

水表面に水平放出された温排水の温度の拡がり幅

高 飛*・山路弘人**・首藤伸夫***

1. はじめに

水平表層に放流された温排水の重要な特性の一つに、噴流の拡がり幅がある。出口から放出された温度噴流は、乱流混合によってその断面積が増加するだけではなく、浮力にも影響されて横断方向へ拡がる。噴流底部の水は浮力によって表層に上昇し、表層の水は噴流周縁へと移動する。積分モデルの展開にあたっては、このような現象を十分に考慮すべきであり、その表現の良否が積分モデルの予測結果に大きな影響を与える。

過去の実験的研究によれば、半幅幅は密度フルード数 F_d の $-1/4$ 乗に比例する。(Jenら, 1966; Wood ら, 1967; Tamai ら, 1969). 噴流代表幅の拡がり角 α については, Stefan (1972) らは α が F_d^{-1} に比例すると仮定して数値計算を行っており, また Prych(1972), Shirazi-Davis (1974) らは静水圧の仮定および横方向流速と流下方向流速との幾何的關係を用いて、ほぼ同様の結論を得ている。いずれも、 α を密度フルード数のみの関数として表現している。

しかし、多くの研究成果 (例えば, Gosink, 1979) によれば、 α は密度フルード数のみでは説明出来ない場合が報告されている。

本論文では、赤外線サーマル・ビデオ・システムを用いた詳細な温度計測の結果をもとにして、噴流拡がり幅の変化を説明するモデルを提案し、実験結果との比較・検討を行なう。

2. 実験方法

実験は、長さ 200 cm、深さ 45 cm、幅 45 cm の水槽を用いて行い、高さ 1 cm、幅 1 cm の放出口から表層に水平に放出される三次元熱密度噴流を対象とした。水表面温度分布の測定には非接触式の赤外線サーマル・ビデオ・システムを用い、1 秒間に30枚画面の割合で撮影を行った。これを画像処理によって温度数値データに変換し、256 枚分の画像をもとに、平均温度分布を決定し

た。これを用い、式 (1) のように軸上温度の $1/e$ となる地点をもって拡がり幅 $b_e(x)$ とした。

$$T(x, b_e(x))=1/e \cdot T(x, 0) \dots\dots\dots (1)$$

表一1 放流条件と拡がり角

Case	U_o	F_{do}	α_e
02	23.0	20.38	0.376
03	23.0	11.99	0.423
05	29.0	25.71	0.349
06	29.0	15.10	0.353
08	36.3	32.86	0.328
09	36.3	19.02	0.315
11	41.5	38.35	0.266
12	41.5	21.75	0.282
14	41.5	54.80	0.223
15	36.3	47.90	0.230
17	41.5	26.80	0.278
18	36.3	23.40	0.284
20	23.0	7.00	0.542
21	28.5	9.00	0.501
23	22.5	8.30	0.344
24	29.0	10.70	0.424

条件を変化させて、合計16ケースの実験を行なった。表一1 に実験条件と拡がり角 $\alpha_e=db_e/dx$ を示す。 x は噴流中心軸に沿って測った流下距離である。また表中で、 U_o と F_{do} はそれぞれ放出口での放流速度と密度フルード数である。

3. 噴流の拡がりに対する放流速度の影響

従来の研究では、浮力による拡がり角 $\alpha_B=(db/dx)_B$ を次式で表している。

$$(db/dx)_B=\text{func}(F_d)\dots\dots\dots (2)$$

式中、 F_d は中心線上における局所密度フルード数であり、次式で定義される。

$$F_d=U_o(x, 0, 0)/(g'h_c)^{1/2} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $U_c(x, 0, 0)$: 中心線上での x 方向の流速、 $g'=$

* 学生員 東北大学院生 大学院工学研究科
** 正 員 東北大学技官 工学部土木工学科
*** 正 員 工博 東北大学教授 災害制御センター

$g[\Delta\rho(x, 0, 0)/\rho_a]$, g : 重力加速度, $\Delta\rho(x, 0, 0): \rho - \rho_a$, ρ : 放出された水の密度, ρ_a : 環境水の密度, h_c : プリュームの局所的な代表厚さである。

