

透過潜堤による非線形波浪変形について

磯部 雅彦*, 芝 和彦**, Eric Cruz Cruz***, 渡辺 晃****

1. 序 論

近年, 種々の波浪制御・海岸侵食制御構造物が提案(宇多ら, 1987)され, 実用に供されようとしている. 潜堤は天端が水面よりもわずかに低くなるように建設される構造物である. これは, 海岸侵食などの海岸災害の防止のために波浪エネルギーの一部を減衰させればよい場合に計画されるものであり, 海水交換や景観などの環境問題に対して通常の構造物よりも優れた点が見いだされる. 透過潜堤の波浪制御効果は, 入射エネルギーの反射, 透水層への吸収, および潜堤上での砕波減衰によって得られるものであり, この結果, 潜堤背後の海域は静穏化され, 海岸侵食問題などが解決・緩和される.

Somchai ら (1989, 1990) は, 透水層上の緩勾配方程式を導いたのち, これにエネルギー減衰項を含め, 砕波減衰のモデル化を行うことによって, 潜堤上での砕波を含む波浪変形にともなう生ずる平面的波浪場の数値予測手法を開発した. しかし, この手法を平面 2 次元問題に適用すると, 潜堤上まではある程度的一致が得られるものの, 潜堤背後では一致が悪くなる. これは, 実現象での非線形性にともなう波の分裂による周期の変化が数値モデルに取り入れられていないためだと考えられた.

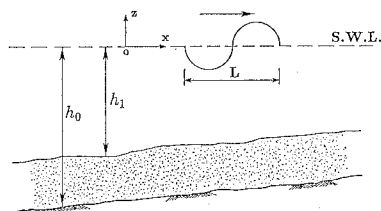
そこで本研究では, 透過潜堤背後を含む平面的波浪場の精度よい予測を可能とするために, 透水層の存在を考慮した非線形波動方程式を導く. 得られる方程式は, 3 元連立の非線形偏微分方程式であり, 空隙率を 0 とするとブシネスク方程式と一致する. 続いて, この方程式を用いた数値計算モデルを開発し, 2 次元水路を用いて行った実験結果と比較することにより, 方程式の適用性を調べる.

2. 透水層上の非線形波動方程式の誘導

(1) 基礎方程式および境界条件

簡単のため, 以下では断面 2 次元で記述する. 図一1

のように, 全水深 h_0 のうち厚さ $h_p (=h_0-h_1)$ の部分が透水性の多孔体でできているものとし, このような場における波動運動の基礎方程式と境界条件を考える.



図一1 透水層を含む波動場の定義

透水層の上部の厚さ h_1 の水の層における運動方程式および連続式は, 水面変動を η , 水平流速を u , 鉛直流速を w として次のように書ける.

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (-h_1 \leq z \leq \eta) \quad (1)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (-h_1 \leq z \leq \eta) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

ここに, g は重力加速度, p は水圧, ρ は水の密度である.

透水層における運動方程式および連続式は, 透水層内の流速を u_s, w_s , 水圧を p_s として

$$C_r \frac{Du_s}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\varepsilon \nu}{K_p} u_s - \frac{\varepsilon^2 C_f}{\sqrt{K_p}} \sqrt{u_s^2 + w_s^2} u_s \quad (-h_0 \leq z \leq -h_1) \quad (4)$$

$$C_r \frac{Dw_s}{Dt} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\varepsilon \nu}{K_p} w_s - \frac{\varepsilon^2 C_f}{\sqrt{K_p}} \sqrt{u_s^2 + w_s^2} w_s \quad (-h_0 \leq z \leq -h_1) \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

と表される (Somchai ら, 1989). ここに, ε は空隙率, ν は動粘性係数, K_p は線形透水係数, C_f は乱流抵抗係数であり, K_p および C_f は透水試験によって求められる. また, 透水層構成材料の質量係数を C_M とすれば, 透水層内の平均質量係数 C_r は $C_r = \varepsilon + (1-\varepsilon)C_M$ となる.

