

没水球体に作用する揚力の出現確率特性

水谷法美*・岩田好一朗**・小林 誠***

1. 緒 言

著者らは、これまでに没水球体に作用する波峰方向に作用する揚力の無次元最大値や無次元 rms 揚力はほぼ Keulegan-Carpenter 数の -1 乗に比例することを明らかにすると同時に、揚力は作用波力として無視できない成分であることを指摘した(岩田ら, 1989)。しかし、揚力是不規則な波力であるため、無次元最大揚力や無次元 rms 揚力は大きくばらつき、また、同一の波の条件下でも揚力の極値や周期は波毎に変化する。したがって、より精度良く揚力を予測するためには、その出現特性を明らかにしておく必要がある。本研究は、未解明である二次元進行波中に設置された没水球体に作用する揚力の出現確率特性を、水理実験に基づいて明らかにするとともに、渦糸分布法を使った数値解析を行って不規則な揚力の発生機構を考究するものである。

2. 水理実験とその解析

本研究では、著者らがすでに行った実験の結果(岩田ら, 1989)を使用した。この実験は、一定の静水深 $h=70$ cm のもとで、発生波の周期 T を4種類(1.15, 1.6, 2.0, 2.5秒)、波高 H を各々の周期に対して3~7種類(3~18cm)、球径 D を6.35, 2.5, 0.95 cm の3種類、球体の設置水深 d を19種類(7.5~68.5 cm)変化させて行ったものである。この実験で得られた揚力 F_y の時間波形を時間間隔 0.05 秒で離散化し、512個のデータを使ってゼロアップクロス法により波別解析を行い、揚力の周期と極値を計算し、それぞれの出現確率密度と両者の結合出現確率を計算した。なお、揚力の極値

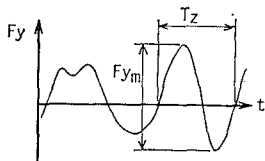


図-1 定義図

として、変動の大きさを重要視し、図-1に示すように全振幅を採用した。ついで、それぞれの出現確率密度に式(1)に示すワイブル分布の best fitting を最小二乗法を使って行った。

$$p(\xi) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{\xi - \gamma}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{\xi - \gamma}{\alpha} \right)^{\beta} \right] \dots (1)$$

ここに、 ξ は確率変数、 $p(\xi)$ は確率密度関数、 α は尺度母数、 β は形状母数、 γ は位置母数である。

3. 数値解析

本研究では、球体を水深方向に半径の異なった薄い円柱の集合体で近似する。各々の円柱周りの流れが平面二次元とみなし、渦糸モデル(石田・田村, 1988)を使って揚力を計算し、球体に作用する全揚力を各々の円柱の作用揚力の線形和として計算した。以下に渦糸モデルの手法の概要を述べる。

半径 R の円柱の外部に N 個の渦糸が存在する場合、渦糸群による複素速度ポテンシャル W_v は Milne-Tomson の円定理を使って、次式で表される。

$$W_v = \frac{i}{2\pi} \sum_{k=1}^N \Gamma_k \left\{ -\log(Z - Z_k) + \log \left(Z - \frac{R^2}{Z_k} \right) - \log Z \right\} \dots (2)$$

ここに、 $Z = x + iy$, $i = \sqrt{-1}$ であり、 Z_k および R^2/Z_k は、それぞれ k 番目の渦糸およびその鏡像渦糸の存在位置を示す。 Γ_k は反時計まわりを正とした k 番目の渦糸の循環で、

$$\Gamma_k = U_B R \Delta\theta \dots (3)$$

で与えられる。ここに、 $\Delta\theta$ は渦糸を分布させる円柱表面の要素に対する中心角である。また、 U_B は境界層外縁の流速であるが、境界層厚は微小であるため、円柱壁面上の回折波の流速で与えることができ、式(4)に示す円柱周りの速度ポテンシャル ϕ_w (McCamy・Fuchs, 1954) から求められる。

$$\phi_w = \frac{H\sigma}{2k} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\varepsilon_n i^n \cdot \left\{ J_n(kr) - \frac{J_n'(kr)}{H_n^{(2)'}(kr)} H_n^{(2)}(kr) \right\} \cos n\theta \right] \exp(i\sigma t) \dots (4)$$

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 新日本製鉄(株)

