

3次元海洋構造物に作用する非線形波力の計算法について

増田 光一*・永井 孝志**・柴山 泰亮***

1. 緒 言

著者らは前年の海講において、基本的な形状である鉛直円柱に作用する非線形波力の実用的な数値計算法を示しその有用性を確認した(増田ら, 1990)。しかし, そこで対象とする海洋構造物を柱状体と限定することにより, 数値計算上多くの利点を有することになったが, 反面, 任意な3次元浮体に作用する非線形波力を算定することは出来ず, 今後の課題であった。さらに, 本報で取り扱うコーン型(内錐型)コンクリートプラットフォームは, 水海域での使用を前提として開発された海洋構造物であり舷側が自由表面と直交しておらず, 波が物体表面上を遡上するような状況となる。このため, その物体表面近傍での自由表面の非線形性は非常に大きく, この舷側傾斜影響が波力の非線形性に及ぼす影響をも考慮しなければならないと考えられる。

以上のことから, 本研究では3次元浮体に作用する非線形波力の数値計算法を示すとともに, 鉛直円柱及び円筒型浮体について計算結果と実験結果を比較検討し, 本計算手法の妥当性を明らかにすることを目的とする。さらに舷側傾斜を有する海洋構造物に作用する非線形波力の数値計算法を示し, コーン型浮体について計算結果と実験結果とを比較検討し, 2次の漂流力及び波力におよぼす舷側傾斜影響を明らかにすることも目的とする。

2. 座 標 系

流体は非粘性, 非圧縮性の完全流体であり流体の運動は非回転で速度ポテンシャル Φ の存在が保証される。座標系は Fig. 1 に示すように静水面上に原点 o を持つ右手座標系である。図中の Ω は流体領域, S_H は物体表面, S_B は水底, S_F は自由表面, S_R は仮想境界, S_∞ は無限遠方での境界を示し, C_H , C_R はそれぞれ物体表面, 仮想境界と自由表面との交線である。また, 仮想境界を含む外部領域 Ω_R では, 便宜上 $0 \leq r \leq R$ の円筒座標

系を用いることにする。

なお, 1次, 2次の散乱波ポテンシャル $\phi_a^{(1)}$, $\phi_a^{(2)}$ に関する境界値問題及び波力の定式化については前報と同様なため割愛する。

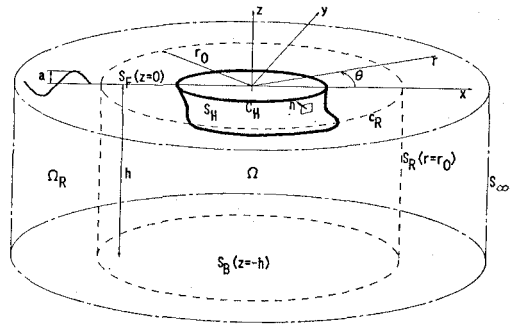


Figure 1: Coordinate system.

3. 舷側傾斜影響

ここでは, 経塚(1982)が2次元物体を対象に示した方法を基に, 舷側が自由表面と直交しない構造物に作用する浸水面積変化による波力(Run-up 波力)の計算法を示す。舷側が自由表面と γ の角度で交わる場合, Fig. 2 に示すようであると考えられる。このとき, 図中 Δx , Δz を以下のように仮定すると,

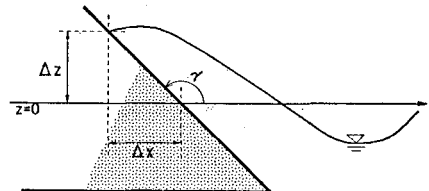


Figure 2: Variation of wetted surface.

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \eta^{(1)} \cot \gamma \\ \Delta z &= \eta^{(1)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

浸水面積変化による水平力 F_{Rx} 及び垂直力 F_{Rz} は,

$$F_{Rx} = -\rho \int_{C_H} \int_{\Delta z} (\Phi_t^{(1)} + gz) n_x dz dc \dots\dots\dots (2)$$

* 正会員 工博 日本大学理工学部海洋建築工学科

** 正会員 工修 (株)大林組技術研究所

*** 工修 ニッサン・モータースポーツ・インターナショナル(株)

$$F_{Rz} = -\rho \int_{CH} \int_{dx} (\phi_I^{(1)} + g x \tan \gamma) dx dc \quad \dots (3)$$