境界条件には, 水面, 底面および 2 層の界面における

* 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科

** 東京大学大学院 土木工学専攻

*** 工修 東京大学大学院 土木工学専攻

**** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

ものがあり,

$$p=0 \quad (z=\eta) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} = w \quad (z=\eta) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$w_s + u_s \frac{\partial h_0}{\partial x} = 0 \quad (z=-h_0) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$p=p_s \quad (z=-h_1) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$w + u \frac{\partial h_1}{\partial x} = \varepsilon \left(w_s + u_s \frac{\partial h_1}{\partial x} \right) \quad (z=-h_1) \quad \dots\dots (11)$$

と表される.

(2) 基礎方程式の無次元化とオーダリング

各基礎方程式を, 流速および水平・鉛直方向の長さに
関する代表値 $\sqrt{gh}$ および L, h を用いて無次元化する.

無次元化された量に ' をつけて表すことにすれば,

$$x=Lx', \quad z=h z', \quad t=\frac{L}{\sqrt{gh}} t'$$

$$u=\sqrt{gh} u', \quad w=\sqrt{gh} \frac{h}{L} w', \quad p=\rho gh p'$$

$$u_s=\sqrt{gh} u'_s, \quad w_s=\sqrt{gh} \frac{h}{L} w'_s, \quad p_s=\rho gh p'_s$$

である. これらを式 (1)~(6) に代入することにより, 無次元化された以下の基礎方程式を得る.

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + w' \frac{\partial u'}{\partial z'} = -\frac{\partial p'}{\partial x'} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\left(\frac{h}{L}\right)^2 \left[\frac{\partial w'}{\partial t'} + u' \frac{\partial w'}{\partial x'} + w' \frac{\partial w'}{\partial z'} \right] = -1 - \frac{\partial p'}{\partial z'} \quad (13)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial w'}{\partial z'} = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$C_r \left[\frac{\partial u'_s}{\partial t'} + u'_s \frac{\partial u'_s}{\partial x'} + w'_s \frac{\partial u'_s}{\partial z'} \right] = -\frac{\partial p'_s}{\partial x} - \frac{\varepsilon \nu L}{K_p \sqrt{gh}} u'_s \\ - \frac{\varepsilon^2 C_f L}{\sqrt{K_p}} \sqrt{u'^2_s + \left(\frac{h}{L}\right)^2 w'^2_s} u'_s \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\left(\frac{h}{L}\right)^2 C_r \left[\frac{\partial w'_s}{\partial t'} + u'_s \frac{\partial w'_s}{\partial x'} + w'_s \frac{\partial w'_s}{\partial z'} \right] = -1 - \frac{\partial p'_s}{\partial z} \\ - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{\varepsilon \nu L}{K_p \sqrt{gh}} w'_s - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{\varepsilon^2 C_f L}{\sqrt{K_p}} \\ \cdot \sqrt{u'^2_s + \left(\frac{h}{L}\right)^2 w'^2_s} w'_s \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{\partial u'_s}{\partial x'} + \frac{\partial w'_s}{\partial z'} = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

(3) 基礎方程式の鉛直方向積分

Abbot (1979) の方法にならい, 式 (12)~(17) において, $u' \sim w' \sim u'_s \sim w'_s \sim \varepsilon \sim \left(\frac{h}{L}\right)^2 \ll 1$ と仮定して, 基礎方程式を逐次近似していく.

式 (13) より, 式 (2) の第 0 次近似式は,

$$0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (18)$$

である. これを z から η まで積分し, 式 (7) を用いると次式が求まる.

$$p = \rho g (\eta - z) \quad \dots\dots\dots (19)$$

同様に, 式 (16) からわかる式 (5) の第 0 次近似式

に, 式 (10), (19) を用いると次式が求まる.

$$p_s = \rho g (\eta - z) \quad \dots\dots\dots (20)$$

また, 式 (12) から, 式 (1) の第 1 次近似式を求め, さらに式 (19) を代入すれば,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (21)$$

を得る. 同様に式 (15) より, 式 (4) の第 1 次近似式を求め, さらに式 (20) を代入すれば,

$$C_r \frac{\partial u_s}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\varepsilon \nu}{K_p} u_s \quad \dots\dots\dots (22)$$

を得る. 式 (21), (22) からこの近似の段階では, u, u_s は z の関数ではないことがわかる. これを利用して, 連続式から w_s, w を求める.

