

数値モデルによる越波量算定

山本方人*, 水村和正**, 半沢 稔*, 豊田裕作*

1. はじめに

越波量算定に関する研究は数多く行われている。理論的には吉川ら (1968), 高田 (1975) などの研究があるが, いずれも波形を仮定して越波量算定式を提案している。実験的研究も多く, 様々な条件で実験を行い, 越波量算定図が出来ている (例えば岩垣, 1964)。しかしながら, 海底勾配などの実験条件等を容易に変えることができない, あるいは越波量が極端に少ないと精度が悪くなるなどの問題がある。一方, 合田 (1976), 高山ら (1982) は, 実験結果を基に不規則波の越波流量算定図を求めた。以上のように実験結果あるいは実験式を用いて越波量を算定するか, 水面形を仮定した理論で計算しているのが現状であろう。したがって越波量を求めることができる数値モデルが開発されれば, 容易に条件を変えることができるので, 設計に有効な手段になると考えられる。Kobayashi ら (1989) は非線型長波理論を数值的に解いて傾斜式護岸の越波量を求めるモデルを開発したが, 沖側境界で反射波を透過させるのに Hibberd ら (1979) と同じく特性曲線法を用いている。本研究は彼らと同様に有限振幅長波理論を基にして開発した直立護岸の越波モデルの適用性とその範囲を検討しようとするものである。

2. 数値モデル

2.1 数値モデル

図-1 に示すような, 一様勾配の斜面上の直立護岸を対象とし, 斜面を x 軸とすると, 摩擦項を無視した非線型長波の連続式および運動方程式はそれぞれ式 (1) および式 (2) で表される (Hibberd ら, 1979)。

$$\frac{\partial h'}{\partial t'} + \frac{\partial (u'h')}{\partial x'} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + g \cos \theta \frac{\partial h'}{\partial x'} + g \sin \theta = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに, x' : 斜面上にとった座標, t' : 時間, h' : 水面からの水深, u' : 水深方向に平均した流速, θ : 斜面が水平

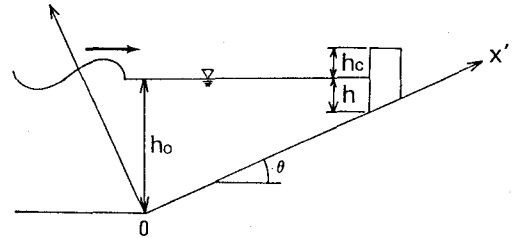


図-1 座 標 系

面となす角, g : 重力の加速度である。各変数を基準となる水深 h_0 で次のように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} h &= h' \cos \theta / h_0, & u &= u' / \sqrt{gh_0} \\ x &= x' \sin \theta / h_0, & t &= t' \sin \theta \sqrt{h/g_0} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

これらの無次元変数を用いると次 (1), 式 (2) は式 (4), 式 (5) のように書き直すことができる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (uh)}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + 1 = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

式 (4), 式 (5) は conservation form で表すと,

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathbf{G} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここに,

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} h \\ m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} m \\ m^2/h + h^2/2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし $m = uh$ ある。

式 (6) は特性曲線法あるいは差分法で数值的に解くことができるが, ここでは Hibberd ら (1979) と同様に Lax-Wendroff 差分法で解くことにした。 Δt , Δx をそれぞれ時間および空間の格子間隔とし, $t = n\Delta t$ での $\mathbf{U}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$ が既知であるなら, $t = (n+1)\Delta t$ における $\mathbf{U}$ は式 (8) で求まる。

$$\begin{aligned} U_{j,n+1} &= U_{j,n} - \lambda \left[\frac{1}{2} \{ F_{j+1,n} - F_{j-1,n} \} + \Delta x G_{j,n} \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \lambda^2 \{ g_{j,n} - g_{j-1,n} - \Delta x S_{j,n} \} \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

* 正会員 工修 日本テトラポッド(株) 応用水理研究所

** 正会員 Ph.D. 金沢工業大学教授 土木工学科

ここに, $\lambda = \Delta t / \Delta x$,

$$g_{j,n} = \frac{1}{2} [A(U_{j+1,n}) + A(U_{j,n})] [F_{j+1,n} - F_{j,n} + \frac{1}{2} \Delta x (G_{j+1,n} + G_{j,n})] \dots\dots\dots (9)$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2m/h & h - m^2/h^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

$$S_{j,n} = \Delta x \frac{\partial G_{j,n}}{\partial t} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ m_{j+1,n} - m_{j-1,n} \end{bmatrix} \dots\dots (11)$$

