯の漂砂とそれに伴う汀線の前進後退は、最近の海浜地形変化予測モデルの精密化においてもその解明が待望されるところでもある。

本研究は、波打ち帯の沿岸漂砂の特性を解明するための第1段階として、その外力である流体運動を明らかにすることを目的としたもので、汀線と入射角度を持って遡上する波の運動を記述する理論モデルを考察すると共に、数値計算によってその特性を調べたものである。

2. 斜め遡上波の運動の定式化

2次元平面遡上波を特性曲線理論に基づいて数値解析する方法もあるが、特性曲線を x - y - t 空間に拡張した特性曲面は円錐形と平面束の2種類あって、数学的な議論は簡単ではない (井上, 1986)。ここでは Ryrie (1983) の取り扱いに従って、擬時間 (pseudotime) $\hat{t}$ を導入し、 t, y 2つの独立変数を1つの独立変数 $\hat{t}$ にまとめて解析を簡略化する。

沖側端において θ_B の角度をもって入射する波峰の平行・直線の波が、平行等深線を持つ勾配 S' の斜面上を伝播する時の汀線付近の運動を考える (図-1 参照)。砕波線を原点として、汀線に直角方向に x 軸、沿岸方向に y 軸をとり、静水面を起点として鉛直上方に z 軸をとる。連続式および水深方向に積分した x, y 方向の運動方程式はそれぞれ次式となる。

$$\frac{\partial h'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'}(h'u') + \frac{\partial}{\partial y'}(h'v') = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t'}(h'u') + \frac{\partial}{\partial x'}(h'u'^2) + \frac{\partial}{\partial y'}(h'u'v')$$

$$= -gh' \frac{\partial \eta'}{\partial x'} - \frac{\tau'_{b,x}}{\rho'} \quad \dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t'}(h'v') + \frac{\partial}{\partial x'}(h'u'v') + \frac{\partial}{\partial y'}(h'v'^2) = -gh' \frac{\partial \eta'}{\partial y'} - \frac{\tau'_{b,y}}{\rho'} \quad \dots\dots (3)$$

上式中の ' は次元量であることを示す。ここに t' は時間、 g は重力加速度、 $\tau'_{b,x}$, $\tau'_{b,y}$ はそれぞれ x, y 方向の底面せん断応力、 ρ' は流体の密度である。 u', v' は、それぞれ水深方向に平均した x, y 方向の流速成分である。また h' は斜面上の水深、 η' は静水面から測った水位、 d'_B は沖側端の静水深でこれらは次式で結ばれる。

$$h' = \eta' + (d'_B - S'x') \quad \dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \eta'}{\partial x'} = \frac{\partial h'}{\partial x'} + S' \quad \dots\dots (5)$$

底面せん断応力の x, y 成分 $\tau'_{b,x}$, $\tau'_{b,y}$ は次式で表される。

$$\tau'_{b,x} = \frac{1}{2} \rho' f' |u'| u'$$

$$\tau'_{b,y} = \frac{1}{2} \rho' f' |u'| v' \quad \dots\dots (6)$$

連続式 (1) および式 (5) を考慮して式 (2), (3) を書き直すとそれぞれ次式となる。

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} + g \frac{\partial \eta'}{\partial x'} + \frac{1}{2} \frac{1}{h'} f' |u'| u' = 0 \quad \dots\dots (7)$$

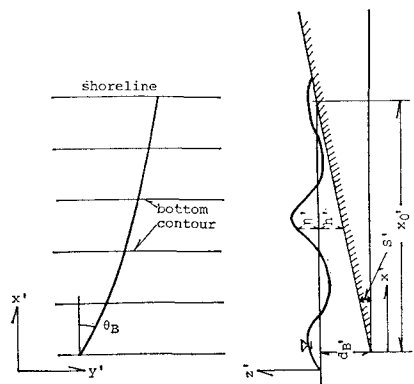


図-1 座 標 系

* 正会員 鹿児島大学助教授 工学部海洋土木工学科

** 福岡市役所

$$\frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} + g \frac{\partial \eta'}{\partial y'} + \frac{1}{2} \frac{1}{h'} f' |u'| v' \\ = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

