

没水平板に作用する波力に関する研究

余 錫平*・磯部雅彦**・渡辺 晃***

1. 序 言

比較的大水深で用いるための消波構造物の一種として、没水平板が提案されている。柱で支える没水平板は、最もシンプルな形状で、軟弱地盤の場合にも使用でき、さらに、通常のマウンド・タイプの防波堤・離岸堤と違って、計画および設計において入手可能な材料や現場の地盤特性の制約が小さい。ただし、その設計のためには、作用波力を正確に決定することがより一層重要となる。

没水平板の消波効果、つまり没水平板による波の反射、透過特性についていろいろな方法を用いた多くの研究がある（井島，1971；服部・松本，1977；Patarapanich，1984；青山ら，1988；余ら，1989）。しかし、波力に関しては、線形長波の場合において服部・松本（1977）の解析結果があるものの、まだ未知な点が多い。

没水平板への作用波力は、平板の長さ、没水深さ、傾き、平板設置位置での水深、入射波の周期および波高によって変化すると考えられる。このように多くのパラメータに関わる現象について、まず線形解を求め、それを基にして、波の有限振幅性、不規則性、さらに平板境界層などの影響を調べ、線形解を修正することによって実用公式を導く方法がある。そこで、本研究においては、有限要素法を用いて線形波力の解析を行い、平板の設置方法および入射波条件に対する波力係数の変化を検討する。同時に実験結果によって、解析方法を検証し、また解析で無視された波の非線形性ないし碎波が波力に及ぼす影響を調べる。波の不規則性および流体の粘性などについては、今後さらに研究を進めることが必要となる。

2. 波力計算の線形理論

通常の非圧縮、非粘性流体の非回転運動を仮定すると、図-1で示されているような没水平板周辺の波浪場は速度ポテンシャル Φ で表される。速度ポテンシャル Φ を入射波による部分と散乱波による部分に分離し、そ

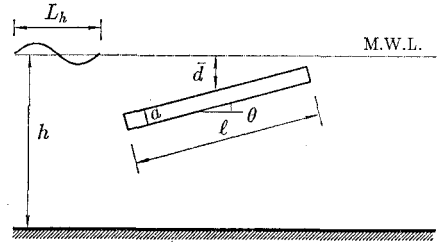


図-1 没水平板の定義図

れぞれ時間の正弦関数と仮定することによって、式（1）が得られる。

$$\Phi = (\phi_0 + \phi) e^{-i\sigma t} \quad (1)$$

ここに、 σ は角周波数、 t は時間、 i は虚数単位であり、また、 ϕ_0 は入射波、 ϕ は散乱波を表す。微小振幅波理論に従って ϕ_0 は式（2）のように示される。

$$\phi_0 = \frac{gH_0}{2\sigma} \frac{\cosh k_h(z+h)}{\cosh k_h h} e^{ik_h x} \quad (2)$$

ただし、 H_0 は入射波高、 k_h は一様水深部での波数、 h は一様水深部での水深、 g は重力加速度、 x は水平座標、 z は鉛直座標である。 k_h と σ とは分散関係式 $\sigma^2/g = k_h \tanh k_h h$ によって関連づけられる。

波圧 p は線形化された非定常 Bernoulli 方程式

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - gz \quad (3)$$

で求められる。ここに、 ρ は水の密度である。平板表面に沿って波圧を積分すると、平板への全波力ベクトル $\vec{P}$ が得られる。式（1）および（2）も考慮すると、

$$\frac{\vec{P}}{\rho} = i\sigma e^{-i\sigma t} \int_{\Gamma_p} \vec{\phi}_0 \vec{n} d\Gamma + \frac{\vec{P}_v}{\rho} + \frac{\vec{P}_k}{\rho} \quad (4)$$

ただし、 Γ_p は平板表面を、 $\vec{n}$ は平板表面の単位法線ベクトルを示し、 $\vec{P}_v$ は浮力、 $\vec{P}_k$ は Froude-Krylov 力である。線積分の方向は時計回り方向である。 $\vec{P}_v$ および $\vec{P}_k$ は式（5）および（6）で計算できる。

$$\vec{P}_v/\rho = glak \quad (5)$$

$$\vec{P}_k/\rho = i\sigma e^{-i\sigma t} \int_{\Gamma_p} \vec{\phi}_0 \vec{n} d\Gamma \quad (6)$$

