

波形追跡法による入反射波の分離

香取 完和*・平良 達也**・水口 優***

1. 緒 言

造波水路を用いて構造物の反射率を計測する場合等、入反射波の分離が必要となる場合が多いが、水路が充分な長さを有しない時や、造波機が無反射式でない場合には有効測定時間が短く、多重反射状態のデータも含めた解析が必要となり、解析が複雑となることが多い。本論文で示す入反射波分離手法は規則波を対象としたものであるが、正弦波の重ね合せとして入反射波を表現する方法 (Goda・Suzuki, 1976; 今給黎・水口, 1984) では、波の場が時間的に変動する、あるいは非線形性の強い波を扱う場合には、規則波を対象として行った実験であっても便宜的に不規則波としてデータを扱う必要が生じる。また、長波理論に基づく比較的簡単な手法も提案されている (Guza et al., 1984; 久保田ら, 1989; Mizuguchi, 1990) が、長波理論が適用される浅海域に領域が限られる (水口, 1991)。このような中で、本研究は、従来の手法に較べより簡便に入反射波の分離が行え、宜つ各成分の時系列が得られる新たな手法を提案するものである。

2. 波形追跡法による入反射波の分離手法

本研究では規則波を対象とするが、水路内に複数台の波高計を設置し、水面波形を追跡することにより入反射波の分離を行うものである。波高計相互の設置間隔は任意に取ることができるが、ここでは簡単のために水路内に n 台の波高計を一定間隔 l で設置した場合を想定する。そして、i) 入射波および反射波は、波高計群を通過する間においてその波形を変えず一定した波速を有する。ii) 水位は両者の和として表されると仮定する。沖側端波高計位置での時刻 t の入反射波成分をそれぞれ $\eta_i(t)$, $\eta_r(t)$ と表すと、沖から j 番目の波高計位置の水位 $\eta_j(t)$ は、

$$\eta_j(t) = \eta_i(t - (j-1)\tau) + \eta_r(t + (j-1)\tau) + \varepsilon_j(t) \quad \dots(1)$$

と表される。ここで τ は、波が距離 l 進むに要する時間であり、 $\varepsilon_j(t)$ は誤差成分である。式 (1) を

$$\begin{aligned} \varepsilon_j(t + (j-1)\tau) &= \eta_j(t + (j-1)\tau) - \eta_i(t) \\ &\quad - \eta_r(t + 2(j-1)\tau) \end{aligned}$$

と書換え、 n 本の波高計全体の誤差の 2 乗を ε^2 とし、 $\varepsilon^2 = \sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2(t + (j-1)\tau)$ と定義する。最小 2 乗法を用いると、 ε^2 を最小とする $\eta_i(t)$ は $\partial \varepsilon^2 / \partial \eta_i(t) = 0$ で与えられ式 (2) の関係が得られる。また、同様にして反射波成分は、式 (3) となる。

$$\begin{aligned} \eta_i(t) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [\eta_j(t + (j-1)\tau) \\ &\quad - \eta_r(t + 2(j-1)\tau)] \dots(2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_r(t) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [\eta_j(t - (j-1)\tau) \\ &\quad - \eta_i(t - 2(j-1)\tau)] \dots(3) \end{aligned}$$

式 (2) と式 (3) を用い初期値を 0 として交互に繰返し計算することにより、 $\eta_i(t)$ と $\eta_r(t)$ の時系列を求めることができる。この時、式 (2) の形から、入射波成分 η_i の時刻 t の値を求めるのに $t + 2(j-1)\tau$ 後までの反射波成分 η_r が必要となる。また、同様に反射波成分 η_r の時刻 t の値を求めるのに $t - 2(j-1)\tau$ 前までの入射波成分 η_i が必要となることから、入射波と反射波で必要となるデータの範囲が異なることに注意を要する。

3. 数値実験による入反射波分離精度の検討

本手法の基本的な特性を把握するために、数値実験により入反射波の分離精度を検討した。

3.1 数値実験条件

図-1 は数値実験で設定した水路断面と波高計の設置位置である。造波板から岸側反射面までの距離(水路長)