まず, 式 (6) を $-h_0$ から z まで積分し, 式 (9) を用いることにより, w_s を求める.

$$w_s = -\frac{\partial}{\partial x} [u_s (z + h_0)] \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここで, 同式について $-h_0$ から $-h_1$ までの積分も行い, 次式を得る.

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} u_s|_{-h_1} + w_s|_{-h_1} = -\frac{\partial}{\partial x} [u_s (h_0 - h_1)] \quad \dots\dots (24)$$

同様に式 (3) を $-h_1$ から z まで積分し, 式 (11), (24) を用いることによって w を求める.

$$w = -\frac{\partial}{\partial x} [u (z + h_1)] - \frac{\partial}{\partial x} [\varepsilon u_s (h_0 - h_1)] \quad \dots (25)$$

いま, 連続式 (3) について $-h_1$ から η までの積分を行い, 式 (11), (24) を用いると, 所望の非線形波動方程式の第 1 式が求まる.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [u (\eta + h_1)] - \frac{\partial}{\partial x} [\varepsilon u_s (h_0 - h_1)] \quad \dots (26)$$

式 (23), (25) のように w_s, w が求まったため, 再び式 (2), (5) に戻り, 以前よりは近似度を上げて p, p_s を計算する.

式 (2) の第 1 次近似式に, 式 (25) を用いると,

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = g - \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} [u (z + h_1)] - \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} [\varepsilon u_s (h_0 - h_1)] \\ \dots\dots\dots (27)$$

となる. これを z から η まで積分したものに式 (7) を用い, 微小項を無視することにより p を得る.

$$p = \rho g (\eta - z) - \rho \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left[\frac{u}{2} [(\eta + h_1)^2 - (z + h_1)^2] \right] \\ - \rho \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} [\varepsilon u_s (h_0 - h_1) (\eta - z)] \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここで, 同式を $-h_1$ から η まで積分すると次式が求まる.

$$p|_{-h_1} = \rho g (\eta + h_1) - \rho \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left[\frac{u}{2} (\eta + h_1)^2 \right] \\ - \rho \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} [\varepsilon u_s (h_0 - h_1) (\eta + h_1)] \quad \dots\dots\dots (29)$$

同様に, 式 (5) の第 1 次近似式に式 (23), (29) を用いて p_s を求める.

$$\begin{aligned}
 p_s = & \rho g(\eta - z) - \rho \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left[\frac{C_r u_s}{2} \{ (h_0 - h_1)^2 - (z + h_0)^2 \} \right] \\
 & - \rho \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\varepsilon \nu}{K_p} \frac{u_s}{2} \{ (h_0 - h_1)^2 - (z + h_0)^2 \} \right] \\
 & - \rho \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left[\frac{u}{2} \{ (\eta + h_1)^2 \} \right] \\
 & - \rho \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} [\varepsilon u_s (h_0 - h_1) (\eta + h_1)] \dots \dots \dots (30)
 \end{aligned}$$

以上で p , p_s が求まったので、最終的に式 (1), (4) に戻って所望の非線形波動方程式の第 2, 第 3 式を得る。

式 (12) において, u の第 1 次近似解が式 (21) のように z の関数ではないことを考慮すれば, 式 (1) の第 2 次近似式は,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \dots \dots \dots (31)$$

となる。ここで, 水平流速 u を鉛直平均値 $\bar{u}$ とそれからのずれ u^* に分離し, $u = \bar{u}(x, t) + u^*(x, z, t)$ とおくと, u^* は 2 次以上のオーダーとなる。

$$\left(\bar{u}(x, t) = \frac{1}{h_1 + \eta} \int_{-h_1}^{\eta} u \, dz \right)$$