である。安定条件は

$$\lambda = \Delta t / \Delta x \leq \frac{1}{|u_m| + c_m} \dots\dots\dots (12)$$

とした。ここで u_m , c_m はそれぞれ無次元最大流速, 無次元波速である。

2.2 境界条件

沖側境界では護岸からの反射波を透過させる必要がある。Kobayashi ら (1987) は境界での流速を線型波近似で求め, 特性曲線法により対処している。日野ら (1987) はこの透過条件を満足させる簡単な手法を提案し, その妥当性を示している。本モデルではより簡単な日野らの手法を用いる。すなわち境界における水位を $\eta_{j,n}$ とすると, $(n+1)$ ステップにおける水位を次式のように与える。

$$\eta_{j,n+1} = (\eta_{j,n+1})' / 2 + \eta^+ \dots\dots\dots (13)$$

ここに $(\eta_{j,n+1})'$ は境界上に仮固定壁をおいた場合の水位であり, η^+ は入射波である。

岸側境界は護岸位置とし, 越波量は堰の公式で求める。すなわち水底から測った護岸天端高を h_a とすると, 護岸位置で

$$\left. \begin{aligned} u &= 0 & h &\leq h_a \\ u &= \frac{2m_c}{3} \sqrt{2g(h-h_a)^{1/2}} & h &> h_a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここに m_c は定常流の場合の越流係数である。

時間経過に伴い波の先端が斜面上に位置し, 移動境界となる場合がある。移動境界位置は, $h_{j,n} > \delta$ かつ $h_{j+1,n} \leq \delta$ となる j を計算し, $x = j\Delta x$ を汀線とした。

入射波が沖側境界に達した時刻を $t=0$ とし, $t=0$ で流速は 0 とした。

3. 従来の結果および実験結果との比較

著者らの一人は小規模ではあるが越波量を求める実験を行った。実験は本モデルを直接検討するために行われたものではなく, 堤防が鉛直よりやや傾いているなど計算条件と少しばかり異なっているが, 過去に行われた実験データで補足しながら本モデルの妥当性を検討する。なお以降ことわることはない限り, h_c は護岸天端の静水面からの距離, h は護岸の堤脚水深を表す。

3.1 実験方法および計算条件

実験は金沢工業大学土木工学科内の長さ 10 m, 幅 0.5 m, 高さ 1.3 m の片面ガラス張り 2 次元造波水路を用いて行った。堤防模型は 1 : 0.5 の勾配を持ち, 1/10 勾配の斜面上水深 6.0 cm の位置に設置し, その天端高は静水面上 9.0 cm と一定とした。周期は 0.96~1.64 sec であり, 波高は 3.0~7.0 cm とした。この値はそれぞれの周期に対して堤防位置で碎波しないように設定したものである。越波量は有効波数内に越波した水塊を集水しメスシリンダーにてその量を計測した。

計算条件は実験条件にあわせるべく設定したが, 堤防は鉛直護岸である。 $\lambda=0.1$, $\delta=10^{-4}$ とし流量係数 m_c の値については吉川ら (1967) に従い, 本計算では 0.5 を採用した。