ここに、 l は平板の長さ、 a は平板の厚さ、 θ は平板の

* 正会員 工博 東亜建設工業(株)技術研究所

** 正会員 工博 東京大学工学部助教授

*** 正会員 工博 東京大学工学部教授

傾斜角度、 $\vec{k}$ は鉛直方向の単位ベクトルである。平板の厚さ a を 0 考えると、 $\vec{P}_0 = \vec{P}_k = 0$ である。この場合には、図-2 で示されているように、波圧が平板に直交するため、平板表面での摩擦力を無視すると、全波力の方向は平板の法線方向と一致することがわかる。そし

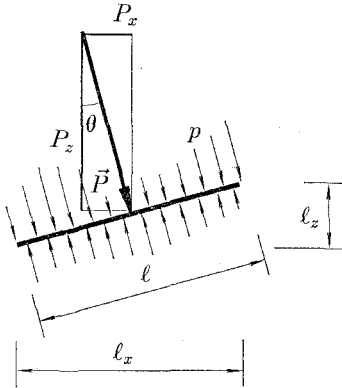


図-2 没水平板への作用波力の説明図

て、波力係数 C_f が次式のように定義できる。

$$C_f = \frac{P}{\rho g H_0 l} = \frac{P_x}{\rho g H_0 l_x} = \frac{P_z}{\rho g H_0 l_z} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $P = |\vec{P}|$ 、また、 P_x および P_z は波力の x および z 方向の分力であり、 l_x および l_z は平板の x および z 方向の射影長さである。式 (7) により、全波力あるいは x または z 方向の分力が得られれば波力係数が計算できる。

速度ポテンシャル ϕ に対する基礎方程式および水面、底面、平板面と左右における境界条件から、 ϕ に対して、式 (8) のような基礎方程式と式 (9) のような境界条件が得られる。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} + K\phi + v = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 K と v は複素定数であり、各境界において表-1 で示される値をとる。平板面での ϕ が得られれば、式 (4) によって波力が計算でき、 C_f も求められる。 ϕ の解を求める方法にはいろいろある。平板が水平に設置される場合には、速度ポテンシャル接続法があり

表-1 境界条件と K および v の値

境 界	K	v
自由水面	$-\sigma^2/g$	0
底 面	0	0
左右透過性境界	$-ikh$	0
平 板 面	0	$\partial \phi_0 / \partial n$

(井島, 1971; 吉田ら, 1990), より一般的な方法としては境界要素法や有限要素法がある。本研究では有限要素法の応用を検討する。

3. 有限要素法を用いた数値計算

ラプラス方程式 (8) の解を式 (9) の境界条件で求めることは、汎関数

$$I = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \{g\}^T \{g\} d\Omega + \int_{\Gamma} v \phi d\Gamma + \frac{1}{2} \int_{\Gamma} K \phi^2 d\Gamma$$
$$\left(\{g\} \equiv \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right\}^T \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

の極値を求めること、つまり

$$\delta I = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

を満たす条件を求めることと同値である (Huebner, 1975)。ここに、 Ω は計算領域、 Γ は Ω の境界、 δ は変分を表し、添字 T は転置行列を意味する。

計算領域を三角形の要素に分割し、代表的な要素 e を図-3 に示す。 e の 3 頂点を逆時計回り方向に i, j, k とする。

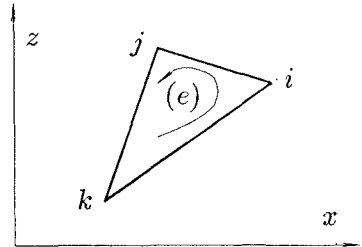


図-3 有限要素の説明図

要素内において、線形内挿関数

$$L_i^{(e)} = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} 1 & x & z \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \end{vmatrix} \quad L_j^{(e)} = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x & z \\ 1 & x_k & z_k \end{vmatrix}$$
$$L_k^{(e)} = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x & z \end{vmatrix}; \quad (A = \begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \end{vmatrix})$$