そこで式 (31) の鉛直平均を求めると,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = & -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial^3}{\partial t \partial x^2} \left[\frac{\bar{u}}{3} (\eta + h_1)^2 \right] \\
 & + \frac{\partial^3}{\partial t \partial x^2} \left[\frac{\varepsilon \bar{u}_s}{2} (h_0 - h_1) (\eta + h_1) \right] \dots \dots \dots (32)
 \end{aligned}$$

となる。

同様の計算により, 式 (4) から次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 C_r \left(\frac{\partial \bar{u}_s}{\partial t} + \bar{u}_s \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial x} \right) = & -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial^3}{\partial t \partial x^2} \left[\frac{\bar{u}}{2} (\eta + h_1)^2 \right] \\
 & + \frac{\partial^3}{\partial t \partial x^2} [\varepsilon \bar{u}_s (h_0 - h_1) (\eta + h_1)] \\
 & + \frac{\partial^3}{\partial t \partial x^2} \left[\frac{C_r \bar{u}_s}{3} (h_0 - h_1)^2 \right] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\varepsilon \nu}{K_p} \frac{\bar{u}_s}{3} (h_0 - h_1)^2 \right] \\
 & - \frac{\varepsilon \nu}{K_p} \bar{u}_s - \frac{\varepsilon^2 C_r}{\sqrt{K_p}} \sqrt{\bar{u}_s^2 + \bar{w}_s^2} \bar{u}_s \dots \dots \dots (33)
 \end{aligned}$$

以上により, 式 (26), (32) および (33) の 3 式から成る透水層上の非線形波動方程式が得られた。これらの流速のバーを省略し, 2 次のオーダーの精度の範囲でまとめて示せば以下のような, 透水層上の非線形波動方程式を得る。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [u(\eta + h_1)] + \frac{\partial}{\partial x} [\varepsilon u_s (h_0 - h_1)] = & 0 \dots (34) \\
 \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{h_1^2}{3} \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} - \frac{\varepsilon (h_0 - h_1) h_1}{2} \frac{\partial^3 u_s}{\partial t \partial x^2} = & 0 \dots \dots \dots (35)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_r \left(\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} \right) + g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{h_1^2}{2} \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} \\
 - \left(\frac{C_r (h_0 - h_1)^2}{3} + \varepsilon (h_0 - h_1) h_1 \right) \frac{\partial^3 u_s}{\partial t \partial x^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - \frac{\varepsilon \nu}{K_p} \frac{(h_0 - h_1)^2}{3} \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon \nu}{K_p} \bar{u}_s + \frac{\varepsilon^2 C_r}{\sqrt{K_p}} |\bar{u}_s| \bar{u}_s \\
 = 0 \dots \dots \dots (36)
 \end{aligned}$$

3. 1 次元問題での数値計算法

方程式の適用性を調べるため, 岸沖方向の 1 次元問題に絞って得られた透水層上の非線形波動方程式の数値計算を行い, 実験結果との比較を行う。

(1) 境界条件

沖側境界においては, 水面変動が入射波成分と反射波成分の和で表され, それぞれ η_L , η_R とすれば,

$$\eta(x, t) = \eta_L(x - ct) + \eta_R(x + ct) \dots \dots \dots (37)$$

となるが, 未知である反射波成分を消去すれば

$$\begin{aligned}
 \eta(x, t + \Delta t) = & \eta(x + \Delta x, t) + \eta_L(x - c(t + \Delta t)) \\
 & - \eta_L(x + \Delta x - ct) \dots \dots \dots (38)
 \end{aligned}$$

を得る。

岸側境界においては, 無反射性境界条件を用いる。すなわち, 進行波のみを考えて次式を用いる。

$$-c \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \dots \dots \dots (39)$$