3.2 実験値との比較

図-2~図-3 は無次元越波量 ($2\pi Q/H_0 L_0$) と相対天端高 (h_c/H_0) の関係を示したものであり, 図中実線が計算値である。ここに Q は単位幅, 1 周期当りの越波量であり, H_0 , L_0 はそれぞれ沖波波高, 沖波波長である。実験値は大きくバラついているが, $h/L_0=0.014$, 0.021 の場合は実験値の方が計算より大きく, $h/L_0=0.025$, 0.033, 0.042 では $h_c/H_0 > 1.5$ の範囲で実験値が小さい。模型護岸の勾配 1 : 0.5 の法面を有しているので, 越波量は鉛直護岸のそれに比べて大きいと考えられる。富永ら (1968) および高田ら (1979) は鉛直堤と 1 : 0.5 勾配を持つ堤防における越波量を比較し, 海底勾配が 1/30 の場合, 無次元越波量は 5 分堤の方が鉛直堤に比べて 2~4 倍大きくなることを示した。このことを勘案し, 実験値を補正すると, $h_c/H_0 < 2.0$ の範囲で計算値と実験値はほぼ一致するか, やや計算値の方が大きくなる。一方 $h_c/H_0 > 2.0$ の範囲では, 実験値が計算値よりさらに小さくなるが量的には 10^{-3} のオーダーである。図-2 の黒印は岩垣 (1968) の「海岸堤防論」に記載されている図から求めた無次元越波量である。補正した実験値はこれらとほぼ同程度となるが, 計算値はやや大きい。実験で求めた越波量は本来バラつくものであり, 同一条件でも数倍から 10 倍程度の差がでる場合もある。このことを考えると本計算モデルはやや大きめではあるが, $h_c/H_0 < 2.0$ 以下の実用範囲では十分に越波量の推定が可能であると考えられる。

図-4 は波が堤防に向かって進行し, 越波するまでの波形を示したものである。水深が浅くなるにしたがって波面が立ちボア状で堤防に当たり反射していく様子がよくわかる。