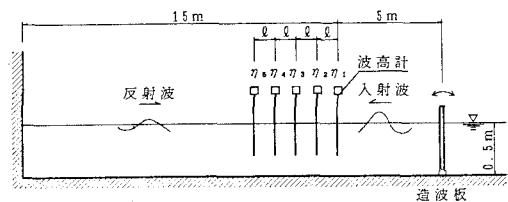


図-1 数値実験水槽

* 正会員 工修 (株)コスタルエンジニアリング

** 正会員 (株)コスタルエンジニアリング

*** 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

は 20 m であり、水深を 50 cm としている。水路内には 5 台の波高計が等間隔 l で設置され、沖側端の波高計と造波板との間隔は 5 m である。また、入射波高 $H_i=10$ cm、周期 $T=2.0$ s の正弦波を発生させ、岸側反射面の反射率を 0.5、造波板の反射率を 1.0 とした。尚、データのサンプリング時間間隔 $\Delta t=0.05$ s である。

3.2 波高計設置間隔 l と分離精度

ここでは波高計の設置間隔 l と分離精度の関係について論じるが、最初に分離結果の一例を示し本手法を理解する上での一助とする。図-2 は、2 台の波高計を間隔 $l=1.0$ m ($l/L=0.247$) に設置した場合の入反射波分離結果で、図-1 の沖側端波高計位置での水位変動を示す。図中横軸は造波後の経過時間 t (s) であり、縦軸 η_i , η_r がそれぞれ入射波および反射波の水位変動成分を表す。図から入射波成分 η_i を見ると、造波して 2 波後に正規の波高となるように造波データを作成していることに対応して、入射初期の波高が緩かに増加している。その後一定の波高を保った後、造波約 25 秒後に、岸側反射面（反射率 0.5）で反射した波が造波板（反射率 1.0）で反射し到達しており、多重反射の状態に入っている。一方、反射波成分 η_r を見ると、岸側反射面からの波が造波約 20 秒後に到達し、その後造波板と岸側反射面を往復した後、造波約 40 秒後に沖側端波高計位置に再び到達している様子が読み取れる。設定した水位変動データとの誤差の定義は次に述べるが、図-2 の結果は誤差が 0.1% 以下の値を示しており、多重反射状態でも良好な結果を与えることがわかる。

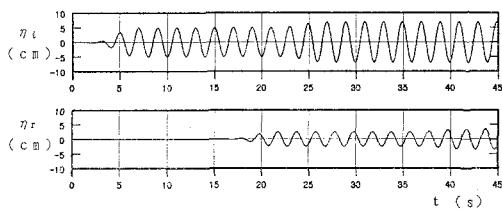


図-2 入反射波分離結果の一例

図-3 は、波高計の設置間隔と分離精度の関係である。この時、図-2 から、多重反射状態でも分離結果が良好であったため、図-3 の検討時には多重反射成分を造波データから扣除き、結果の解釈を容易なものにしている。図中には波高計の台数を数字 (2~5) で示しているが、横軸は波高計群の全長 $((n-1)l)$ を波長 L で除したもの、縦軸は真値との誤差を表す。誤差 E_R の定義は式 (4) の通りであり、真値 (η'_i, η'_r) との差を入射波高 H_i で正規化したもので、 E_i と E_r の内、大きい方の値をもって誤差 E_R を定義している。

$$E_R = \max [E_i, E_r] \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$E_i = \left[\sum_{j=1}^N (\eta_i - \eta'_i)^2 \right]^{1/2} / H_i$$

$$E_r = \left[\sum_{j=1}^N (\eta_r - \eta'_r)^2 \right]^{1/2} / H_i$$

このような誤差の定義は本分離手法の特性から判断して定めたものであり、後述する内容から理解されるところであるが、式 (2) と式 (3) を用いた繰返し計算において式 (3) の反射成分を繰返しの第 1 回目に求め、その後式 (2) の入射波成分、再び式 (3) の順で繰返すことにより、分離不能な要素が主に反射波成分に残ることと、さらに反射率を 0.5 に設定していることおよび H_i で正規化していることを考慮したもので、分離精度が不良な場合には入射波成分誤差 E_i が大きくなり易い。図-3 の結果を見ると、当然の結果として、各波高計で計測される水位変動の位相差が π の整数倍となるような場合には分離が難しくなる (E_R の値が大きくなる) ことを示しているが、波高計間隔を適切に設定することにより、良好な結果が得られることがわかる。