なお, 流速 u に関する沖側および岸側の境界条件としては,

$$u = \sqrt{\frac{g}{h}} \eta \dots \dots \dots (40)$$

を利用する。

(2) 数値計算法

式 (34), (35), (36) を中央差分により差分化し, 数値計算を行った。この時, 流速と水面変動の両方が変数となるため, 差分化を行うときの格子網としてスタガードメッシュを利用した。差分式を行列表示すると係数行列が帯行列となるため, 帯ガウスの消去法を用いて高速計算を行うことができる。数値計算に必要な ε , C_r , C_f および K_p は, 潜堤の構成材料の粒径などから過去の研究成果 (Dinoy, 1971 ; Madsen, 1974) に基づいて決定した。

4. 実験方法

実験は長さ 8 m, 幅 20 cm, 高さ 30 cm の 2 次元造波水路を用いて行った。透過潜堤は, 平均粒径 6 mm の砂利を用いて勾配 1/20 の固定床斜面上に設置した。潜堤の法面勾配は 1/3 であり, 潜堤の天端幅は 50 cm および 100 cm とした。天端水深は 2 cm および 4 cm とし, 入射波の周期と波高を変化させて実験を行った。表一1 は実験条件を示す。測定したのは水面変動の分布であり, 図一2 のように潜堤前, 潜堤上, 潜堤背後 (×2) の 4 点 (それぞれ CH1, CH2, CH3, CH4 とする) で測定を行った。ここでは, 透水層上の非線形波動方程式の適用性を調べるのが主目的なので, 潜堤上で碎波し

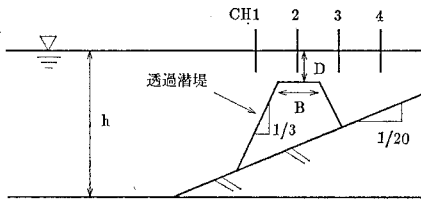


図-2 実験装置の概要

表-1 実験条件

CASE	B (cm)	D (cm)	h (cm)	T (s)	H (cm)
1-1	50	2.0	17.4	1.00	1.00
1-2	50	2.0	17.4	1.99	1.00
1-3	50	4.0	19.4	1.00	1.00
1-4	50	4.0	19.4	2.03	1.00
1-5	50	4.0	19.4	1.02	1.50
1-6	50	4.0	19.4	2.01	1.50
2-1	100	4.0	19.4	1.00	1.00
2-2	100	4.0	19.4	2.03	1.00
2-3	100	4.0	19.4	1.02	1.50
2-4	100	4.0	19.4	2.01	1.50

ないケースのみについて実験値と計算値との比較を行った。

表中の H および T は入射波の波高および周期、 h および D は一様水深部および潜堤上の水深、 B は天端幅である。

5. 数値計算結果と実験結果との比較

図-3 は CASE 1-4 について、各点における水面変動について実験値と計算値とを比較した結果であり、図-4 は各ケースにおける CH3 での水面変動を比較した図である。これらの図よりまず、点線で示される実験結果について見ると、潜堤を通過すると波高が減少していることが分かる。潜堤の幅 B が 100 cm のほうが減衰が大きくなっていることから、エネルギー逸散量が天端幅と関係を持っていることが理解される。また、天端水深もエネルギー逸散に関係するが、これは特に碎波を通じて影響するものなので、ここではこれ以上の論議は避け、今後、碎波減衰も含めた取り扱いに拡張した場合の検討課題とする。波の分裂については、以下の3つの場合において分裂が顕著になると考えられる。1) 周期が短くなり波高が大きくなる。2) 潜堤の幅が長くなる。3) 天端水深が小さくなる。

計算結果を示すのが図中の実線である。計算において、空隙率は砂利の粒径分布を考慮して 0.2 とした。質量係数については出口 (1988) などの研究があるが、ここでは仮に 1 とした。また K_p および C_f については、Dinoy (1971) による定常流に対する実験結果を外挿する