ここに、 $\sigma(=2\pi/T)$ は角周波数、 k は波数、 ϵ_n はノイマン数、 J_n は n 次のベッセル関数、 $H_n^{(2)}$ は n 次の第2種ハンケル関数で、 $r=\sqrt{x^2+y^2}$ 、 $\theta=\tan^{-1}(y/x)$ である。なお、 x は波進行方向を負とする水平軸、 y は x 軸に直交する水平軸で円柱の中心を原点とする。また、 z は静水面上に原点を持ち、上向きを正とする鉛直軸である。

ϕ_w に対する流れ関数を定義し、式(2)を考慮すると剥離渦を考慮した円柱周りの複素速度ポテンシャル W が与えられる。この W に非定常流に拡張された Blasius の公式を使うと最終的に Fy は式(5)で与えられることになる。

$$Fy = \rho \sum_{k=1}^N \Gamma_k (Ux_k - Ux_{ki} - Ux_0) + \rho \sum_{k=1}^N \frac{d}{dt} \Gamma_k \{x_k - x_{ki}\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 Ux_k 、 Ux_{ki} 、 Ux_0 はそれぞれ円柱がない場合の $x=x_k$ 、 $x=x_{ki}$ 、 $x=0$ における進行波の x 方向流速である。

本研究では、非対称な流況を生じさせるため、一方の側から発生する剥離渦の循環量を最初の1周期だけ2倍にした。剥離点は、本来時間とともに変化するが、 90° と 270° の位置に固定して計算を行った。なお、他の角度に対しても計算を行って比較したところ、無次元最大揚力に有意な差が認められなかった。剥離後の渦糸の位置は、4次のロング・クッタ法によって求め、循環は中村ら(1987)の減衰渦糸モデルを採用して減衰させた。また、渦糸間の距離が式(6)の境界層厚 δ (石田・田村, 1988) 以下になった場合、それらの渦糸を合体させ、一つの渦糸として扱った。

$$\delta = C_B \sqrt{\nu T / \pi} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 C_B は補正係数、 ν は水の動粘性係数である。

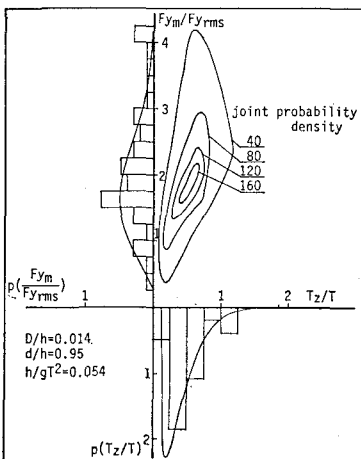


図-2 揚力の極値と周期の出現特性

本研究では、計算の妥当性を検証するため、抗力を同時に計算し、抗力係数が水理実験から求められた値(岩田・水谷, 1989)と合うように計算条件を決定した。その結果、本研究では球の分割数を10、円柱の表面に分布させる渦糸を60個とした。計算のタイムステップを $T/64$ とし、減衰係数を1.5とした。境界層厚の補正係数 C_B を球径によって変化させ、 $D=6.35\text{ cm}$ のとき $C_B=12.5$ 、 $D=2.5\text{ cm}$ のとき $C_B=5.0$ とした。また、計算領域は、回折波の影響が十分無視できることを考慮して球径 D の6倍の範囲とした。

4. 実験結果とその考察

図-2 に実験で得られた揚力の極値と周期の結合確率密度分布と各々の周辺分布の一例を示す。図中の実線は best fitting のワイブル分布である。同図に示すように、揚力の極値は幅広く分布するが、全体的には Fy_{rms} の1.0~3.0 倍に多く出現する。また、その上限は Fy_{rms} の5.0 倍程度に達する場合がある。一方、揚力の周期は入射波の周期 T' の0.25~1.0 倍に集中しており、著者らが指摘したように(岩田ら, 1989)、入射波の3倍の周波数成分までが揚力の卓越周波数成分であることが本研究からも確認できる。また、極値と周期の結合分布より、極値が大きい揚力の周期は、2倍周波数成分のものが多く、逆に3倍周波数成分の揚力の極値は小さいことが一般的な傾向として認められた。したがって、2倍周波数成分の揚力は工学上極めて重要である。