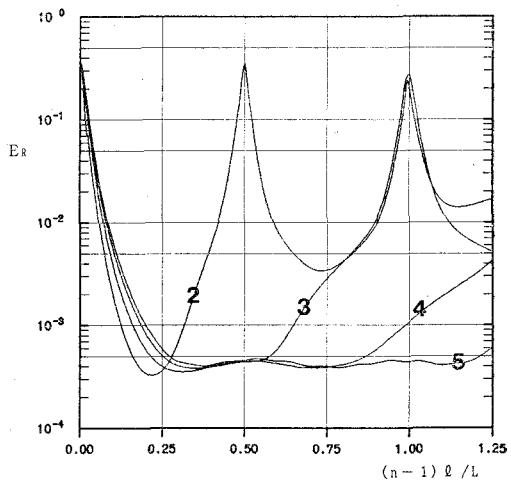


図-3 波高計設置間隔と分離精度

3.3 データサンプリング時間間隔 Δt と分離精度

図-4 はデータサンプリング時間間隔と分離精度の関係である。横軸はデータサンプリング時間間隔 Δt を周期 T で正規化したものであり、縦軸は先に式 (4) で定義した誤差 E_R である。先の図-3 の結果から $(n-1)l/L=0.25$ が波高計の台数に関係せず良い結果を与えていたため、ここでは $(n-1)l/L=0.25$ に設定している。図-4 を見ると、当然の結果として Δt が大きくなると誤差 E_R が大きくなっているが、 $\Delta t/T=0.10$ 程度でも誤差は 1% 程度に留っている。実際の実験においては扱うデータがより複雑なものとなるため、 $\Delta t/T$ を 0.04 以下程度に設定すべきであろう。尚、図中の実線に変動が

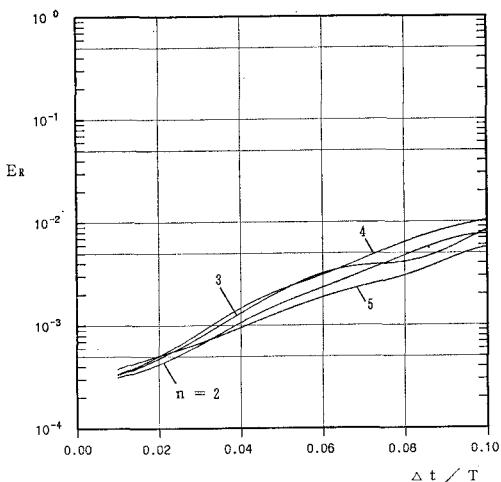
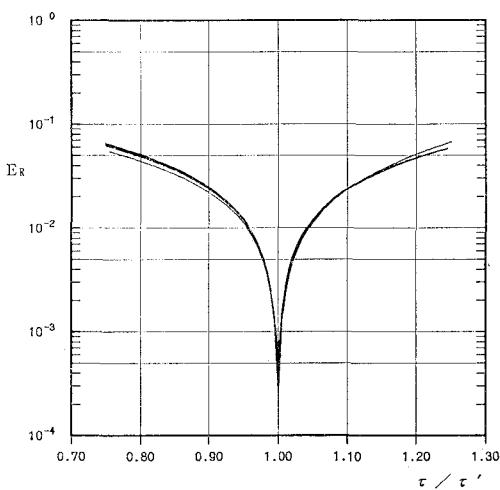


図-4 データサンプリング時間間隔と分離精度

見られるのは、与えた Δt 毎の波高データから式(2)および式(3)の τ を含む時刻の水位データを内挿して求める際に直線補間を行っているためであるが、直線補間でも実用上の問題は無いと判断される。

3.4 τ の設定誤差と分離精度

本手法は波形を追跡することにより入反射波を分離する(認識する)ものであるため、波高計間隔 l を波が伝播するに要する時間 τ の設定精度は高いことが要求される。図-5は τ の設定誤差と分離誤差 E_R の関係を示したもので、横軸は真値を τ' として設定値 τ を除したものであり、 l と Δt は先の検討結果から $(n-1)l/L=0.25$, $\Delta t/T=0.025$ としている。図に見るよう波高計の台数による違いが少ないため、波高計台数(2~5台)は明示されていないが、 τ の設定誤差は $\pm 5\%$ 以内に抑えること

図-5 τ の設定誤差と分離精度

が望まれる。このため、入射波成分のみが存在する時間帯の波高計データを用いて最も相関が高くなる位相差を求めてを算出するのが最も確実な方法であるが、通常の微小振幅波理論に基づく波速算定式を利用して τ を算定しても $\pm 5\%$ 以内の精度は充分得られるであろう。