一方, 中心線上の流速と密度は次式で表されることが実験的に確認されている (例えば, Gosink, 1979).

$$U_0(x, 0, 0) \propto U_0 \cdot (x/H_0)^{-i}, \dots\dots\dots (4a)$$

$$\Delta\rho_0(x, 0, 0) \propto \Delta\rho_0 \cdot (x/H_0)^{-j} \dots\dots\dots (4b)$$

ここで, 添字 0 は放流口の値であることを示し, H_0 は放出口代表寸法である. 式 (4a, 4b) を式 (3) に代入し, さらに Stefan ら (1972) の提案した式,

$$(db/dx)_B \propto F_{d0}^{-1} \dots\dots\dots (5)$$

を用いれば, 代表幅を $b = \alpha x$ とおくことの出来る放出口近辺 ($x \leq 20 H_0$) では, 次式が得られる (高ら, 1991).

$$\alpha_B = \left(\frac{db}{dx} \right)_B = \frac{C}{F_{d0}} \dots\dots\dots (6)$$

式 (6) は, α_B が慣性力と浮力との相対的な強度により決められること, またもし放出口での密度フルード数を一定とすれば, 流速が変化しても α_B は変わらないことを意味している. しかしながら, 式 (6) では現象を十分に説明出来ない研究例が多く報告されている.

図-1 は式 (6) に従って, α と F_{d0} の関係を示したものである. 密度フルード数が 20 附近の値を取るデータを見てみると, 表-1 に示されるようにケース 2, 9,

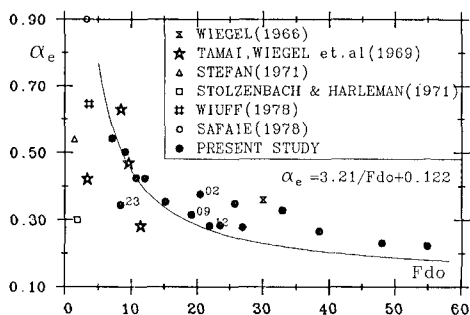
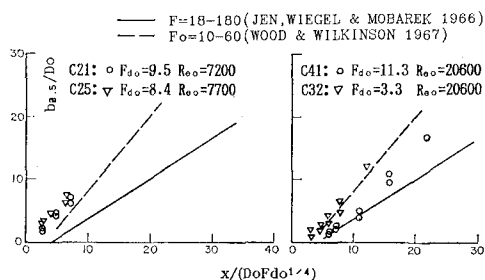


図-1 拡がり角 α_e と密度フルード数との関係



(a) LOWER REYNOLDS NUMBER (b) HIGHER REYNOLDS NUMBER

図-2 温度半値幅 (TAMAI, WIEGEL & TORNBORG 1969)

12 のフルード数は大体同じであるが, α の差は大きい. 放出流速が大きいほど, α が小さくなる傾向が窺える.

式 (6) の表現では, このような放流速度が拡がり幅へ与える影響を説明することが出来ない.

図-2 は Tamai ら (1969) の実験結果を示す. 図中で D_0 は放流口の直径である. 実験ケース 21, 25 の密度フルード数はケース 41 の密度フルード数とほぼ同じであるにもかかわらず, 明らかに前二者の拡がり角の方が大きい. また, ケース 32 の密度フルード数はケース 21, 25 のそれより小さいから, 式 (6) によれば前者の方が α が大きい筈であるが, 実際には逆になっている. この原因として, Tamai らはケース 32, 41 のレイノルズ数がケース 21, 25 のそれより三倍ほど大きいことをあげている.

このように, 拡がりへ影響を与えるのは密度フルード数だけではない. 実験結果によれば, 密度フルード数を一定とすれば, 放流速度 (或はレイノルズ数) が大きいほど, 拡がり幅が小さい.