つぎに、それぞれの周辺分布に best fitting させたワイブル分布の母数について議論をする。本論では揚力の極値に関する量とその周期に関する量にそれぞれ添字 F と添字 T をつけて区別する。

(1) 揚力の極値の分布特性

図-3 に α_F と Keulegan-Carpenter 数(= $u_m T/D$, 添字 m は最大値を示す。以下 K.C. 数と略記する) の関係を示す。 α_F は K.C. 数が5以下では0.7~2.6 に広く分布しているが、K.C. 数が10 を越えると α_F

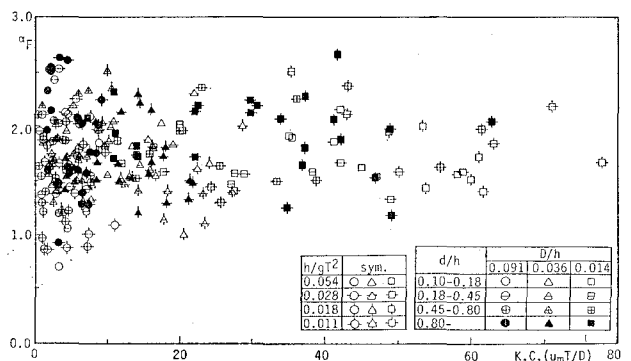


図-3 α_F と K.C. 数の関係

の分布幅は若干小さくなり, K.C. 数が 45 以上になるとその分布幅は 1.4~2.2 の間にまとまってくる. また, 同一の K.C. 数に対しては D/h の小さいほうが α_F の分布幅は小さく, また, K.C. 数が約 5 以下の非剥離流れの条件下では明瞭ではないが, 剥離が起こるようになる K.C. 数が約 10 以上では h/gT^2 (g は重力加速度) の大きいほうが α_F の分布幅が小さくなる傾向がある. 一方, d/h による α_F の有意な差は認められない.

図示していないが, β_F と γ_F に関しては, 以下の結果が得られている (水谷ら, 1991). β_F は, K.C. 数が 5 以下の範囲で 1.2~2.8 の間に分布するが, K.C. 数の増加にともない若干ではあるが分布幅は狭くなり, K.C. 数が 20 以上になると 1.3~2.4 になる. また, β_F に及ぼす D/h の効果は α_F の場合と同様である. なお, d/h と h/gT^2 の β_F に及ぼす効果はほとんど認められなかった. 一方, γ_F は, K.C. 数が約 7 以下では 0.0~2.25 の広範囲に分布するが, K.C. 数の増加にともない上限値は小さくなり, K.C. 数が 40 を越えると, ほぼ 0.0~0.6 の間に分布するようになる.

このように, ワイブル母数はばらつくものの, その平均値は K.C. 数に関係なく一定値であると見なすことができる. 図-4~6 は, 各々のワイブル母数の平均値, および平均値±標準偏差を示したものである. したがって, 揚力の極値の分布形状の概略を 図-4~6 に示した

ワイブル母数と式 (1) より推測可能になった.

(2) 揚力の極値の最大値

$F_{y_m}/F_{y_{rms}}$ の逆数 $F_{y_{rms}}/F_{y_m}$ を確率変数にした場合の位置母数 γ_F^* と K.C. 数の関係を 図-7 に示す.

γ_F^* の分布の上限値は K.C. 数に関係なく約 0.25 である. これより, 揚力の極値の最大値は rms 値の 4 倍以上の値をとり, 4 倍以下になることはほとんどないことがわかる. 一方, 実験結果から求めた $F_{y_m}/F_{y_{rms}}$ の最大値は, 図-8 に例示したように, ほとんどの場合で 4~5 の間に集中しており, 4 倍以下になることは少なく, 図-7 の結果とよく一致する. また, γ_F^* は, K.C. 数が小さい範囲では 0.0~0.25 に分布し, 確率的には F_{y_m} の最大値は rms 値に対してかなり大きくなる可能性もあるが, 実験結果からは, rms 値の最大 5 倍程度であることが判っている. そして, K.C. 数の増加とともに γ_F^* の下限値は大きくなり, K.C. 数が 30 以上では γ_F^* は 0.15~0.25 の間に分布するようになる. したがって, K.C. 数の増加とともに剥離渦の影響が強くなるので, 揚力の出現分布が安定し, 同時に最大値も rms 値のほぼ 4~7 倍程度に収束してくるといえる. なお, γ_F^* におよぼす D/h , h/gT^2 , d/h の効果は明瞭ではなかった.