入射波高 H' , 入射波周期 T' を用いて, 次のような無次元化を行う.

$$u = \frac{u'}{\sqrt{gH'}}; \quad \eta = \frac{\eta'}{H'}; \quad h = \frac{h'}{H'}; \quad t = \frac{t'}{T'}; \\ x = \frac{x'}{T' \sqrt{gH'}}; \quad c = \frac{c'}{\sqrt{gH'}}; \quad f = \frac{1}{2} \sigma f'; \\ \sigma = T' \sqrt{g/H'}; \quad S = T' \sqrt{\frac{g}{H'}} S' \quad \dots\dots\dots (9)$$

一方, y 方向の運動方程式 (8) の簡略化のために次の様な独立変数を導入する.

$$\hat{t} = t' - \frac{\sin \theta_B}{C_B} y' \quad \dots\dots\dots (10)$$

$\hat{t}'$ は波速 $C'/\sin \theta$ (Snell の法則から $C'_B/\sin \theta_B$ に等しい) で波と共に進行する座標系から見た時間で pseudotime と呼ばれる. 本解析では入射角 θ_B は十分小さいとする. すなわち,

$$\varepsilon = \frac{\sin \theta_B}{C_B} \sqrt{gH'} \quad \dots\dots\dots (11)$$

は小さいとし, これを微小パラメータとして以下の解析に用いる. 入射角 θ_B が微小であれば, 沿岸方向流速 v は u に比べて十分小さく, また y 方向の現象変化の長さスケールは x 方向に比べて十分大きいから, 次の様な拡大・縮小変換を導入し, 無次元化を行った後の諸量のオーダーを揃えてやる.

$$v = \frac{v'}{\varepsilon \sqrt{gH'}}; \quad y = \frac{\varepsilon y'}{T' \sqrt{gH'}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

この時, pseudotime の無次元表示は

$$\hat{t} = t - y \quad \dots\dots\dots (13)$$

となり ($\hat{t} = \hat{t}'/T$), 独立変数は次のように変換される.

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}} = \frac{\partial}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial \hat{t}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{1}{T'} \frac{\partial}{\partial t} = \frac{1}{T'} \frac{\partial}{\partial \hat{t}}, \quad \frac{\partial}{\partial x'} = \frac{1}{T' \sqrt{gH'}} \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial y'} = \frac{\varepsilon}{T' \sqrt{gH'}} \frac{\partial}{\partial y} = -\frac{\varepsilon}{T' \sqrt{gH'}} \frac{\partial}{\partial \hat{t}} \quad \dots\dots\dots (15)$$

を考慮すると, 式 (1), (7), (8) の無次元形として次式が誘導される (Ryrie, 1983).

$$\frac{\partial h}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial (uh)}{\partial x} = \varepsilon^2 \frac{\partial (vh)}{\partial \hat{t}} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \hat{t}} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + S + \frac{1}{h} f u |u| = \varepsilon^2 v \frac{\partial u}{\partial \hat{t}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\varepsilon \left\{ \frac{\partial v}{\partial \hat{t}} + u \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial \hat{t}} + \frac{f |u| v}{h} \right\} = \varepsilon^3 v \frac{\partial v}{\partial \hat{t}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ε^2 以上の高次項を無視すれば式 (16), (17) の右辺は 0 となり, 汀線に直角に入射する長波の式と同型になる. よって入射角をもって遡上する場合も u と v との相互干渉効果は考慮しなくて良いことになる.

式 (18) を $O(\varepsilon)$ の範囲で考えると,

$$v \hat{t} + uv_x - h \hat{t} + \frac{f |u| v}{h} = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

この式は次の様に書き直すことができる.

$$h(v \hat{t} - h \hat{t} + uv_x) + v \{ h \hat{t} + (hu)_x \} + f |u| v = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

上式を保存形で書き直すと,

$$R_t + S_x = -f |u| v \quad \dots\dots\dots (21)$$

が得られる. ここに,

$$R = hv - \frac{1}{2} h^2, \quad S = huv \quad \dots\dots\dots (22)$$

これを差分法によって解けば, 沿岸流速 v が計算される. ただし, 遡上波先端では水深 h が小さくなるので, v の算定精度は悪くなる.