4. 拡がり幅に関する物理モデル

噴流の横方向への拡がり, は, 周辺流体との乱流断層メカニズム, 温度効果による浮力の両方に影響されるが, 現在のところ, これらを統一的に表現する研究はほとんどない. いま, 拡がり幅の変化は一次近似的に次式で表せると仮定する.

$$\frac{db}{dx} = \left(\frac{db}{dx} \right)_B + \left(\frac{db}{dx} \right)_T \dots\dots\dots (7)$$

ここに, デカルト座標系 (x, y) の原点は出口中央の水表面位置にあるとし, 流下方向に x 軸, それと直交する水平方向を y 軸とする. b は噴流の代表幅である. 添字 B は浮力, T は乱流によるものであることを示す.

浮力の影響が無い噴流の場合には, $\alpha = (db/dx)_T = \alpha_T$ である. この時, 従来の研究によると $(db/dx)_T$ は定数 (以下, C_T とする) となっている (Rodi, 1982).

α_B は下流への移流と浮力による横方向への拡がりとの二つの要素によって決定されるので, 次式を想定する.

$$\alpha_B = \frac{\text{横方向拡がり速度 } V_B}{\text{噴流軸方向の流下速度 } U_b} \dots\dots\dots (8)$$

ここで, $U_b = U(x, b, 0) \propto U_c$. (Stefan ら, 1972). 密度差が存在すると水位はそれに対応して Δh に高まり, 水表面近くにおいて横方向に圧力差が生じ, その結果として, Δh の 1/2 乗に比例する V_B が発生する. 水位上昇 Δh の推定は問題のモデル化において肝要な点になる. 以下に二つのモデルを提案する.

(1) モデル 1

静的水位上昇ならば, $\Delta h \propto \Delta\rho$, 従って, $V_B \propto (\Delta\rho)^{1/2}$ となり, 式 (5) に対応する.

しかしながら、容易に流動可能な流体の場合、静的な釣合とは異なった状況となりうる。その水位差の最大を与える鉛直ブリュームの場合には、 $\Delta h_{\max}$ は $\Delta \rho$ の $1/4$ 乗に比例する (Hirst, 1971)。この結果を用いれば次式を得る。

$$V_B \propto \Delta \rho^{1/8} \quad (9)$$

これから、密度フルード数を取りまとめたのちの余分の U_0 、 h_c はレイノルズ数における組合せとなっていることを考慮して、次式の形に表現する (高ら, 1991)。

$$\alpha_B = \left(\frac{db}{dx} \right)_B \propto \frac{(g'h_c)^{1/8}}{U_0^{1/4}(U_0 h_c / \nu)^{3/4}} \quad (10)$$

放出口近くの $x \leq 20 H_0$ では、拡がり幅 b は直線で近似できるので、噴流効果・密度効果の両方を含む α の表示式として次の関係を想定する [モデル 1]。

$$\alpha = \frac{db}{dx} = \frac{C_B}{F_{d0}^{1/4} R_{e0}^{3/4}} + C_T \quad (11)$$

ここに、 $C_B = C_0/C_f$ 、 $C_f^{-1} = 4.24 \cdot 10^{-4} A^{1/2} (gh_0^3/\nu^2)^{3/8} = 4.24 \cdot 10^{-4} A^{1/2} (R_{e0}/F_0)^{3/4}$ 、 $A = h_c/(2b)$ 、 ν : 動粘性係数、 F_0 : 放流フルード数である。

Jen ら (1966)、Wood ら (1967) 及び Tamai ら (1996) の得た実験式は基本的には $\alpha_B \propto F_d^{-1/4}$ となっており、上式はさらにレイノルズ数の効果を加味した形となっている。

ただし、式 (9) の $1/8$ 乗則は鉛直ブリュームの場合の極限状況の結果であり、水平噴流の場合は静的な場合の $1/2$ と鉛直ブリュームの $1/8$ との間の値 $1/m (2 < m < 8)$ を取ると思われる。