を用いると、速度ポテンシャル ϕ およびその微分が i, j, k 点での ϕ の値で表される。つまり、

$$\phi^{(e)} = \sum_{m=i,j,k} L_m^{(e)} \phi_m \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\{g^{(e)}\} = \left\{ \sum_{m=i,j,k} \frac{\partial L_m^{(e)}}{\partial x} \phi_m, \sum_{m=i,j,k} \frac{\partial L_m^{(e)}}{\partial z} \phi_m \right\}^T$$
$$\dots\dots\dots (13)$$

ここに、添字 (e) は要素 e に関するものを示す。式 (12) および (13) をマトリックスで表示すると、式

$$\phi^{(e)} = [A^{(e)}] \{\phi\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\{g^{(e)}\} = [B^{(e)}] \{\phi\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

が得られる。ここに、

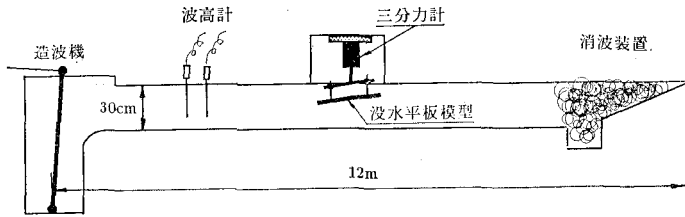


図-4 実験装置図

$$\{\phi\} = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N\}^T \dots\dots\dots (16)$$

は N 個の全体格子点での ϕ 値で構成されたベクトルであり、 $[A^{(e)}]$ は 1 行 N 列、 $[B^{(e)}]$ は 2 行 N 列のマトリックスで、その成分は次のとおりである。

$$A_{1,m}^{(e)} = \begin{cases} L_m^{(e)} & ; m=i, j, k \\ 0 & ; m \neq i, j, k \end{cases}$$

$$B_{1,m}^{(e)} = \begin{cases} \frac{\partial L_m^{(e)}}{\partial x} & ; m=i, j, k \\ 0 & ; m \neq i, j, k \end{cases}$$

$$B_{2,m}^{(e)} = \begin{cases} \frac{\partial L_m^{(e)}}{\partial x} & ; m=i, j, k \\ 0 & ; m \neq i, j, k \end{cases}$$

内挿関数 L_i, L_j および L_k は要素に係わる格子点の相対座標、つまり要素の形だけによるものであるから、 $[A^{(e)}]$ および $[B^{(e)}]$ も要素の形によって決まる。

式 (10) における全領域に対する積分を各要素に対する積分の重ね合わせに代えて、さらに式 (14) および (15) を考慮すと、汎関数 I が次式のように書き改められる。

$$I = \sum_e \left[\frac{1}{2} \int_{\Omega^{(e)}} \{\phi\}^T [B^{(e)}]^T [B^{(e)}] \{\phi\} d\Omega \right. \\ \left. + \int_{\Gamma^{(e)}} v^{(e)} [A^{(e)}] \{\phi\} d\Gamma \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \int_{\Gamma^{(e)}} K^{(e)} \{\phi\}^T [A^{(e)}]^T [A^{(e)}] \{\phi\} d\Gamma \right] \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 $\Omega^{(e)}$ は要素 e の領域、 $\Gamma^{(e)}$ は $\Omega^{(e)}$ の境界を示す。 $K^{(e)}$ および $v^{(e)}$ の値は、境界上にある場合には表-1 によって与え、計算領域内部にある場合に 0 とする。式 (17) では汎関数 I の独立変数が各格子点での ϕ 値で構成されたベクトル $\{\phi\}$ となったから、式

(11) の極値条件は $\partial I / \partial \{\phi\} = 0$ となる。式 (17) をこの条件に代入することによって、線形方程式

$$\left(\sum_e \int_{\Omega^{(e)}} [B^{(e)}]^T [B^{(e)}] d\Omega \right. \\ \left. + \sum_e \int_{\Gamma^{(e)}} K^{(e)} [A^{(e)}]^T [A^{(e)}] d\Gamma \right) \{\phi\} \\ = - \sum_e \int_{\Gamma^{(e)}} v^{(e)} [A^{(e)}]^T d\Gamma \dots\dots\dots (18)$$