(3) 揚力の周期の分布特性

紙面の都合上, 周期の出現分布に対するワイブル母数

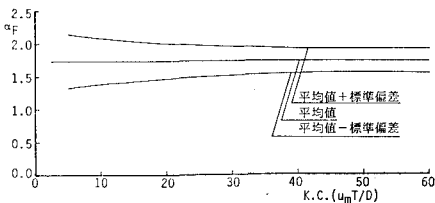


図-4 α_F の平均値と標準偏差

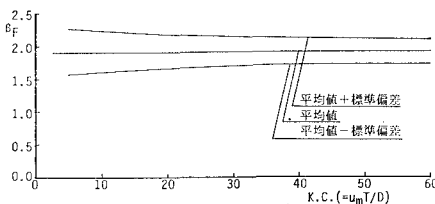


図-5 β_F の平均値と標準偏差

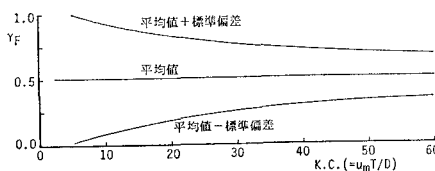


図-6 γ_F の平均値と標準偏差

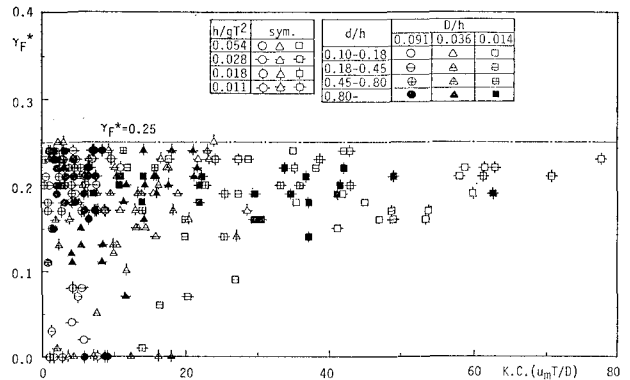


図-7 γ_F^* と K.C. 数の関係

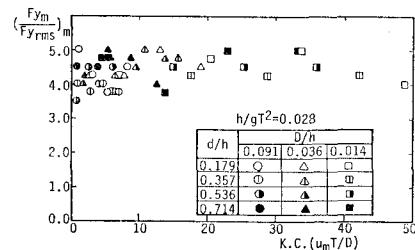
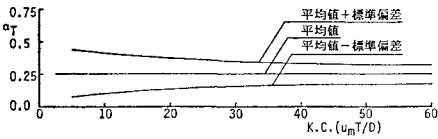
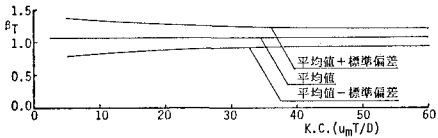
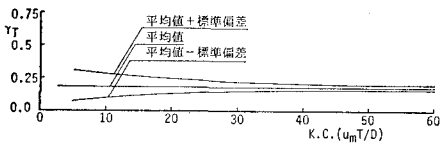


図-8 $F_{y_m}/F_{y_{rms}}$ の最大値と K.C. 数の関係の例


 図-9 α_T の平均値と標準偏差

 図-10 β_T の平均値と標準偏差

 図-11 γ_T の平均値と標準偏差

α_T , β_T と γ_T の平均値と平均値±標準偏差のみを示すとそれぞれ図-9~11で与えられる。全体的には極値と同様、K.C. 数の増大とともに母数のばらつきは小さくなる傾向がある。これは、剥離渦による非対称性の現れ方よりも、球表面の非剥離流れの非対称性の現れの方が無秩序な時間的変化をし、非常に不確定な要因を含んだ現象であるためと考えられる。なお、K.C. 数が約 20 以上では、 β_T の値は比較的 1 に近く、 T_Z/T が小さい範囲に集中した分布形になり、剥離渦の影響が強くなると揚力の発生周期は短周期の成分に多く出現することがわかる。球周りの流れの可視化実験によると、K.C. 数が 20 以上では後流域が上下左右に振動することが報告されており（岩田・水谷, 1989）、この振動にともなう揚力の成分が大きく寄与していると考えられる。