(2) モデル 2

ここでは、基準水面下の水の持つ浮上エネルギーと上昇水の持つ重力エネルギーとの釣合によって、 α_B を決定する。

図-3 に示すように周囲環境水と $\Delta \rho$ の密度差を有した流体とが存在するものとする。下の流体は浮上エネルギーを有し、初期流速零から上方へ運動しながら、位置エネルギーを運動エネルギーに変換する。基準水平面 (図-3 の y 軸) を通過した流体は重力の影響を受けて減速しながら、高さ Δh まで達する。この時、運動エネルギーはすべて位置エネルギーに変換される。ついで、横方向の圧力勾配によって、水は横へ流れて行く。

エネルギーの保守則により、変換前後のエネルギー量は不変であるとするれば、次式が得られる。

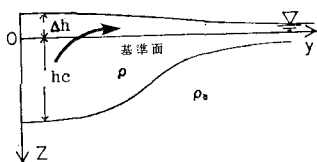


図-3 水面上昇の説明図

$$\int_0^{h_c} g \Delta \rho z dz = \int_0^{\Delta h} g \rho z dz \quad (12)$$

すなわち、

$$\Delta h = (\Delta \rho / \rho)^{1/2} h_c \quad (13)$$

である。上式を Shirazi-Davis (1974) の式に代入すれば、

$$V_B \propto (g \Delta h A)^{1/2} = (\Delta \rho / \rho)^{1/4} (g h_c A)^{1/2} \quad (14)$$

が得られる。さらに、式 (14) を式 (8) に代入すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \alpha_B &\propto \frac{(\Delta \rho / \rho)^{1/4} (g h_c A)^{1/2}}{U_0} \\ &= C_B' \frac{(\Delta \rho / \rho_a \cdot g h_c)^{1/4} (g h_c)^{1/4} A^{1/2}}{(U_0)^{1/2} (U_0)^{1/2}} \\ &= \frac{C_B' A^{1/2}}{(F_d \cdot F)^{1/2}} \quad (15) \end{aligned}$$

ここに、 $C_B' = C_1 (\rho_a / \rho)^{1/4}$ 、 C_1 : 修正係数、 F : 中心線上の局所フルード数である。

以上の結果を用いれば、式 (7) は定数 C_B' 、 C_T を使って次式のように表現される。

$$\frac{db}{dx} = \frac{C_B' A^{1/2}}{(F_d \cdot F)^{1/2}} + C_T \quad (16)$$

特に、放出口近傍で、 $b = \alpha x$ と表される範囲では、 α は次式で表現される [モデル 2]。

$$\alpha = \frac{db}{dx} = \frac{C_B A^{1/2}}{(F_{d0} F_0)^{1/2}} + C_T \quad (17)$$

5. 結果とその適用

(1) 放出口付近の拡がり角

表-1 のデータを使って、式 (11)、係 (17) の係数を最小二乗法によって決定すると、モデル 1 (式 (11)) に対して $C_T = 0.126$ 、 $C_0 = 182.5$ 、モデル 2 (式 (17)) に対しては $C_T = 0.119$ 、 $C_B = 0.974$ を得た。

ここで、乱流に影響された拡がり C_T については、三次元ジェットについての Becker ら (1967)、Birch ら (1973)、Shaughnessy ら (1977)、Chevray ら (1978) の実験結果があり、平均的には $C_T = 0.122$ となって、