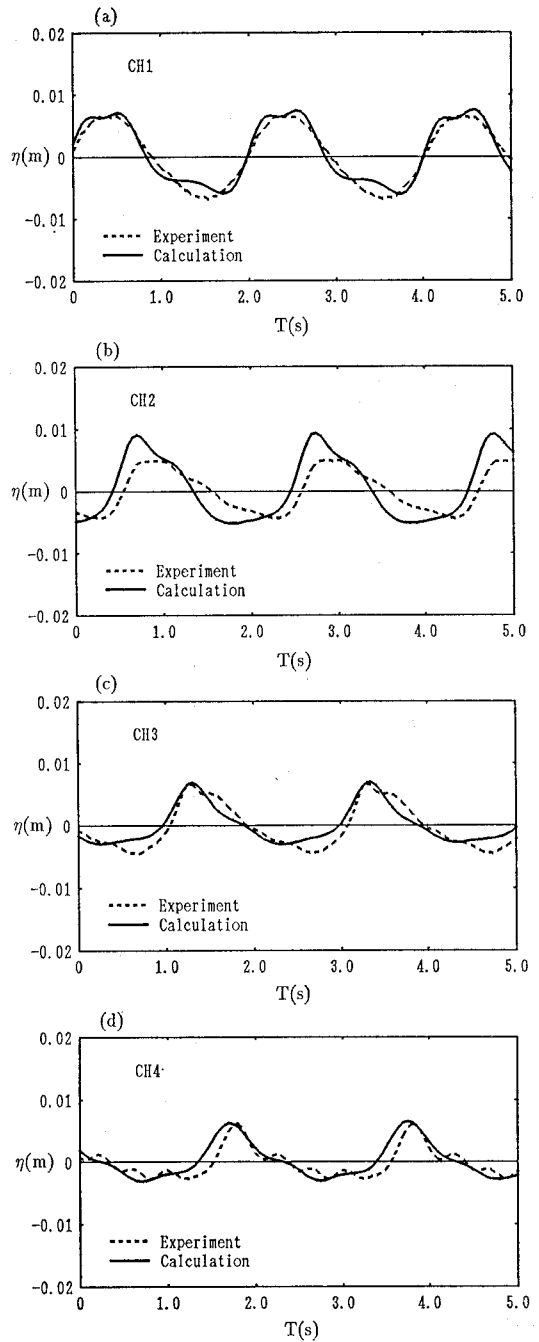


図-3 水面変動の実験値と計算値との比較 (CASE 1-4)

ことにより、 $K_p=3.77 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ および $C_f=0.332$ とした。

実験値と計算値とを比較すると、波の分裂が多くなるにつれて計算精度が悪くなっていることが分かる。しかし、細かい分裂までは一致しないものの、波形の尖りなどを含めて全体的な波形の一致は良好であり、本研究で導いた透水層上の非線形波動方程式の有用性が確認された。