(4) 揚力の出現分布に関する検討

以上より、ワイブル母数は、基本的には K.C. 数の増大とともにばらつきは小さくなるのが共通した特性である。この傾向は、無次元最大揚力の場合と一致する。この機構については以下のことが考えられる。K.C. 数が小さく流れが非剥離の場合、球表面上の流れに非対称な乱れが存在し、そのため球表面での圧力やせん断力が非対称になることによって揚力が発生すると考えられる。一方、K.C. 数が増大すると、球周りで剥離流れが生じるので非対称剥離渦による圧力の非対称性が揚力の主な発生機構であると考えられる。したがって、剥離流れと非剥離流れの条件下では非対称性の出現特性に差があり、剥離渦による非対称性の現れ方よりも球表面の非剥離流れの乱れの非対称性の現れの方がより無秩序で

あり、共通性が少ないことが推察される。

5. 数値解析結果とその考察

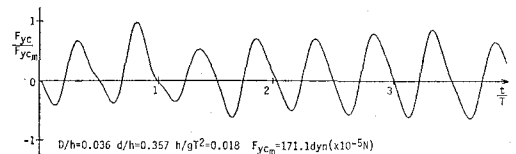
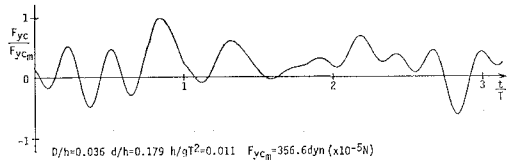
本研究では、初期擾乱の影響が無視できる 3 周期目以降の揚力を解析の対象とした。

(1) 時間波形

図-12 に示すように、計算揚力の時間波形は、不規則な時間変動の R 型と 2 倍周波数が卓越した T_W 型波形に分類できる（岩田ら, 1990）。しかし、水理実験でみられた S 型波形と T_r 型波形は認められなかった。この一原因として、本計算手法では、三次元の現象を二次元の現象の重ね合わせとして近似したことが挙げられる。

(2) 計算揚力の最大値

図-13 は数値解析結果から得られた無次元最大揚力 $F_{ycm}^*(=F_{ycm}/\rho(u^2+w^2)_m D^2)$ と K.C. 数の関係を示したもので、図中の直線は実験値の平均値（岩田ら, 1990）である。計算値も実験値と同様にばらつきはあるが、 D/h の大きい方が小さくなり、その分布範囲も実験値（岩田ら, 1990）とよく対応している。本研究では、抗力を使った実験値との整合性から C_B の値を D/h に比例するように変化させて計算を行っている。図示していないが、同一の C_B を使った場合、無次元最大揚力は


 (a) T_W 型波形の例


(b) R 型波形の例

図-12 計算揚力の時間波形の例

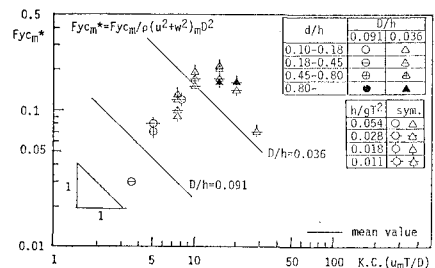


図-13 計算揚力の無次元最大値と K.C. 数の関係

球径に関係なく (K.C.)⁻¹ に比例する結果となり、実験結果と異なることが判明した。したがって、実験値の無次元最大揚力が D/h によって変化するのは球径によって境界層厚が変化していたためと推察される。

(3) 揚力の極値、および周期の分布特性

つぎに、計算揚力に対して best fitting させたワイブル分布の母数について論議する。なお、実験値との区別のため、計算揚力に対する値には添字 C をつける。計算揚力に対するワイブル母数は、極値と周期のいずれの場合も実験値の分布範囲でばらつくが、全体的に実験値に比べて分布幅は狭くなる。そして、 β_{CT} と γ_{CT} は実験値の上限に近くなるが、図-14 に例示した α_{CT} と K.C. 数の関係からもわかるように、それ以外の母数は実験値の下限に近くなることが多い。また、図-13 から予想されるように、計算揚力の F_{ym}/F_{yrms} の最大値も実験値とほぼ一致し、4～5 程度の間に分布する。しかし、紙面の都合上 図示しないが、best fitting したワイブル分布はピークが小さく幅広い分布形になり、 γ_{CT}^* は 0 に近い値が多く、計算揚力に対しては確率的に現れうる F_{ym}/F_{yrms} の最大値は実験値よりかなり大きくなる。