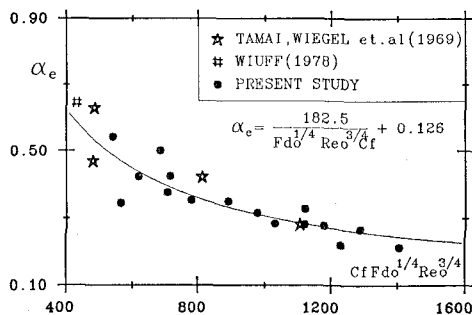


図-4 拡がり角と $F_{d0}^{1/4} R_{e0}^{3/4}$ との関係

本研究で得られた C_T とほぼ一致している。

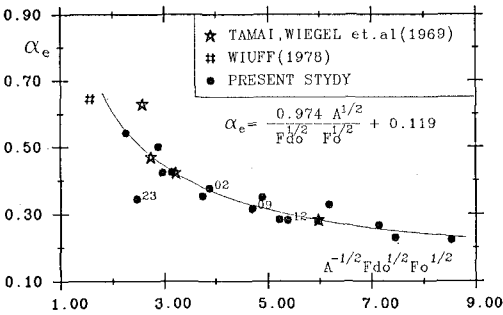


図-5 拡がり角と $A^{-1/2} F_{d0}^{1/2} F_o^{1/2}$ との関係

図-4, 5 は、モデル 1, 2 の関係を示す。図中の曲線は、それぞれ式 (11) と (17) に上記の係数値を代入したものである。回帰式と実験データとの合致度を調べるために、分散 σ を計算した。その結果、式 (11), (17) に対して、それぞれ $\sigma_1=0.042$, $\sigma_2=0.037$ を得た。一方、 F_{d0} のみの関数とした図-1 では、 $\sigma=0.070$ となっている。

なお、図-1 にあってもレイノルズ数、放流フルード数の不明なものは図-4, 5 には抜かれていない。

著者らのデータの内、ケース23は曲線からの隔たりが大きい。これはそのレイノルズ数が小さすぎ、放出口近辺での流れが十分に乱れていないためと考えられる。

(2) 適用範囲

表-2 には Jen ら (1966) の実験 との比較を示す。彼らの実験式 (18) は、 x/D_0 が 30—210 の範囲に対して与えられている。

$$\frac{b_{0.5}}{D_0} = 0.57 \frac{x}{D_0 F_{d0}^{1/4}} - 2.3 \dots\dots\dots (18)$$

表-2 Jen ら (1966) の実験データ

D_0	F_{d0}	U_0	α_g	
			$E_{q, (18)}$	$E_{q, (17)}$
5mm	136	220cm	0.290	0.145
8mm	46	110cm	0.262	0.191
11mm	19	53cm	0.327	0.295

同じ放流条件に対するモデル 2 による値を右端に示す。両者には明かな差がある。本研究の式は $x \leq 20 H_0$ に対して作られており、こうした対象領域の差によって異なった結果となった。

このことは、図-6 の Wood らの結果からも明らかのように、放出口近辺での拡がり (線 CD) が遠方での拡がり (線 AB) より小さいことで説明される。

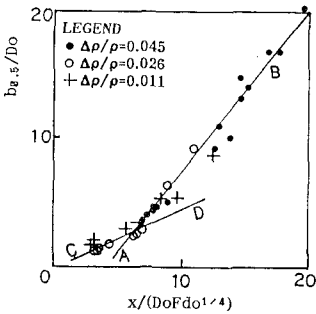


図-6 x 軸に沿った拡がり角の増加

(3) 拡がり幅の推定方法

放出口近辺での実測値で定数を決めた二つのモデル式を拡張して適用するために、それぞれに含まれる放出口代表寸法を局所的な水平噴流の厚さで置き換え、実験値との適合度を検討した。図-7 は、Wiuff (1978) の実験との比較である。この実験資料では、中心軸上の数点 (図中、丸印の場所) において測定値が与えられており、局所的な密度フルード数などを計算することが出来る。これらに基づいて局所的な拡がり角を求め、次々とないでいったのが図中の実験 (モデル 1) と点線 (モデル 2) である。放出口の高さは 8cm、水平噴流の厚さは変化が小さく、どこでも高々 10cm の程度であった。上で述べた適用範囲 $x \leq 20 H_0$ をはずれても、拡がり幅をよく推定できている。

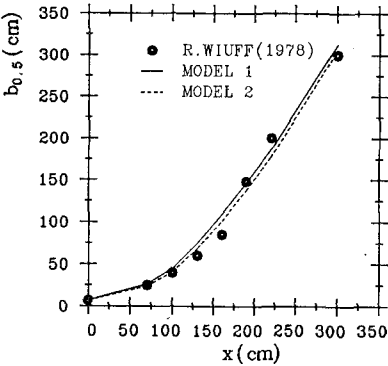


図-7 x 軸に沿った拡がり幅

6. 結 論

実験結果によると、浮力を持つ水平噴流の拡がりには密度フルード数だけではなく、放流速度にも関係している。密度フルード数がほぼ同じであっても、 α に大差の生ずる場合があるのである。