3. 数値計算の手順

初期条件は計算領域のすべての点で静水状態を仮定し, x, y 方向流速を 0 とする. すなわち,

$$h(x, 0) = d_B - Sx, u(x, 0) = 0, v(x, 0) = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

境界条件については次のように考えた. 2. で示したように, 数値計算の基礎式は $O(\varepsilon^2)$ 以上を無視すれば, 岸沖方向について従来の 1 次元非線形長波方程式と同型の式 (16), (17) と, 沿岸方向運動方程式 (21) に分離された. 岸沖方向運動方程式は Kobayashi et al. (1987) にならって数値計算を行った. すなわち沖側境界条件として次式を与えた.

$$h = d_B + \eta_i(t) + \eta_r(t), \quad \text{at } x=0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここに, η_i, η_r は沖側端での入射波, 反射波の時間波形で, η_r は後退特性曲線 $\beta = -u + 2c = -u + 2\sqrt{h}$ より, 次式で与えられる.

$$\eta_r(t) = \sqrt{d_B} \beta(t)/2 - d_B, \quad \text{at } x=0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

u の沖側境界条件は β と h から自動的に定まる.

岸側端について計算ステップの進行とともに遡上波先端の位置 x_s を定める必要がある. これは汀線での運動学的条件と水深 0 の条件より, 次式で与えられる.

$$\frac{dx_s}{dt} = u, h=0 \quad \text{at } x=x_s(t) \quad \dots\dots\dots (26)$$

実際には汀線位置は $h=0$ ではなく, 微小水深 δ を定め, $h_{j,n} > \delta, h_{j+1,n} \leq \delta$ となる $j=s$ の節点を見出す手続きが必要である (Hibberd-Peregrine, 1979). 本解析では平面 2 次元波を, 式 (10) を導入することにより沿岸方向に $C'/\sin \theta$ の速度で進む波向線に沿った 1 次元解析法で計算することになる. 岸側端の境界条件については, 式 (26) 中の t を $\hat{t}$ とすればよい. 沖側境界条件については岸で反射し, 沖側端に逆進行する波の沿岸方向成分波を考慮する必要がある. そのためには連続式は式 (16) で右辺を 0 としたものではなく, 本来の式 (1) で解析する必要がある. 平面 2 次元にメッシュを組めば

斜め入射波に対する無反射沖側境界を与えることができるが(例えば谷本・小舟, 1975, 日野・仲座, 1988), そうすれば1次元解析法という本解析の特徴を失うことになる。ここでは沿岸方向の流速 v は, 沖側端で入射波を与え始めてから沖側端に反射波が到達しない範囲の $t' = 2T \sim 3T$ 後の結果を採用することとした。式(21)は数値粘性項を含むLax-Wendroffスキームで計算した。

4. 計算結果並びに考察

数値計算プログラムは無次元量で記述されているが, 計算条件および最終的な結果の表示は感覚的な理解の容易さから次元量で表示する。計算条件は沖側端の水深 h_B を5mとし, 波高 $H'=1$ mの入射波の遡上を対象とする。斜面勾配 $S'=0.4$, 入射波周期 $T'=10$ s, 入射角 $\theta_B=20^\circ$ を基本条件とし, 3つのうちの2つを固定し1つの条件を順次変えて結果の特性の変化を調べた。

図-2は, 上から順に沿岸方向流速 v' , 岸沖方向流速 u' , 水位変動 η' の空間波形を次元量で表したものである。曲線の上に示した番号 n は位相 θ を示し, $\theta = (n-1)\pi/4$ である。この S' のケースでは静水時汀線位置 x_0 は12.5mのところにある。図より, 波が遡上するとき($n=2, 3$)に沿岸方向流速 v は静水時汀線より岸よりの $x=15$ m付近で鋭なピークを示す。一方, 遡上波の

流下時($n=4, 5$)には静水時汀線より沖側にあり, ピークの形状は鈍い。しかし, 沿岸流速の最大値は遡上時, 流下時ともほぼ等しく, 岸沖流速の最大値の4割程度となる。