3.5 波高計の検定誤差と分離精度

本手法では比較的取扱いの簡単な波高計のみを用いるため、本来検定の誤差は少ないものと思われるが、図-6は波高計の検定誤差と分離精度を示したものである。検定誤差がどの波高計で生じるかは不確定であるため、ここでは図-1で冲側から2番目の波高計に検定誤差があったものとした。このため横軸は誤差を含む η_2/η'^2 を真の水位値 η_2 で正規化している。図からも明らかなように、波高計の台数が少ない時には波高計一台の検定誤差の影響は大きいものの、台数が増すにつれ分離精度への影響は小さくなっている。図より判断すれば、波高計の検定誤差は $\pm 5\%$ 以内に抑えることが望まれる。尚、図-6を求めるに当たっては、 $(n-1)l/L=0.25$, $\Delta t/T=0.025$ を設定している。

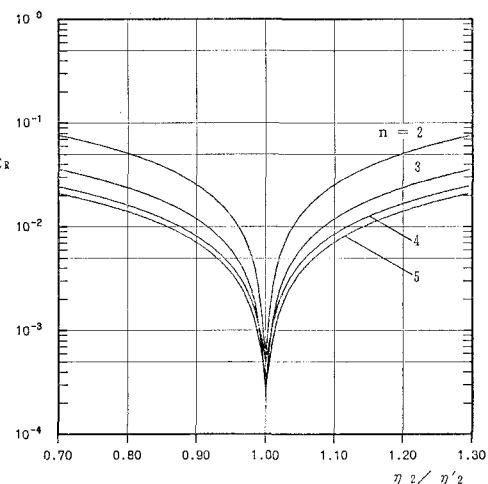


図-6 波高計の検定誤差と分離精度

3.6 反射率とノイズによる影響

分離精度に与える反射率とノイズの影響について簡単に述べると、本手法が多重反射の状態でも良好な結果を与えるものである(図-2)ことからも類推されるように、反射率が変化しても分離結果に何ら影響を与えない。一方、ノイズに関しては独立したホワイトノイズを n 台の波高計全部に乗せた場合、分離結果に同レベルのノイズが残るが、ノイズが一部の波高計に限られるとその影響はかなり低減する。

3.7 非線形波への適用性

水路規模の制約から充分な冲合水深を取ることができ

す、沖合に設置した波高計群設置位置でも水深が浅い場合には、波高の大きな波を発生させると波の非線形性が強いものとなる。このため、波高計群設置位置で非線形波が重合した場合を想定し、分離精度を検討した。式(5)は Goda・Abe (1968) による有限振幅部分重複波の算定式である。式中 a は入射波の片振幅で $a=H_i/2$ であり、 r は岸側反射面の反射率 ($r=H_r/H_i$)、 k は波数 ($k=2\pi/L$)、 σ は角周波数 ($\sigma=2\pi/T$)、 h は水深、添字 i および r は入射波および反射波成分を意味する。

$$\eta = a \cos \theta_i + a_2 \cos 2\theta_i + r a \cos \theta_r + r^2 a_2 \cos 2\theta_r + \frac{1}{2} r k a^2 (\tanh kh + \coth kh) \cos 2kx \quad (5)$$

$$a_2 = \frac{1}{4} k a^2 \coth kh (3 \coth^2 kh - 1) \quad (6)$$

$$\theta_i = kx - \sigma t, \quad \theta_r = kx + \sigma t \quad (7)$$

図-7 は、 $H_i=H_r=10 \text{ cm}$ 、 $T=2.0 \text{ s}$ 、 $h=50 \text{ cm}$ 、 $(n-1)l/L=0.25$ 、 $At/T=0.025$ を設定して行った入反射波分離結果である。図-3 に示した結果からも理解されるように、図-7 の (a), (b) の 2 台の波高計を用いた分離結果では、式(5)の倍周波数成分が分離できないことがわかる。波高計が 2 台の場合 $l/L=0.25$ となり、倍周波数成分の波長 $L'=L/2$ より、 $l/L'=0.5$ となるためである。この時、繰返し計算の第一ステップを η_r から行った場合 (a) と η_i から行った場合 (b) では、分離不可能な成分が第一ステップを計算する成分に吸収されることがわかる。一方、波高計を 3 台用いた結果 (c) では、入反射波は良好に分離されており、波高計を 4 台以上用いた場合との差異はほとんど無い。このような結果から判断すると、非線形性（有限振幅性）の強い波を対象