これを説明するために、二つのモデルを提案した。一

つは放流速度をレイノルズ数の形で含み、他は放流フルード数の形で含んでいる。これらと密度フルード数とによって拡がり角度を表現できるとし、その定数を実験値から決定した。これが式 (11), (17) である。

定数を決める時に使用した実験条件からすると、式の適用範囲は原則として放出口近くで、拡がり幅が直線で近似できる $x \leq 20 H_0$ 程度のところである。

しかし、この式に含まれる放出口代表寸法を水平噴流の局所的な厚さで置き換えれば局所的な拡がり角を与えると拡張解釈して実験値と比較したところ、直線的ではない水平噴流の拡がりをも良い精度で推定出来た。今回の計算際には厚さや密度差の実測値を使用したか、局所的な拡がりに対応する密度変化を推定しては計算を継続することにより、実測値を使わずとも水平密度噴流の場所的变化を推定することが可能となるであろう。

参 考 文 献

- 高 飛・山路弘人・首藤伸夫 (1991): 水平表面温排水における温度の拡がり幅について、平成2年度土木学会東北支部技術研究発表会, pp. 103-107.
- Becker, H. A., H. C. Hottel and G. C. Williams (1967): The nozzle-fluid concentration field of the round, turbulent, free jet, *J. Fluid Mech.*, Vol. 30, pp. 285-303.
- Birch, A. D., D. K. Brown, M. G. Dodson and J. R. Thomas (1978): The turbulent concentration field of a methane jet, *J. Fluid Mech.*, Vol. 88, pp. 431-449.
- Chevray, R. and N. K. Tutu (1978): Intermittency and preferential transport of heat in a round jet, *J. Fluid Mech.*, Vol. 88, pp. 133-160.
- Gosink, J. (1979): A Study of Turbulence in the Horizontal Buoyant Surface Jet, Technical Report HEL 27-6, Univ. of California, Berkeley, California, 341 p.
- Hirst, E. (1971): Analysis of round, turbulent, buoyant jets discharged to flowing, stratified ambients, ORNL Rep. 4685, Oak Ridge Nat. Lab., Oak Ridge, Tenn.
- Jen, Y., R. L. Wiegel and I. Mobarek (1966): Surface discharge of horizontal warm-water jet, *Proc. ASCE*, Vol. 92, PO2, pp. 1-30.
- Prych, E. (1972): A warm water effluent analyzed as a buoyant surface jet, Swedish Meteorological and Hydrological Institute, Hydraulic Series Report No. 21.
- Rodi, W. (1982): Turbulent Buoyant Jets and Plumes, Pergamon Press, pp. 20-21.
- Shaughnessy, E. J., and J. B. Morton (1977): Laser light-scattering measurements of particle concentration in a turbulent jet, *J. Fluid Mech.*, Vol. 80, pp. 129-148.
- Shirazi, M. A. and L. R. Davids (1974): Work book of thermal plume prediction, Vol. 2, Surface Discharge, Report No. EPA-R2-72-0056, Thermal Pollution Branch, Pacific Northwest Environmental Research Lab., U. S. Env. Protection Agency.
- Stefan, H. and P. Vaidyaraman (1972): Jet type model for the three-dimensional thermal plume in a crosscurrent and under wind, *Water Resources Research*, Vol. 8, No. 4, pp. 998-1014.
- Tamai, N., R. L. Wiegel and G. F. Tornberg (1969): Horizontal Surface Discharge of Warm Water Jets, *Proc. ASCE*, Vol. 95, PO2, pp. 253-276.
- Wiuff, R. (1978): Experiments on surface buoyant jet, *Proc. ASCE*, Vol. 104, HY5, pp. 667-679.
- Wood, I. R., L. Wilkinson David and I. H. Barr David and Edward Silberman (1967): Discussion of "Surface Discharge of Horizontal Warm-water Jet", *Proc. ASCE*, Vol. 93, PO1, pp. 149-151.