で与えられる。よって、最終的に2次の漂流力 $f_{0j}^{(2)}$ 及び変動波力 $f_j^{(2)}$ は以下になる。

$$f_{0j}^{(2)} = -\frac{\rho}{4} \int_{SH} F \phi^{(1)} \cdot \nabla \phi^{(1)*} \mu_j ds + \frac{\rho \omega^2}{4g} \int_{CH} \phi^{(1)} \cdot \phi^{(1)*} \mu_j^R dc \quad \dots (4)$$

$$f_j^{(2)} = 2i\omega\rho \int_{SF} q\phi_j ds + 2i\omega\rho \int_{SH} \phi_I^{(2)} \mu_j ds - 2i\omega\rho \int_{SH} \phi_j \phi_{I_n}^{(2)} ds - \frac{\rho}{4} \int_{SH} F \phi^{(1)} \cdot \nabla \phi^{(1)*} \mu_j ds - \frac{\rho \omega^2}{4g} \int_{CH} \phi^{(1)2} \mu_j^R dc \quad \dots (5)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= n_x \\ \mu_3 &= n_z \\ \mu_5 &= (z - z_G) n_x - (x - x_G) n_z \end{aligned} \right\} \quad \dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_1^R &= n_x \\ \mu_3^R &= \cot \gamma \\ \mu_5^R &= -z_G n_x - (x - x_G) \cot \gamma \end{aligned} \right\} \quad \dots (7)$$

で、 n_x, n_y, n_z は S_H 上単位法線 n の x, y, z 方向余弦を、 (x_G, y_G, z_G) は構造物の回転の中心である。

(4), (5) 式より、舷側傾斜影響は水平力には影響せず、垂直力及びモーメントの定常力と倍周波数成分に表われることになる。

4. 自由表面積分

自由表面積分法に於いては(5)式第1項の評価が非常に重要である。本報では3次元波動場の解法にハイブリッド境界要素法(永井ら, 1990)を使用して外部の速度ポテンシャルを固有関数列に表示している。そこで、自由表面を離散化領域、外部領域、無限領域に分け以下のように示す。

$$\iint_{SF} q\phi_j ds = \iint_{SF_m} q\phi_j ds + \int_{r_0}^{r_1} \int_0^{2\pi} q\phi_j r d\theta dr + \int_{r_1}^{\infty} \int_0^{2\pi} q\phi_j r d\theta dr \quad \dots (8)$$

ここで、 S_{Fm} は自由表面離散化領域、 r_0, r_1 はそれぞれ仮想境界及び無限領域までの距離であり、以後に示すように三角関数の直交性を利用するなどそれぞれの領域で最適な手法を採用する。

4.1 外部領域

外部領域における自由表面積分では、円周方向について三角関数の直交性を利用して積分を行うのが有効である。今、 x 軸に対して流場が対象であるとする、速度ポテンシャル $\phi_I^{(1)}, \phi_d^{(1)}, \phi_j$ は以下のように表示される。

$$\phi_I^{(1)} = \sum_{n=0}^N I_n \cos n\theta \quad \dots (9)$$

$$\phi_d^{(1)} = \sum_{n=0}^N S_n \cos n\theta \quad \dots (10)$$

$$\phi_j = \sum_{n=0}^N P_{jn} \cos n\theta \quad \dots (11)$$

ここで、

$$I_n = -i \frac{ag}{\omega} Z_0(k, z) R_n^I(kr) \quad \dots (12)$$

$$S_n = -i \frac{ag}{\omega} \sum_{m=0}^M S_{mn} Z_m(k_m, z) R_{mn}(k_m r) \quad \dots (13)$$

$$P_{jn} = \sum_{m=0}^M P_{jmn} Z_m(k_{2m}, z) R_{mn}(k_{2m} r) \quad \dots (14)$$

$$Z_m(k_m, z) = \begin{cases} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} & ; m=0 \\ \frac{\cos k_m(h+z)}{\cos k_m h} & ; m \geq 1 \end{cases} \quad \dots (15)$$

$$R_{mn}(k_m r) = \begin{cases} \frac{H_n^{(1)}(kr)}{H_n^{(1)}(kr_0)} & ; m=0 \\ \frac{K_n(k_m r)}{K_n(k_m r_0)} & ; m \geq 1 \end{cases} \quad \dots (16)$$

$$R_n^I = \varepsilon_n i^n J_n(kr) \quad \dots (17)$$

であり、 $\varepsilon_0=1, \varepsilon_{n \geq 1}=2$ で、 $H_n^{(1)}, K_n, J_n$ はそれぞれ n 次の第1種ハンケル関数、第2種変形ベッセル関数、第1種ベッセル関数である。また、 k_m, k_{2m} は