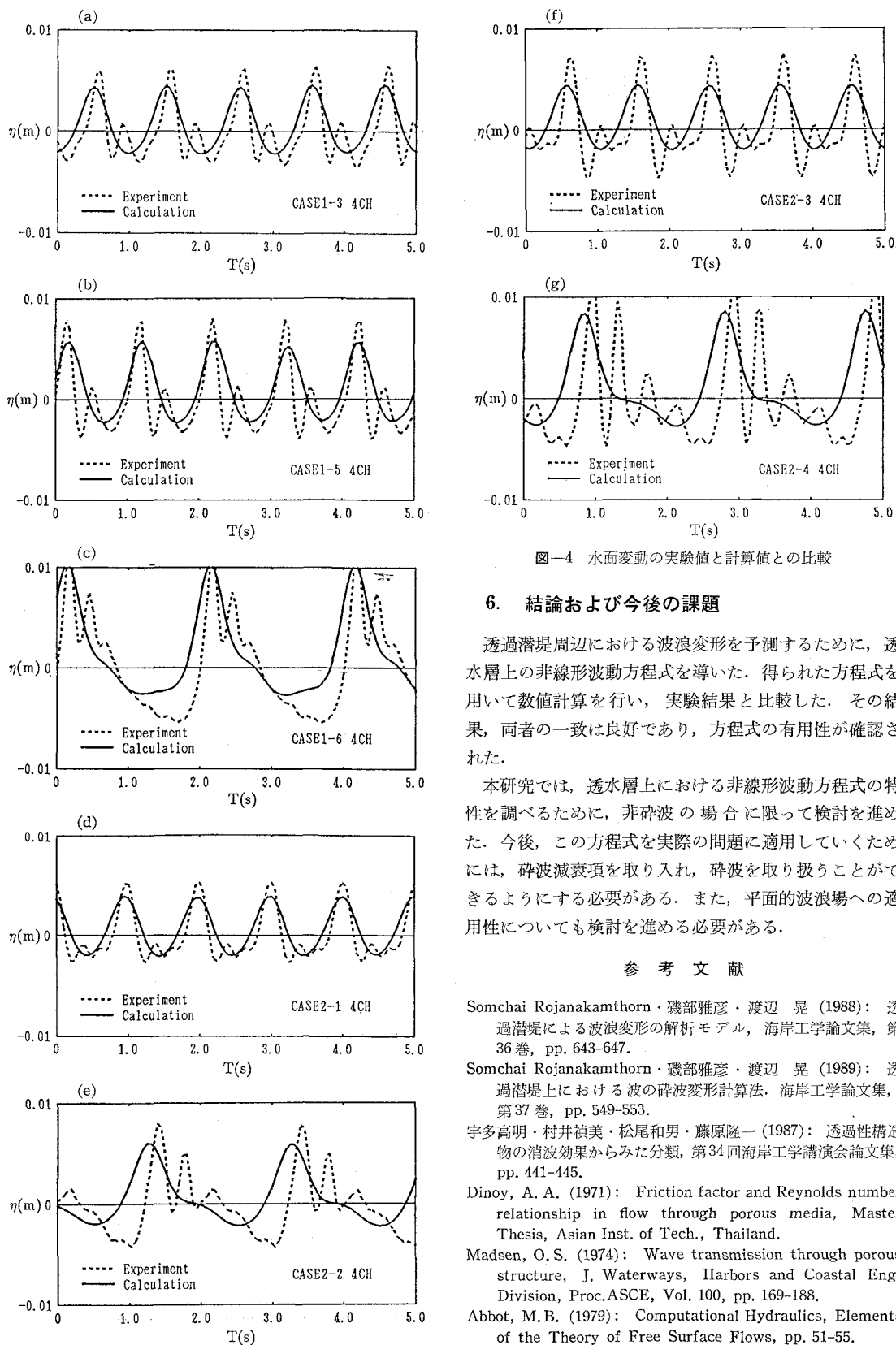


図-4 水面変動の実験値と計算値との比較

6. 結論および今後の課題

透過潜堤周辺における波浪変形を予測するために、透水層上の非線形波動方程式を導いた。得られた方程式を用いて数値計算を行い、実験結果と比較した。その結果、両者の一致は良好であり、方程式の有用性が確認された。

本研究では、透水層上における非線形波動方程式の特性を調べるために、非砕波の場合に限って検討を進めた。今後、この方程式を実際の問題に適用していくためには、砕波減衰項を取り入れ、砕波を取り扱うことができるようにする必要がある。また、平面的波浪場への適用性についても検討を進める必要がある。

参考文献

- Somchai Rojanakamthorn・磯部雅彦・渡辺 晃 (1988): 透過潜堤による波浪変形の解析モデル, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 643-647.
- Somchai Rojanakamthorn・磯部雅彦・渡辺 晃 (1989): 透過潜堤上における波の砕波変形計算法, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 549-553.
- 宇多高明・村井慎美・松尾和男・藤原隆一 (1987): 透過性構造物の消波効果からみた分類, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 441-445.
- Dinoy, A. A. (1971): Friction factor and Reynolds number relationship in flow through porous media, Master Thesis, Asian Inst. of Tech., Thailand.
- Madsen, O. S. (1974): Wave transmission through porous structure, J. Waterways, Harbors and Coastal Eng. Division, Proc. ASCE, Vol. 100, pp. 169-188.
- Abbot, M. B. (1979): Computational Hydraulics, Elements of the Theory of Free Surface Flows, pp. 51-55.