4. 数値モデルの適用性

4.1 既往データとの比較

合田ら (1968) は既往のデータから $h_c/h \approx 1.0$ のデ

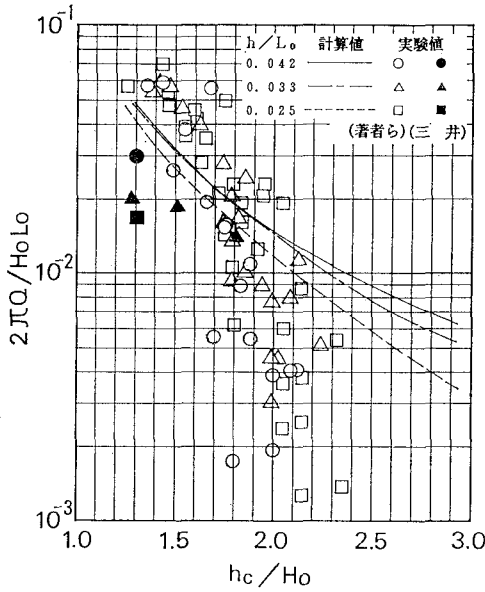


図-2 計算値と実験値の比較

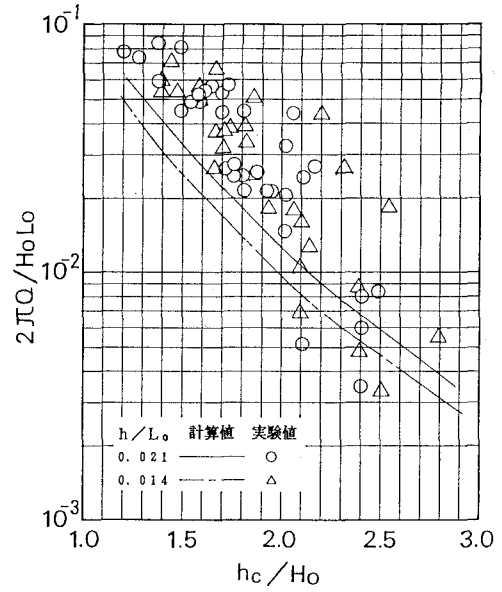


図-3 計算値と実験値の比較

ータを収集し、直立護岸の越波流量曲線を作成した。 $h_c/h=1.0$ の条件で計算した無次元越波量を合田らの図上にプロットしたものが図-5である。ここで無次元越波流量は $q/\sqrt{2gh^3}$ (q : 単位幅、単位時間当りの越波流量 $\text{cm}^3/\text{cm}\cdot\text{sec}$) で表示してある。既往のデータに比べて $q/\sqrt{2gh^3}$ の計算値はやや大きい、 H_0/h に対する変化は既往のデータと一致している。図には $h_c/h=0.7$ および 1.0 の場合の合田による規則波の越波流量曲線が実線で示してある。この越波流量曲線、既往のデータと計算値とを比較すると、既往データはほぼ $h_c/h=1.0$ の曲線上に分布しているが、本モデルによる値は $h_c/h=0.7$ の曲線と一致している。すなわち計算値は越波流量曲線を用いて推定した値より約2倍大きな値となる。2倍という値は非常に大きいように思えるが、オーダーは一致しており越波流量に関しては精度が悪いわけではない。しかしながら、 $H_0/h=0.3$ 近くでは $q/\sqrt{2gh^3}$ の計算値は $1.5\sim 2.0\times 10^{-4}$ 程度を示しており、越波流量推定曲線から求まる $q/\sqrt{2gh^3}$ より相当大きく、当モデルは $H_0/h<0.6\sim 0.7$ の範囲では推定精度が極端に悪くなる。すなわち、 $H_0/h\div 0.6$ が本モデルの適用限界であると考えられる。

4.2 数値モデルの適用範囲

入射波を長波で近似できる条件は、近似度を1%とすると、

$$h/L \leq 1/25 \quad \text{.....(15)}$$

である(佐藤ら, 1978)。

この範囲では水深 h における波長は

$$L = T\sqrt{gh} \quad \text{.....(16)}$$

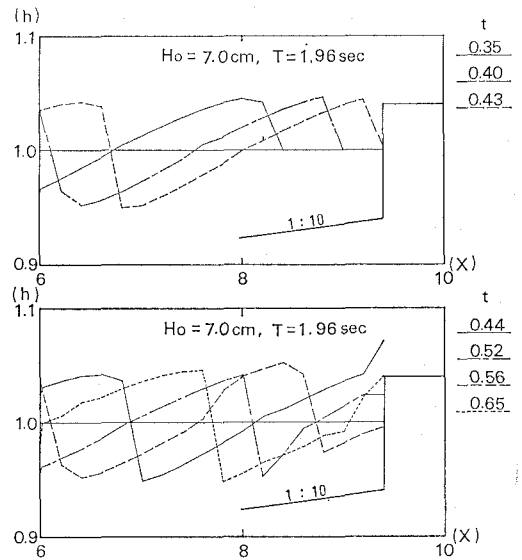


図-4 水面波形の時間的変化

となる。沖波波長 L_0 は、

$$L_0 = gT^2/2\pi \quad \text{.....(17)}$$

であるので、式(16)、(17)を(15)に代入し整理すれば

$$h/L_0 \leq 2\pi/25^2 \div 0.01 \quad \text{.....(18)}$$

となる。 $H_0/h\div 0.3$ の場合、本計算条件下では $h/L_0=0.03$ となり、したがって長波理論の適用範囲外である。ここに本モデルの限界がある。本モデルが適用できる範囲を H_0/h で表すと式(18)より、

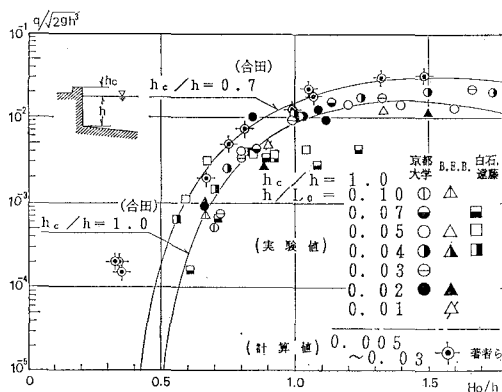


図-5 計算値と既往データの比較

$$H_0/h \geq 25^2 (H_0/L_0)/2\pi \quad (19)$$

計算では $H_0/L_0 \leq 0.01$ であるので、適用限界は $H_0/h \leq 1.0$ となる。長波近似の精度を下げ 10% とすると、長波と浅海波は $h/L=0.14$ で分類されるので式 (19) は次式となる。

$$H_0/h \geq 7.1^2 (H_0/L_0)/2\pi \quad (20)$$

$H_0/L_0=0.01$ の場合は、 $H_0/h \approx 0.8$ が限界値となる。図-5 からは、 $H_0/h=0.6$ が限界値と思われるので、浅海波であっても長波に近ければ、本モデルは適用可能と考えられる。