$$-\frac{\omega^2}{g} = k_m \tan k_m h \quad \dots (18)$$

$$-\frac{4\omega^2}{g} = k_{2m} \tan k_{2m} h \quad \dots (19)$$

の固有値である。

(8) 式第2項は、動径方向の積分にガウスの4点積分を用いて r_0 から r_1 までを L 個の幅 H の微小区間に分割すれば、

$$\begin{aligned} & \int_{r_0}^{r_1} \int_0^{2\pi} q\phi_j r d\theta dr \\ &= -\frac{2\omega^2 \rho}{g} \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^4 \left[\theta_O(P_j, S_r, S_r) + 2\theta_O(P_j, I_r, S_r) \right. \\ & \quad + \frac{1}{r^2} \{ \theta_S(P_j, S, S) + 2\theta_S(P_j, I, S) \} \\ & \quad + \frac{3}{2} \frac{\omega^4}{g^2} \{ \theta_O(P_j, S, S) + 2\theta_O(P_j, I, S) \} \\ & \quad - \frac{1}{2} \{ \theta_O(P_j, S, S_{zz}) + \theta_O(P_j, I, S_{zz}) \} \\ & \quad \left. + \theta_O(P_j, S, I_{zz}) \right] \bar{\xi} \bar{w} \quad \dots (20) \end{aligned}$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} & \theta_O(A, B, C) \\ &= \pi \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N A_m B_n (\varepsilon_{m+n} C_{m+n} + \varepsilon_{|m-n|} C_{|m-n|}) \quad \dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Theta_S(A, B, C) &= \pi \left[\sum_{m=1}^N m^2 A_0 B_m C_m + \sum_{n=1}^N \left(-\frac{1}{2} \right) A_m B_n n \right. \\ &\quad \cdot \{ \text{sign}(m-n) |m-n| C_{|m-n|} \\ &\quad \left. - (m+n) C_{m+n} \} \right] \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

であり, $\varepsilon_0=1$, $\varepsilon_{n \geq 1}=1/2$, また $\bar{\xi}$, $\bar{w}$ は,

$$\bar{\xi} = \frac{H}{2} \xi_i + \frac{2(nH+r_0)-H}{2} \dots\dots\dots (23)$$

$$\bar{w} = \frac{H}{2} w_i \dots\dots\dots (24)$$

で, w_i はガウスの積分点 ξ_i での重みである.

4.2 無限領域

無限領域では, 速度ポテンシャル $\phi_I^{(1)}$, $\phi_d^{(1)}$, ϕ_j を漸近展開し, 以下のように表示する.

$$\begin{aligned} \phi_I^{(1)} &\simeq \sum_{n=0}^N \tilde{I}_n \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \cos(kr - \alpha_n) \cos n\theta \\ &\quad (kr \gg 1) \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_d^{(1)} &\simeq \sum_{n=0}^N \tilde{S}_n \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} e^{i(kr - \alpha_n)} \cos n\theta \quad (kr \gg 1) \\ &\dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_j &\simeq \sum_{n=0}^N \tilde{P}_{jn} \sqrt{\frac{2}{\pi k_2 r}} e^{i(k_2 r - \alpha_n)} \cos n\theta \quad (k_2 r \gg 1) \\ &\dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

ここで

$$\alpha_n = \frac{1}{4}(2n+1)\pi \dots\dots\dots (28)$$

$$\tilde{I}_n = -i \frac{ag}{\omega} \varepsilon_n i^n \dots\dots\dots (29)$$

$$\tilde{S}_n = -i \frac{ag}{\omega} \frac{S_{0n}}{H_n^{(1)}(kr_0)} \dots\dots\dots (30)$$

$$\tilde{P}_{jn} = \frac{P_{j0n}}{H_n^{(1)}(k_2 r_0)} \dots\dots\dots (31)$$

である. (8) 式第 3 項の動径方向の無限積分に Eatock-Taylor ら (1987) が示したように Fresnel の関数を応用すると,

$$\begin{aligned} &\int_{r_1}^{\infty} \int_0^{2\pi} q \phi_j r d\theta dr \\ &= -\frac{2\omega^2 \rho}{g} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi k_2}} \frac{k}{\pi} \right. \\ &\quad \cdot \{ -3 \text{sech}^2 kh \Theta^+(\tilde{P}_j, \tilde{I}, \tilde{S}) F(2k + k_2, r_1) \\ &\quad + (3 \tanh^2 kh + 1) \Theta^-(\tilde{P}_j, \tilde{I}, \tilde{S}) F(k_2, r_1) \\ &\quad \left. - 3 \text{sech}^2 kh \Theta^+(\tilde{P}_j, \tilde{S}, \tilde{S}) F(2k + k_2, r_1) \right] \\ &\dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