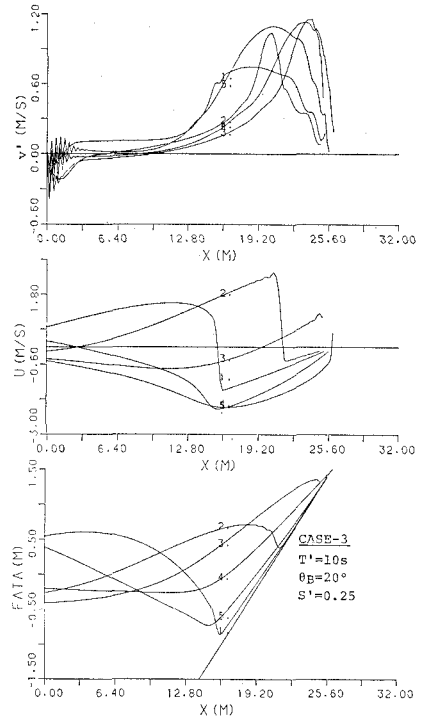


図-3 沿岸方向流速(上段), 岸沖方向流速(中段), 水位変動(下段)の空間分布(CASE-3)

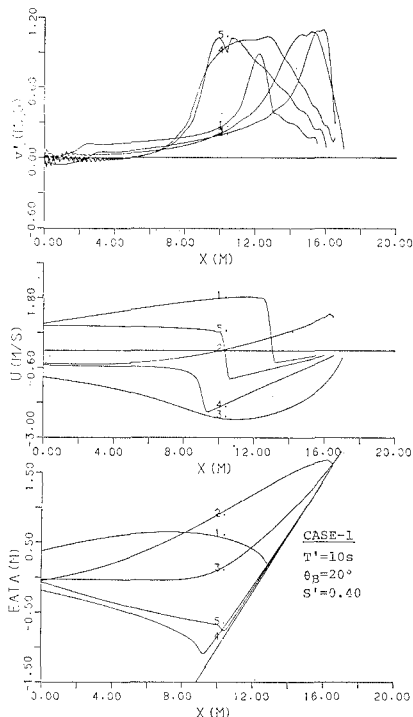


図-2 沿岸方向流速(上段), 岸沖方向流速(中段), 水位変動(下段)の空間分布(CASE-1)

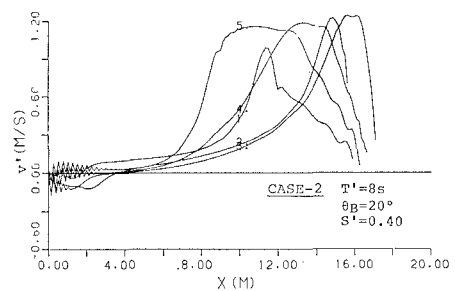


図-4 沿岸流速の空間分布(CASE-2)

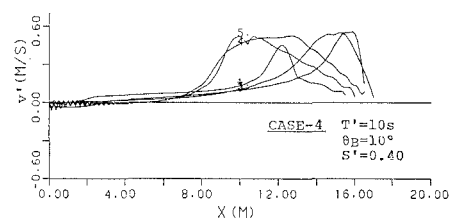


図-5 沿岸流速の空間分布(CASE-4)

図-3 は、斜面勾配が 0.25 と緩い場合で、静水時汀線位置 x_0 は 20 m のところにある。水位変動波形、岸沖流速波形も図-2 より変化し、このことが沿岸方向流速波形に影響する。図-2 とくらべ、遡上時の沿岸流速波形は図-2 と同様尖鋭なピークを示すが、流下時の v の極大値は図-2 より減少することがわかる。

図-4 は入射波周期 T' を小さくした場合の沿岸流速波形である。やや流速値が大きくなっているが、流速分布は図-2 とほとんど変化しない。図-5 は、入射角 θ_B が 10° と小さい場合の沿岸流速波形である。本解析では u, h と v の相互干渉はないから、 θ_B が変化しても u, h は変わらず、 v は式 (12) より $\sin \theta_B$ で無次元化されているので、次元量に直す段階で倍率が異なるのみである。