を得る。この方程式を解けば各格子点での ϕ の値が得られる。

4. 実験方法

実験装置を図-4に示す。長さ約 12 m、深さ 30 cm、幅 20 cm の小型水路の一端に規則造波機が設置され、水路の末端で反射を抑えるために、消波措置を置いている。水路の中央部に没水平板の模型が没水深さおよび傾きを自由に変えるように設置されている。没水平板には歪み型の三分力計が取り付けられている。没水平板の前面約 3 m のところで 2 本の波高計を用いて同時に水位変動を計り、その時系列データから、Goda (1987) の方法によって入射波の波高を求める。没水平板の模型には、幅が水路よりやや小さく、長さが 5 cm から 50 cm まで 5 cm 間隔で 10 枚のプラスチック板を用いた。

5. 計算および実験の結果

没水平板への作用波力を調べるために、平板の長さ、没水深さ、傾き、厚さ、および入射波の波高と周期を変化させて、計算および実験を行った。計算において、Sommerfeld 型境界条件を適用するために、左右透過性境界を平板の前後端部からそれぞれ沖側および岸側に一樣水深部での波長分だけ離し、定常減衰波の影響をほと

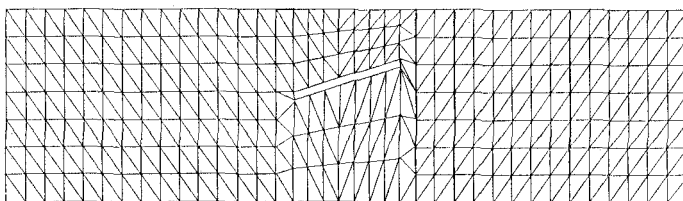


図-5 計算領域の分割の例

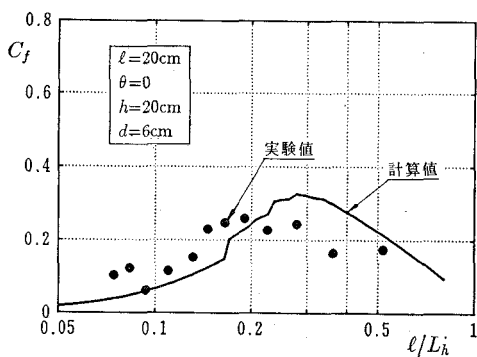


図-6 波力係数と入射波周期との関係

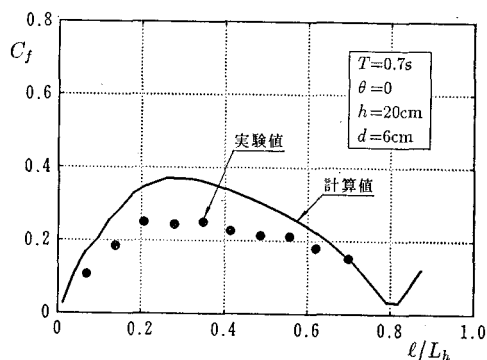


図-8 波力係数と平板長との関係

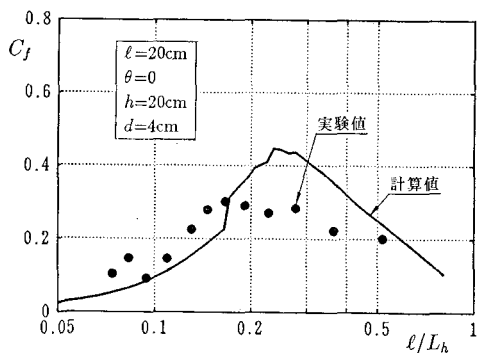


図-7 波力係数と入射波周期との関係

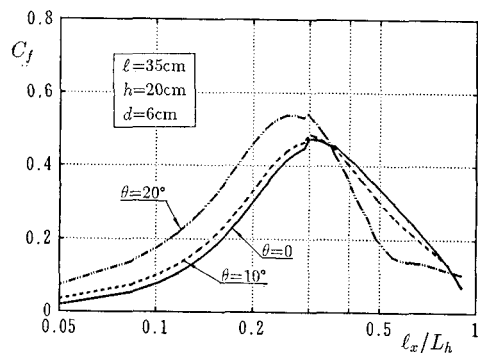


図-9 波力係数と平板角度との関係

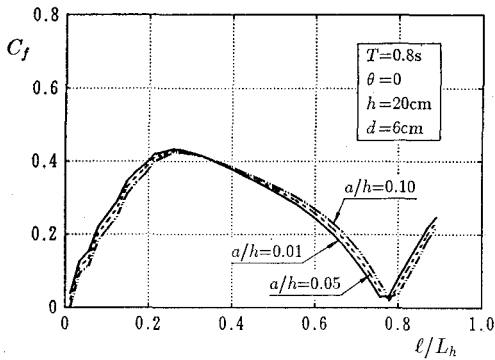
んど受けないようにする。領域分割は平板の配置および入射波の条件に対応して変化させるが、水平方向格子点の間隔は波長の $1/15$ としている。鉛直方向は、格子点が平板の表面と合うように配慮する。図-5 は、平板長さと同様水深との比 l/h が 1.75 、平板の相対没水深 d/h が 0.3 、平板の角度 θ が 10° および入射波周期 T が $0.8s$ の条件での領域分割の例を示す。