$H_0/L_0=0.01$, $h_c/H_0=0.1$ と一定とし、 h/H_0 を変化させた場合の無次元越波流量の変化を図-6 に示す。ここで無次元越波流量は $q/\sqrt{2gH_0^3}$ で定義した。 h/H_0 が 1.5 から 0.75 まで変化すると、 $q/\sqrt{2gH_0^3}$ は減少しているが、 $h/H_0=0.5$ では逆に増加している。 $h/H_0 < 0.75$ の範囲における $q/\sqrt{2gH_0^3}$ の変化は既往の研究結果とは異なっている。既往の研究からは、護岸堤脚水深が碎波水深よりやや小さい場合越波量は最大値となる(岩垣ら, 1964, 井上ら, 1972, 合田ら, 1976)。合田の碎波指標より、計算条件下での碎波水深 (h_b) の H_0 に対する比を求めると、 $h_b/H_0=1.4$ となる。すなわち、1.4 よりやや小さい h/H_0 で越波流量は最大となり、 h/H_0 がさらに小さくなると越波流量は小さくなるはずであるが、 $h/H_0 < 0.75$ では増加している。このことより、本モデルの h に関するもう一方の限界が碎波水深の 1/2 程度であると考えられる。以上まとめると、本モデルは入射波の碎波が生じる水深の約 1/2 から長波近似の精度が 10% 程度までの水深の範囲に堤防がある場合に適用できる。計算値は既往の越波量の約 2 倍となるものの比較したデータが平均値であるので実験値がばらつくことを勘案すれば、精度は良いと考えるべきであろう。計算値が実験値あるいは既往のデータより大きくなる原因の 1 つとして、このモデルにおいて摩擦項を無視

していることが挙げられる。さらに式 (14) の流量係数は本来定常流に対して用いられる 0.5 を採用したことなども影響しているものと考えられる。

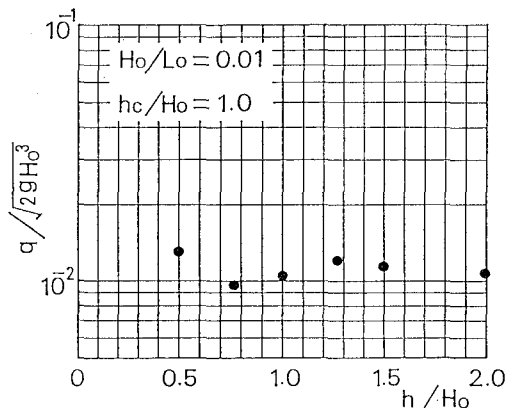


図-6 越波流量と護岸堤脚水深の関係(計算値)

5. 越波流量に及ぼす堤防天端高と海底勾配の影響

海底勾配 1/10, $H_0/L_0=0.01$, $h/H_0=1.0$ で一定とし、 h_c/H_0 を変化させた場合の $q/\sqrt{2gH_0^3}$ の変化を図-7 に示す。この図には合田ら (1968) による規則波の越波流量曲線から読み取った値をプロットした。 h_c/H_0 の増加に伴う $q/\sqrt{2gH_0^3}$ の減少傾向は両者ともよく似ている。ただし $h_c/H_0=3.0$ における計算値は 1 オーダー小さい。

図-8 は海底勾配の違いが越波流量に及ぼす影響を、海底勾配が 1/30 の場合の越波流量 (q_{30}) の 1/10 の場合の越波流量 (q_{10}) に対する比 q_{30}/q_{10} で示したものである。1/30 海底勾配の場合の越波流量は 1/10 勾配の場合

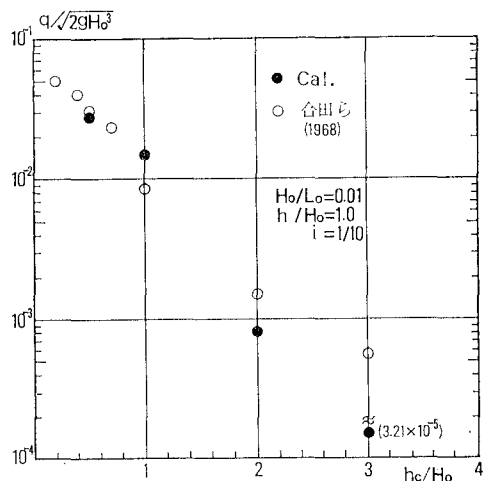
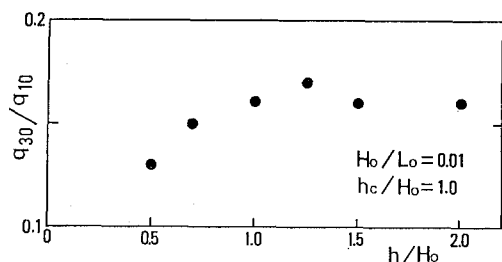