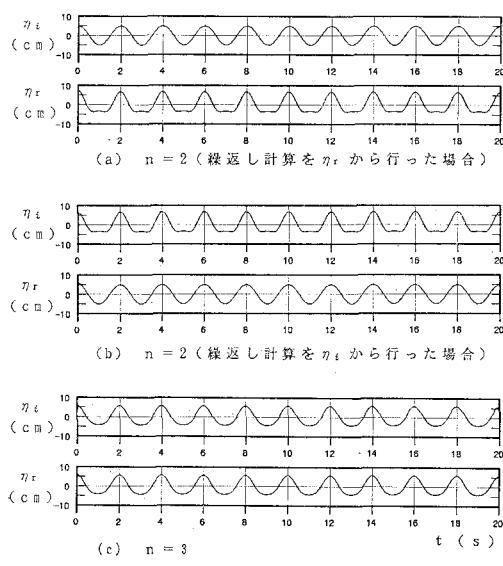


図-7 非線形波の入反射波分離例

とする場合には波高計の台数を増し、分離精度を向上させる必要がある。

4. 水理実験による入反射波分離精度の検討

本手法の基本的な特性は前節の数値実験により理解されたが、ここでは水理実験データ（水口、1991）を用いて実際問題への適用性を検討する。

図-8 は実験水槽と計測器の配置である。底面は 3m 区間のスロープ（勾配 1/10）を経た後、水深 h (22.5 cm あるいは 20.5 cm) の一様水深面（長さ 5.75 m）を形成し、岸端は直立壁となっている。一方、3 台の波高計が平坦部沖端に間隔 50 cm で並べられている。また、波高計群の内、岸側端位置には底面から 8 cm の位置に流速計のセンサーが取付けられ、波高計と流速計を用いた久保田ら (1989) の手法との対比ができるものとなっている。入射波は周期 $T=1.64 \text{ s}$ とし、波高が約 2.5 cm (浅海アーセル数 $U_r=gHT^2/h^2=13.2$) と約 5.5 cm ($U_r=35.1$) の 2 種（共に $(n-1)l/L=0.45$ ）である。尚、久保田らの手法は疑似非線形長波理論を用い、浅海域での非線形性を考慮するために二次のオーダーで非線形長波理論の連続の式を満足させたもので、次のように与えられる。

$$\eta_i = \frac{1}{2} \left[\eta + u \sqrt{\frac{h}{g}} \cdot \frac{h}{h-\eta} \right] \quad (8)$$

$$\eta_r = \frac{1}{2} \left[\eta - u \sqrt{\frac{h}{g}} \cdot \frac{h}{h-\eta} \right] \quad (9)$$

ここで η は波高計により計測される水位変動、 u は流速計により計測される流速、 h は水深、 g は重力加速度である。

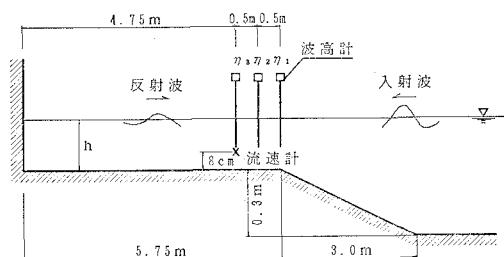


図-8 水理実験水槽と計器配置

図-9 は非線形性の弱い $U_r=13.2$ の場合の結果である。(b) に見るように、分離結果も比較的良好で本手法と久保田らの手法による分離結果に差異がない。一方、図-10 は非線形性の強い $U_r=35.1$ の場合の結果である。両手法の差異が大きく、久保田らの方法によるものの方が良い結果を与えていているようであるが、これは (a) 生データに見るように、入射波のみが存在する時間帯（造波 0 ~ 約 8 秒後）でも 3 本の波高計の出力に違い