のように示される. ここで,

$$\begin{aligned} \Theta^\pm(A, B, C) &= \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N A_m B_n \{ \varepsilon_{m+n} C_{m+n} e^{-i(\alpha_m \pm \alpha_n + \alpha_{m+n})} \\ &\quad + \varepsilon_{|m-n|} C_{|m-n|} e^{-i(\alpha_m \pm \alpha_n + \alpha_{|m-n|})} \} \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(\beta, r_1) &= \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}} \left[\left\{ \frac{1}{2} - C \left(\sqrt{\frac{2\beta r_1}{\pi}} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. - i \left\{ \frac{1}{2} - S \left(\sqrt{\frac{2\beta r_1}{\pi}} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

であり, S , C は Fresnel の正弦及び余弦関数である.

4.3 離散化領域

(8) 式第 1 項の離散化領域内での自由表面積分は以下のよう示される.

$$\begin{aligned} \iint_{S_{Fm}} q \phi_j ds &= -\frac{2\omega^2 \rho}{g} \iint_{S_{Fm}} \phi_i \left\{ \phi_{dx}^{(1)2} \right. \\ &\quad + 2\phi_{Ix}^{(1)} \phi_{dx}^{(1)} + \phi_{dy}^{(1)2} + 2\phi_{Iy}^{(1)} \phi_{dy}^{(1)} \\ &\quad + \frac{3}{2} \frac{\omega^4}{g^2} (\phi_d^{(1)2} + 2\phi_I^{(1)} \phi_d^{(1)}) \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (\phi^{(1)} \phi_{dzz}^{(1)} + k^2 \phi_I^{(1)} \phi_d^{(1)}) \right\} ds \\ &\dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

5. 水槽実験

実験に使用した模型は Fig. 3~4 に示す円筒型浮体及びコーン型浮体であり, 三分力計を介して吃水 d が 0.1 m になるように固定した. 水深 h は 1.0 m とし, 周期 0.8~2.1 sec の範囲の規則波を波振幅 $a=0.01 \sim 0.03$ m の間で変化させ造波し, F_x , F_z , M_y を計測した. 計測されたデータは, 定常な 5 波をサンプリング数 2048 点で AD 変換した後, 高速フーリエ変換により各周波数成分に分離した. また, 漂流力については造波を開始する直前の計測値を基準とし, それと定常な 5 波の平均値との差を波漂力 $f_0^{(2)}$ とした.

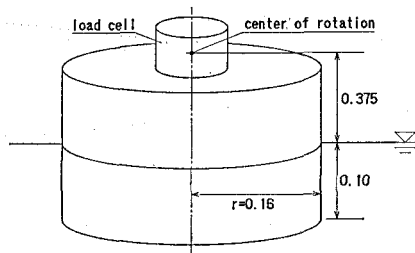


Figure 3: Model configuration of circular dock.

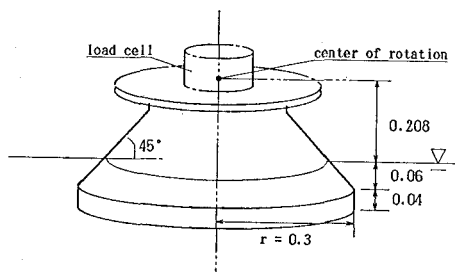


Figure 4: Model configuration of cone shaped structure.