没水平板への作用波力は入射波の周期によって変化する。周期が極端に短ければ、波動の影響は平板に及ばず、波力係数は 0 となり、一方、長周期波の場合においても、慣性力が無視できるため、波力係数はやはり 0 となる。したがって、ある周期に対して波力係数が最大値に達する。このような変化の具体的な例として、同様水深 $h=20cm$ 、平板の相対没水深 $d/h=0.3$ 、平板の長さと同様水深の比 $l/h=1.0$ の場合に対して計算および実験を行った。その結果を図-6 に示す。実験と計算とは同じ傾向を示すが、相対的に短い周期において実験値が計算値よりやや小さい傾向がみられる。これは平板上での水深が小さいため、波の減衰が無視できないことによるものと考えられる。一方、図-7 には、相対没水深を 0.2 とした計算および実験の結果が示されている。図-6 のものと比較すると、計算と実験の相方で平板の没水

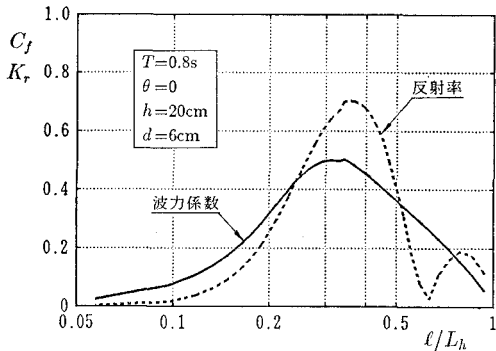
深さを小さくすると波力が增大する傾向が分かる。また、両ケースでの計算と実験との一致度から、平板上での水深が小さいほど波力係数に対する波減衰の影響が大きくなることも明らかである。

図-8 は、入射波周期を一定とした ($T=0.7s$) 場合に、波力係数の平板長に対する変化を示したものである。平板が短いと周辺の波浪場に与える影響がほとんどないため、平板上下の圧力差が非常に小さく、波力係数もほぼ 0 となる。また、平板上での波の波長が平板の長さと同様等しいところで平板への作用波力が 0 になる。

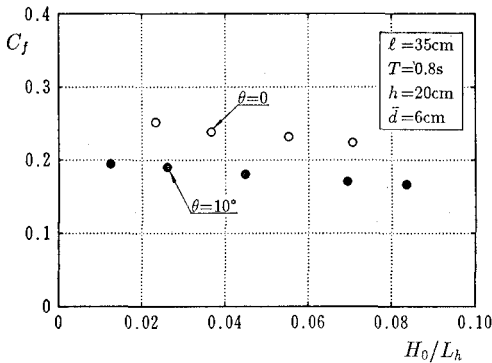
平板の傾きが波力係数に与える影響を調べるために、平板の平均相対没水深 d/h を 0.3 、平板長と同様水深との比 l/L_h を 1.75 とし、平板の傾き角度 θ を変化させて計算を行った。その結果、図-9 で示されているように、 $\theta=20^\circ$ のように平板がほとんど自由水面に達する場合でも、波力係数はそれほど大きく異なることなく、 $\theta=10^\circ$ では水平平板の結果とほぼ同じものであることが分かった。一方、実験も同じような結果を示している。ところで、式(7)より、平板が一定の角度を持つと、水平方向の波力が生じる。このような水平波力は没水平板構造物の転倒モーメントに大いに効くので、大水深において平板に角度を持たせることに対して