図-7 越波流量に及ぼす護岸天端高の影響(計算値)



図—8 越波流量に及ぼす海底勾配の影響(計算値)

合に比べて $1/6 \sim 1/7$ である。4章で述べたことから、 $h/H_0=0.5$, $h/H_0=2.0$ は本モデルの適用範囲外と考えられるので、これに対する q_{30}/q_{10} の値は信用できるものではない。富永ら(1968)によると、 $1/10$ 勾配斜面上の鉛直堤の越波量は $1/30$ 勾配斜面上のそれより大きく、 $2 \sim 40$ 倍にも達する。本計算では H_0/L_0 が 0.01 と小さかったためでもあるが、 $6 \sim 7$ 倍の値となった。このように本モデルは、適用範囲であれば十分に越波量を推定できる。

6. おわりに

有限振幅長波理論を Lax-Wendroff 差分法により数值的に解き、堰の公式を鉛直堤位置での境界条件として用いる越波量算定のモデルを開発した。このモデルは長波域から碎波水深の約 $1/2$ までという適用範囲であるが、この範囲内では越波量を計算できることがわかった。計算値は実験値あるいは既往のデータと比べやや大きい、精度は悪くない。 h_c/H_0 , h/H_0 , 海底勾配を変化させた場合、それらに対する越波量の変化も従来の研究結果と良い一致を示した。今後は摩擦項を付加するなどして精度を上げる必要がある。

参考文献

- 井上雅夫・菊岡 敏(1972): 越波量におよぼす堤防前面地形の影響, 第19回海岸工学講演会論文集, pp. 283-288.
- 岩恒雄一(1964): 海岸堤防論, 水工学シリーズ, 64-08, 土木学会水理委員会, 41 p.
- 岩恒雄一・土屋義人・井上雅夫(1964): 海岸堤防の越波防止に関する二, 三の問題, 京都大学防災研究所年報, 第7号, pp. 387-399.
- 吉川秀夫・椎貝博美・河野二夫(1967): 海岸堤防の越波に関する基礎的研究(1), 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 118-122.
- 合田良実・竹田英章(1968): 不規則波に対する護岸の期待越波流量について, 第15回海岸工学講演会講演集, pp. 259-266.
- 合田良実・岸良安治(1976): 不規則波に対する護岸の越波流量特性について, 第23回海岸工学講演会論文集, pp. 176-181.
- 合田良実(1977): 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 232 p.
- 佐藤昭二・合田良実(1972): 海岸・港湾, 彰国社, 372 p.
- 高田 彰(1975): 規則波の打上高および越波量の定式化について, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 377-386.
- 高田 彰・吉田吉治・藤川浩生(1979): 海岸堤防・護岸の断面形状と越波量との関係, 第26回海岸工学講演会論文集, pp. 285-289.
- 高山知司・永井紀彦・西田一彦(1982): 各種消波工による越波流量の減少効果, 港研報告, 第21巻, 第2号, pp. 151-205.
- 富永正照・佐久間譲(1968): 海岸堤防の越波について, 第15回海岸工学講演会講演集, pp. 277-281.
- 日野幹雄・仲座栄三(1987): 水理計算における新しい“無反射境界”の数値的検討, 東京工業大学土木工学科研究報告, No. 38, pp. 39-59.
- Hibberd, S. and D. H. Peregrine (1979): Surf and runup on a beach: a uniform bore, Jour. Fluid Mech., Vol. 95, part 2, pp. 323-345.
- Kobayashi, N., A. K. Otta and I. Roy (1987): Wave reflection and run-up on rough slopes, Jour. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, Vol. 113, No. 3, May, ASCE, pp. 282-298.
- Kobayashi, N. and A. Wurjanto (1989): Wave overtopping on coastal structures, Jour. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 115, No. 2, March, ASCE, pp. 235-251.