6. 結果及び考察

6.1 計算精度の検討

鉛直円柱を例にとり本報で示した手法と実験結果及び Eatock-Taylor (1987) の解析解とを比較する。Fig. 5 に水深半径比 $h/r=5$ の鉛直円柱に作用する 2 次水平波力 $f_x^{(2)}$ を示す。解析解と本計算結果はよく一致しており、本数値計算手法の妥当性を確認する事が出来る。

6.2 円筒型浮体

Fig. 6~8 に円筒型浮体に作用する 2 次の漂流力を、Fig. 9~11 に 2 次の変動波力を示す。実験結果にばらつきが見られるものの、計算結果と実験結果は良い相関を示しており 3 次元浮体においても本手法の妥当性が確認できる。

6.3 コーン型浮体

Fig. 12~14 にコーン型浮体に作用する 2 次の漂流力

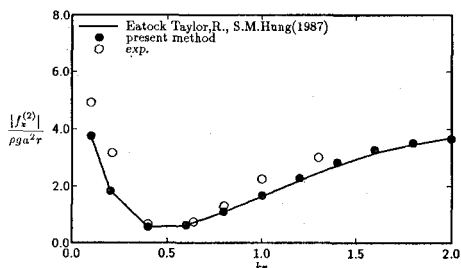


Figure 5: Second-order horizontal wave forces on a circular cylinder.

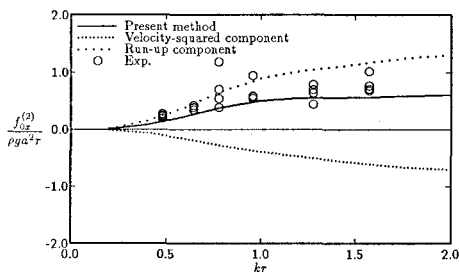


Figure 6: Second-order horizontal wave drift forces on a circular dock.

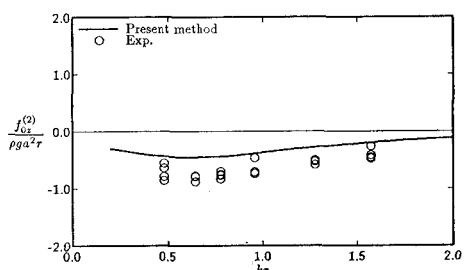


Figure 7: Second-order vertical wave drift forces on a circular dock.

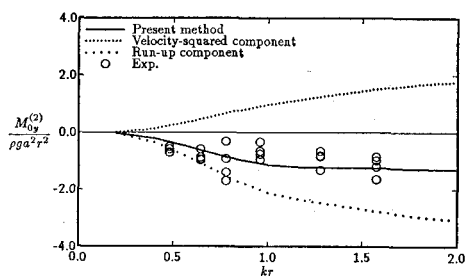


Figure 8: Second-order wave drift moments on a circular dock.

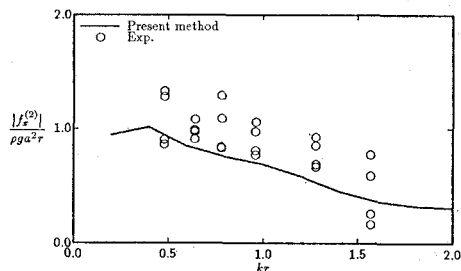


Figure 9: Second-order horizontal wave forces on a circular dock.

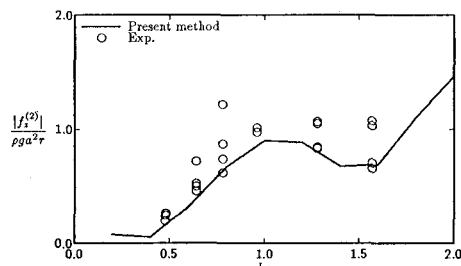


Figure 10: Second-order vertical wave forces on a circular dock.

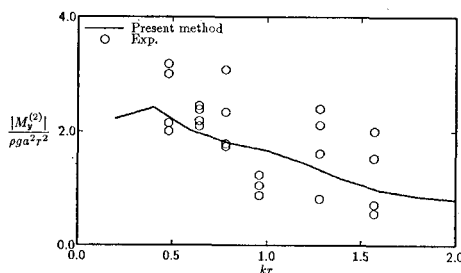


Figure 11: Second-order wave moments on a circular dock.

を示す。水平波漂流力 $f_{0x}^{(2)}$ には舷側傾斜の影響は表れないため、計算値と実験値は良く一致している。舷側傾斜影響がある鉛直漂流力 $f_{0z}^{(2)}$ 及び漂流モーメント $M_{0y}^{(2)}$ についても、計算値と実験値は良い相関を示していると思われる。特に鉛直漂流力については、舷側傾

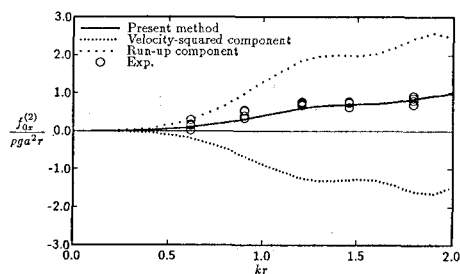


Figure12: Second-order horizontal wave drift forces on a cone shaped structure.