図-6 は、横軸に時間 t' 、縦軸に岸沖方向距離 x' をとり、その時刻・岸沖位置での平面 2 次元の流速ベクトルを示したものである。図から汀線での波の遡上と沿岸流速の増減の様子を読み取ることができる。すなわち、遡上時には汀線に比較的大きく角度を有して遡上するのに対し、流下時にはほぼ斜面に直角に流下する。この流体運動を外力とすれば汀線付近のシグザグ漂砂も表現できると考えられる。

図-7 は下段から上段に向かって沖側から岸側に位置が変化するときの沿岸方向流速の時間波形を示したものである。静水時汀線位置 x_0 は 12.5 m のところにある。図から沿岸流速の瞬間的な最大値 v_{peak} は最も岸側で最大となるが、1 周期平均沿岸流速 v_{mean} は静水時汀線付近で、また沿岸流の流量 Q

$$Q = \int_0^{T'} v'(t) h'(t) dt \dots \dots \dots (27)$$

は、さらに沖側で最大となるようである。

図-8 は v_{peak} , v_{mean} , Q の岸沖方向分布について示し

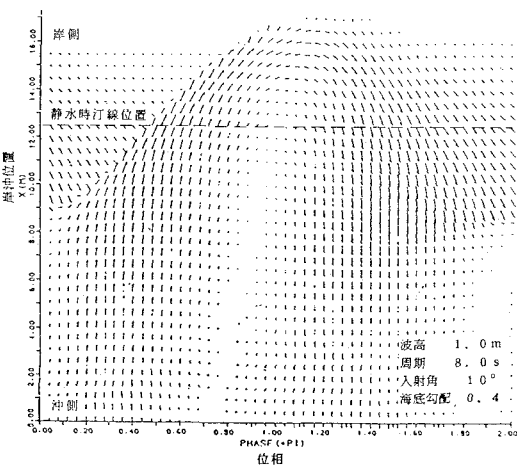


図-6 遡上波の 2 次元流速ベクトル

たもので、横軸は $(x-x_0)/x_0$ である。下段の瞬間的最大の値については、CASE-3 を除き静水時汀線より岸方で最大となる。 $v_{\text{peak}}=0$ が遡上端であるが、そこから流速が急激に増加して第 1 のピークを取り、さらに大きな第