図—10 波力係数と平板の厚さとの関係



図—11 波力係数と平板による波の反射率との関係



図—12 波力係数と入射波波形勾配との関係

は、十分に検討する必要がある。

図—10 は平板の厚さが波力係数に及ぼす影響を調べた結果を示している。計算例において、一様水深は 20 cm、平板の相対没水深さは 0.3、入射波の周期は 0.8 s である。平板の厚さと水深との比が 0.01, 0.05 および 0.1 に変わっても、波力係数がほとんど変わらないことがわかる。

図—11 は波力係数と平板による波の反射率との関係を示すものである。反射率が最大（透過率が最小）にな

るところで、波力係数は最大になることが明らかである。

平板に作用する波力の解析に微小振幅波理論が適用できるかどうかを検討するために、波力係数に対する入射波の波形勾配の影響を調べた。図—12 は 2 つのケースに対して測定した波力係数の入射波波形勾配による変化の傾向を示している。波形勾配が非碎波から碎波に至るまでの広い範囲で変化するのに対して、波力係数がやや小さくなる傾向があるものの、大きく変わらないことが明らかである。一方、この 2 つのケースの Keulegan-Carpenter 数 ($K = \pi H_0 / l \tanh kh$) を計算すると、いずれの場合にも 1 より小さいことが分かる。したがって、理想流体運動の仮定が適当であり (Sarpkaya・Isaacson, 1981), 碎波などによる平板上で生じた波減衰が波力係数に一定の影響を与えるものの、微小振幅波理論がある程度まで適用できると言える。

6. ま と め

有限要素法に基づく数値解析および水槽実験の結果を用いて、没水平板への作用波力を検討した。平板上での波減衰の影響があるものの、計算と実験とある程度一致することが分かった。計算および実験の結果により、没水平板への波力係数の、入射波周期、平板の長さおよび没水深さによる変化を例示した。また、平板の傾き角度および厚さは波力係数に大きな影響を及ぼさないことが明らかにされた。さらに、Keulegan-Carpenter 数が 1 より小さければ、入射波の波形勾配が広い範囲で変化しても、波力係数は大きく変わらないことが確認された。

参 考 文 献

- 青山哲也・磯部雅彦・泉宮尊司・渡辺 晃 (1988): 没水平板による波浪制御に関する基礎研究, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 507-511.
- 井島武士 (1971): 最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用, 1971 年度水工学に関する夏期研修会講義集, B コース, pp. B-1-1-B-1-31.
- 服部昌太郎・松本文信 (1977): 水平板型透過性防波堤の水理特性, 第 24 回海岸工学講演会論文集, pp. 266-270.
- 余 錫 平・磯部雅彦・渡辺 晃 (1989): 特性曲線を用いた没水平板周辺の波浪場の非線形解析, 海岸工学論文集, 第 36 巻, pp. 524-528.
- 吉田明徳・小島治幸・鶴本良博 (1990): ポテンシャル接続法 (選点法) による有限振幅波の境界値問題解析法, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp. 519-523.
- Goda, Y. (1987): *Random Sea and Design of Maritime Structures*, The Univ. of Tokyo Press, 323 p.
- Huebner, K. H. (1975): *The Finite Element Method for Engineers*, John Wiley & Sons, 500 p.
- Patarapanich, M. (1984): Maximum and Zero Reflection from Submerged Plate, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, Vol. 110, No. 2, pp. 171-181.
- Sarpkaya, T. and M. Isaacson (1981): *Mechanics of Wave Force on Offshore Structures*, Van Nostrand Reinhold Company, 651 p.