計算値に対するワイブル母数がばらつくことにより、同じ初期擾乱によって発生しているにもかかわらず、計算揚力はその時間波形だけでなく、極値や周期の出現特性も不規則に変化することになる。この結果は、揚力の不規則性には球表面での非対称性のみならず、非対称な流れが周囲に伝達していく過程によっても発生することを示すものである。すなわち、剝離後の渦糸の存在位置や強さなどの挙動が波や球体の条件によって異なるために、揚力の時間波形が異なり、さらに出現特性が不規則性を帯びると考えられる。したがって、渦糸の存在位置に強く影響を及ぼす K.C. 数、境界層厚さに影響を及ぼす D/h や h/gT^2 が揚力の不規則性を大きく支配すると考えられる。しかし、 d/h は、本計算では、渦糸の位

置や循環量には直接影響を及ぼさない。これは、実験揚力のワイブル母数に及ぼす d/h の効果が明瞭でなかった一原因として挙げられる。

また、計算値と実験値でワイブル母数の分布範囲が異なるのは、計算では最初の 1 周期だけに擾乱を与えたが、実際の現象では少なくとも最初の 1 周期だけに乱れが存在することは考えにくく、球表面での流れを非対称にする外力は常に作用していると推察され、この差によると考えられる。したがって、球表面の流れの非対称性を常に考慮することによって、より実験値に近い結果が得られるようになると推察される。しかし、実際の流れが非対称になる機構とその非対称性の強さは未解明であり、今後の検討課題である。

6. 結 言

本研究で得られた主要な結論を以下に要約する。

(1) 実験によると、揚力の極値は、揚力の rms 値の 1.0～3.0 倍に多く出現し、上限値は rms 値の 5.0 倍程度になる。一方、ワイブル母数からは K.C. 数が 30 以上では揚力の極値は最大で rms 値の 4～7 倍程度になる。また、特に極値の大きい揚力は、2 倍周波数成分に多く含まれる。

(2) 揚力の極値およびその周期は、球の設置位置や入射波の条件によってかなりのばらつき、揚力は時間波形だけでなく、極値や周期の出現特性にもかなりの不規則性を持つ。しかし、その不規則性の度合は、K.C. 数、 D/h 、 h/gT^2 によって主に支配される。

(3) 本計算手法により、 Tw 型波形、 R 型波形の揚力の最大値などの予測は可能である。

参 考 文 献

- 石田 啓・田村賢一 (1988): 非剝離流および対称渦状態における波動場の円柱の抗力係数, 土木学会論文集, 第 393 号/II-9, pp. 121-130.
- 岩田好一朗・水谷法美 (1989): 没水球体に作用する波力の特性に関する研究, 土木学会論文集, 第 405 号/II-11, pp. 215-224.
- 岩田好一朗・水谷法美・原 基久 (1989): 没水球体に作用する揚力の特性に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第 36 巻, pp. 719-723.
- 中村孝幸・久保達郎・福島隆史 (1987): カーテン防波堤周りのはくり流れと作用波力の特性について, 第 34 回海岸工学講演会論文集, pp. 556-560.
- 水谷法美・小林 誠・岩田好一朗 (1991): 没水球体に作用する揚力の出現特性について, 平成 2 年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集, pp. 236-237.
- McCamy, R. C. and R. A. Fuchs (1954): Wave forces on piles; A diffraction theory, Tech. Memo., No. 69, B.E.B., pp. 1-17.

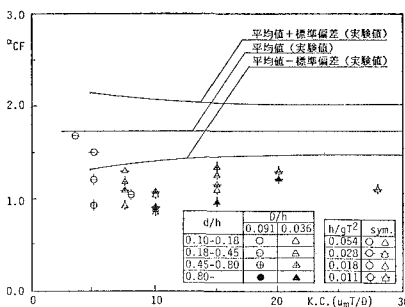


図-14 α_{CT} と K.C. 数の関係