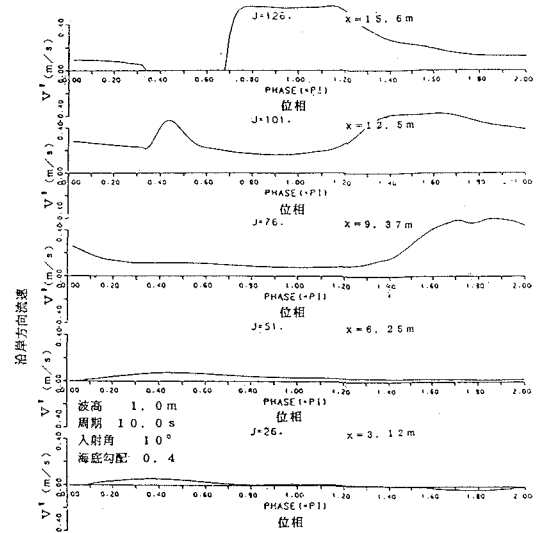


図-7 沿岸流速の時間変化

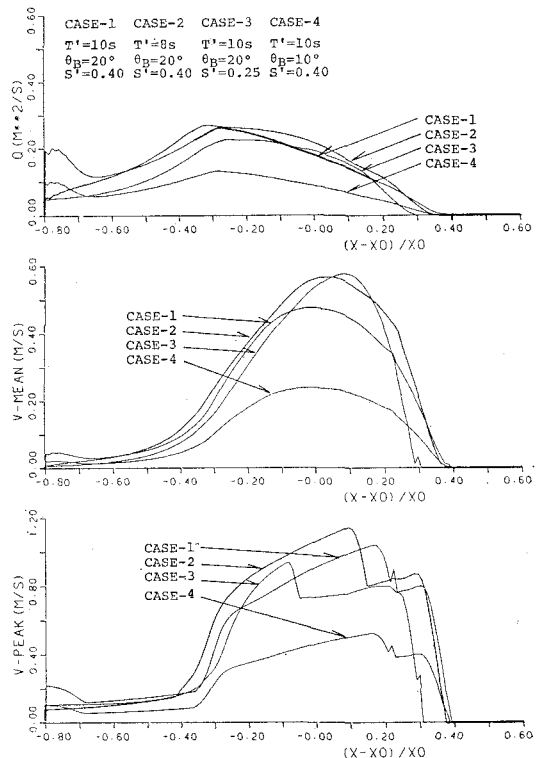


図-8 v_{peak} (下段), v_{mean} (中段), Q (上段) の岸沖方向分布

2のピークを取った後、高原状になだらかに減少する。中段の1周期平均値 v_{mean} はいずれのケースもなだらかな曲線を描き、最大値は静水時汀線付近に取る。上段の沿岸流流量 Q は静水時汀線から沖側端までの距離の1/3程度沖方で最大値をとる。

5. 結 語

本計算から汀線付近の砂運動の特性を記述する上で有用と考えられる以下のような結果が得られた。

- (1) 沿岸方向流速の空間波形は遡上時には汀線より岸側で鋭いピークを有し、流下時には鈍いピークを有する。しかし、流下時にも沿岸流速は余り減少しない。
 - (2) 遡上波の流速ベクトルを平面2次元で表示すると、遡上時の流速は汀線と比較的大きな角度を有し、流下時には斜面に直角に近くなる。このことは汀線付近のジグザグ漂砂と関係する。
 - (3) 沿岸流速が岸沖方向のどの位置で最大流速を有するかを、瞬間流速、1周期平均流速、沿岸流流量の3つの量で計算結果を表示した。瞬間流速は静水時汀線より岸側で、平均流速はほぼ静水時汀線付近で、また沿岸流流量はそれより沖方で最大値を取ることがわかった。沿岸漂砂が掃流状態であれば第1の量が、浮遊状態があれば第3の量の重要性が高くなる。
- 本解析は1次元的な解析で簡明であるが、現段階では境界条件の与え方が十分でなく、周期的な入射波を計算することができない。この数値計算の精度向上と併せて、実験・現地観測結果との突合せも行いたい。著者らは鹿児島県吹上浜において、遡上波と汀線付近の漂砂量

に関する現地実験を行っているが(浅野ら, 1991), 乱れの影響の少ない遡上波に対する観測データから本解析の適用性について検討したいと考える。

最後に本研究を実施するにあたって文部省科学研究費(国際共同研究: 代表者前野賀彦日本大学助教授)の補助を得た。その一環として Univ. of Delaware の小林信久教授から一次元遡上波の数値計算について御教示頂いた。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 浅野敏之・中村和夫・森山健一(1991): 波打ち帯における波の遡上と底質濃度に関する現地観測, 土木学会第46回年次学術講演会講演集, II, pp. 1006-1007.
- 井上和也(1986): 開水路非定常流の数値計算法とその水工学への応用に関する研究, 京都大学学位申請論文, pp. 237.
- 谷本勝利・小舟浩治(1975): 数値波動解析法による港内波高分布の計算, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 249-253.
- 日野幹雄・仲座栄三(1988): 数値波動解析における新しい無反射境界スキームの平面二次元問題への適用, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 262-266.
- Bodge, K. R. and R. G. Dean(1987): Short-term impoundment of longshore transport, Proc. Coastal Sediment '87, pp. 468-483.
- Hibberd, S. and Peregrine, D. H. (1979): Surf and run-up on a beach: A uniform bore, J. Fluid Mech., Vol. 95, pp. 323-345.
- Kamphuis, J. W. (1991): Alongshore sediment transport rate distribution, Proc. Coastal Sediment '91, pp. 170-183.
- Kobayashi, N., A. K. Otta and I. Roy (1987): Wave reflection and run-up on rough slopes, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE, pp. 282-298.
- Ryrie, S. C. (1983): Longshore motion generated on beaches by obliquely incident bores, J. Fluid Mech., Vol. 129, pp. 193-212.