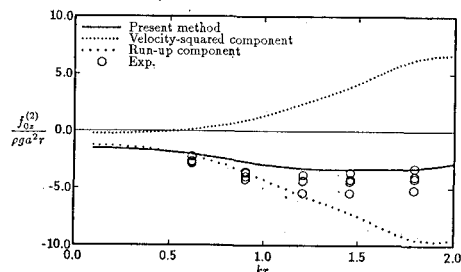


Figure13: Second-order vertical wave drift forces on a cone shaped structure.

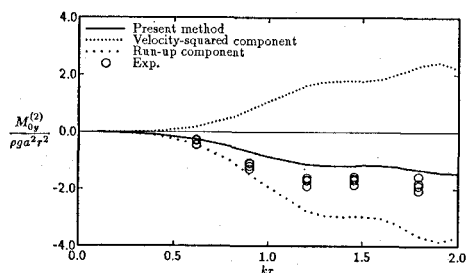


Figure14: Second-order horizontal wave forces on a cone shaped structure.

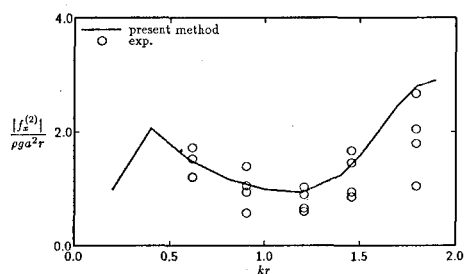


Figure15: Second-order horizontal wave forces on a cone shaped structure.

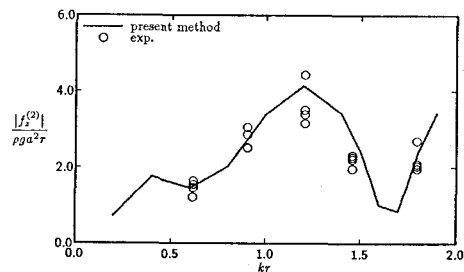


Figure16: Second-order vertical wave forces on a cone shaped structure.

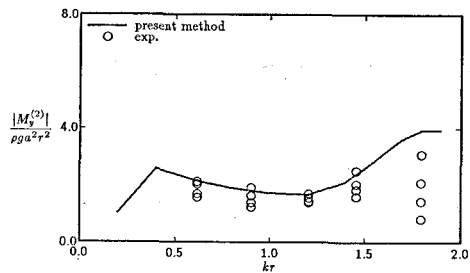


Figure17: Second-order wave moments on a cone shaped structure.

斜を考慮しない従来の方法では圧力方程式の速度2乗項に由来する項のみで評価することになるため、現象をまったく説明できないことがわかった。

次に、Fig. 15~17 に2次の波力を示す。計算値と実験値の相関は良く、本報で示した舷側傾斜影響の評価方法の妥当性が明らかになった。

7. 結 言

本研究で得られた結論は以下のとおりである。

1. 鉛直円柱に作用する2次の波力について、計算結果と解析解及び実験結果とを比較し、本研究で示した計算手法の妥当性が確認された。
2. 円筒型浮体に作用する2次の波力についても、計算結果と実験結果とは良い相関を示した。
3. コーン型浮体に作用する2次の漂流力及び波力について計算結果と実験結果を比較検討した結果、両者は

良い相関を示し、特に鉛直力及びモーメントについては、舷側傾斜の影響を考慮しなければ現象を説明できないことが明らかになった。

参 考 文 献

- 経塚雄策 (1982): 2次元物体に働く非線形流体力について (第3報舷側傾斜影響), 日本造船学会論文集, 第150号, pp. 166-174.
- 酒向裕司・松井徹哉・鈴木達人・佐野公俊 (1989): 3次元物体に加わる2次波強制力の計算法について, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 1121-1122.
- 永井孝志・増田光一 (1990): 浅海域における円柱浮体に働く2次長周期波力に関する研究, 関西造船協会誌, 第213号, pp. 109-114.
- 増田光一・永井孝志 (1990): 2本の柱状体に作用する非線形波力に関する研究, 第37回海岸工学講演会論文集, pp. 659-663.
- Eatock Taylor, R. and S. M. Hung (1987): Second order diffraction forces on a vertical cylinder in regular waves, Applied Ocean Research, Vol. 9, No. 1, pp. 19-30.