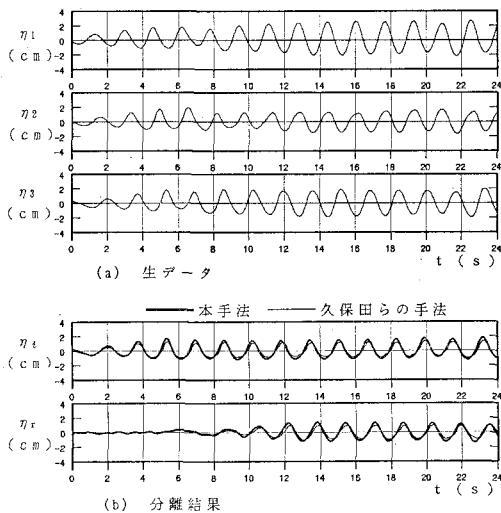


図-9 実験結果 ($H=2.5$ cm, $T=1.64$ s, $h=22.5$ cm, $Ur=13.2$)

が大きく、波高計群がスロープの上端に近いところに設置されていることによる波の擾乱が見られ、本手法の適用が難しいデータであることがわかる。また、3.7節でも見られたように、本手法の分離結果に倍周波数の変動が見られ、波高計設置間隔が問題であることがわかる。これらデータの不適切さから生じる問題を除けば本手法による分離結果も首肯できる結果を与えており、非線形波への適用に問題はないものと判断される。

5. 結 論

本論文では波高計群により波形を追跡する新たな入反射波分離手法を提案し、その基本的な特性を調べた。現在までのところ適用される波は規則波に限られるが、扱いが比較的簡単である波高計のみを用いて入反射波の分離が簡便に行えることが分った。また、最近の諸研究においては不規則波を対象とするものが多くなっているが、研究内容が高度化するにつれ、より基本的な現象の理解がさらに必要となっているのも事実であり、規則波を用いたより精度の高い実験が今後も実施されるものと思われることから、本手法の有用性は高いと考える。尚、検討結果の要点をまとめると次の通りである。

- ① 入反射波を時系列として分離することができ、各成分が時間的に変動する場合でも問題がない。
- ② 真値との誤差が小さくなるように波高計間隔を適切に設定すると、10回以下の繰返し計算で良好な

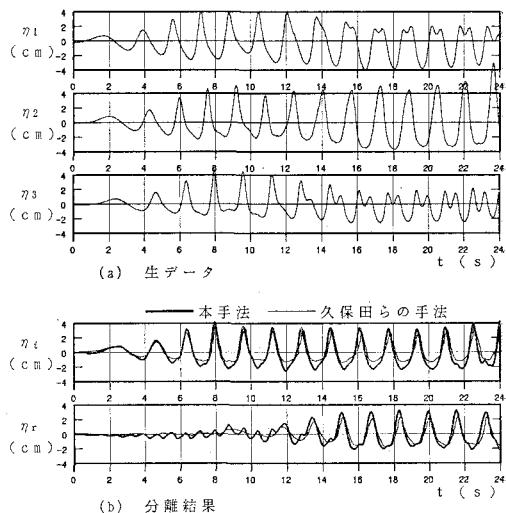


図-10 実験結果 ($H=5.5$ cm, $T=1.64$ s, $h=20.5$ cm, $Ur=35.1$)

結果が得られ解析時間が短く、パソコン程度の計算機でも支障がないであろう。

- ③ 基本式において特定の波形を仮定していないので、i), ii) の仮定をほぼ満たす任意の波形を対象とすることができる。

謝 辞： 本論文をまとめるに当たりワープロおよび図面作成等の作業を行った鶴巻雅大君((株)コスタルエンジニアリング)に謝意を表する。

参 考 文 献

- 今給黎 高・水口 優(1984): 亂波の振幅と反射率に関する研究, 第39回年講, 土木学会, II, pp. 333-334.
 久保田進・水口 優・堀田新太郎・竹沢三雄(1989): 現地避上域における反射波の特性, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 120-124.
 水口 優(1991): 浅海域における入・反射波の分離手法について, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 31-35.
 Goda, Y. and Y. Abe (1968): Apparent coefficient of partial reflection of finite amplitude waves, Rep. Port & Harbour Res. Inst., Vol. 7, No. 3, pp. 3-58.
 Goda, Y. and Y. Suzuki (1976): Estimation of incident and reflected waves in random wave experiment, Proc. 15th ICCE, Honolulu, pp. 828-845.
 Guza, R. T., E. B. Thornton and R. A. Holman (1984): Swash on steep and shallow wave beaches, Proc. 19th ICCE, Houston, pp. 708-723.
 Mizuguchi, M. (1990): Note on a method to separate incident and reflected waves, CEJ, Vol. 33, No. 2, pp. 113-117.