

質量輸送現象としてとらえた波動場における シートフロー状漂砂現象の解析

灘岡 和夫*・八木 宏**・大前 晋一***

1. はじめに

現在岸沖漂砂量式と呼ばれるものの多くは、河川工学における流砂量算定法の単純な拡張として、その移動量を基本的にシールス数のみの関数としており、それに関連して、漂砂の net の移動量と移動方向を流速波形の非対称性だけに基づいて表現する形になっている。これに対して、灘岡ら(1988)は、波動場においては、たとえ流速波形が正弦的であっても net の漂砂量が生じ得ることを理論解析の結果から指摘している。このことは、波動場における底質輸送現象に関して、振動流場のそれと明確に対比し、その独自の機構をより詳細に検討する必要性があることを示している。

そこで本研究では、まず波動場におけるシートフロー状底質移動の実態をとらえる目的から、着色砂を用いた室内実験によって底質の移動状況を定量的に把握することを試みた。その結果、波動場では、底面近傍の軌道流速波形が正弦形に十分近い場合においても実際にかかなりの大きさの net の底質移動が生じることが明らかになった。ここではこれを、水粒子に関するものと同様な意味での『底質粒子の質量輸送現象』としてとらえ、それを構成する要素である Euler 平均速度を固定床との比較も含めて FLDV によって詳細に計測するとともに、この質量輸送速度に関する理論解析を行うことによってその特性を明らかにすることを試みた。

2. 質量輸送速度に関する室内実験

(1) 実験装置ならびに実験条件

実験には、図-1 に示すような長さ 20 m, 幅 40 cm, 高さ 60 cm の両面ガラス張りの 2 次元造波水路を用いた。この水槽中には 1/20 勾配の斜面を設置してあり、ここではその中央部に測定区間として水平床部分約 2 m (移動床ないし固定床)を設けて実験を行った。なお実験条件は、測定区間において、波高 12 cm, 水深 25.2 cm, 周期 1 s の 1 ケースである。

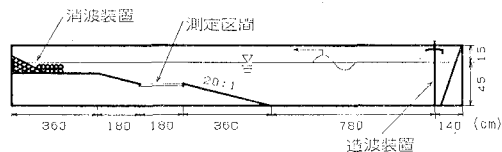


図-1 実験装置

また本研究では、波動場においてシートフロー状砂移動が生じている条件下での底質輸送機構を調べることを目的としていることから、室内の波動水槽においてもシートフローが発生するように、粒子として比重 1.3, 粒径 0.43 mm の人工軽量粒子 (塩化ビニルコンパウンド) を使用した。

(2) シートフロー層内の質量輸送速度の計測法

まずはじめに、シートフロー層内における底質粒子の質量輸送速度 (Lagrange 的一周期平均移動速度) の計測方法として、粘性土に対して柳山・Bijker (1988) が用いた方法を参考とし、着色砂を用いた方法を試みた。具体的には以下のような手順で実験を行った。まずはじめに測定区間の底質を水平に敷きならして置き、その一部分を 2 枚の薄いアクリル板 (間隔 6 cm) で水路側壁に対して垂直方向に仕切る。次に、この間に挟まれた底質を厚さ 1.5 cm にわたりサイホンによって抜き出し、その代わりとして黒く着色した粒子を注入する。そうしたのち、アクリル板を取り除き、表面を整形して初期の状態と同様に水平にし、波を 50 波作用させた。

後で詳しく述べるように、波作用後の着色砂の空間分布データからシートフロー層内での着色砂の平均移動速度を求めることができるが、これは層内で鉛直方向に平均した質量輸送速度に他ならない。そこで本研究ではさらに移動層内における質量輸送速度の鉛直分布まで計測するために、以下のような手法で質量輸送速度を計測することを試みた。

まず、底質粒子中に適度な濃さで着色粒子を混ぜ合わせて置き、その運動をビデオカメラで撮影する。次に、シートフロー層内の着色粒子に着目して、その粒子の速度の反転時から次の反転時まで (約半周期間) に岸向き

* 正員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科

*** 学生員 東京工業大学大学院

もしくは沖向きに移動した距離をビデオ画像から読みとる。さらに、こうして得られた粒子岸沖移動距離の生データを、鉛直方向に間隔 0.5 mm ごとに平均して、その中心の位置での岸・沖平均移動距離とし、その差から net の移動距離を求めた。なお、今回求めた岸・沖移動距離は、流速反転時の粒子位置から算出しているため、その鉛直分布は、正確には流速反転時の粒子存在位置に対する鉛直分布である。

(3) シートフロー層内の質量輸送速度の測定結果

まずはじめに、シートフロー層内平均質量輸送速度の測定結果について説明する。写真—1 は、波を作用させる前と波を 50 波作用させた後の着色砂の移動状況を示したものである。これを見ると、着色砂はシートフロー層内で鉛直方向に差が見られたものの、全体的にかなり岸向きに輸送されていることがわかる。一方、図—2 は静止時砂面上 2 cm の高さの水平流速波形を示したもののだが、これから明らかなように、正弦波形に近いほぼ対称的な流速波形となっている。これらの結果は、「波動場においてはたとえ流速波形が正弦的であっても net の漂砂量が生じ得る」とした灘岡ら(1988)の指摘を実験事実の上から裏付けるものである。

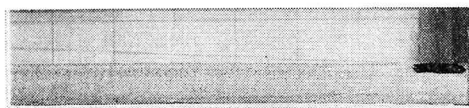
ここではさらに、このような岸向き質量輸送状況をより定量的に把握するために、写真から移動層内にある各着色砂の座標を読みとり、その存在度数の岸沖方向分布を調べた。図—3 はその結果を示したもののだが、ここでは水槽側壁から見た岸沖方向 1 cm 領域ごとの着色粒子数を度数として表示している。この各度数をその総和で割った値は、シートフロー層内の底質の鉛直方向に平均した 50 周期後の移動確率を表すことになる。そこでこの移動確率から底質粒子の鉛直方向平均質量輸送速度を算出すると、0.63 cm/s の値を得た。

次に、シートフロー層内質量輸送速度の鉛直分布の測定結果について説明する。図—4 に示したのがその結果であり、岸向き、沖向き各方向への底質粒子移動距離の生データとそれを平均化して求めた net の移動距離を示している。また、図中にはシートフロー層近傍に浮遊させは中立粒子の結果も合わせて示してある。

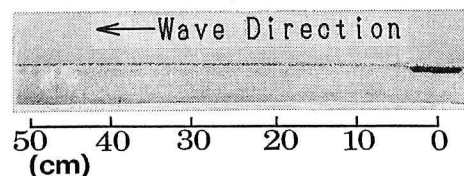
これを見て、まず気付くことは、岸・沖移動距離ともに $z = -0.1$ cm 以下で速度勾配が小さく、それより上では $z = 0$ cm を中心に速度勾配が大きくなっていることである。このような速度勾配の空間的な性質の違いは、ビデオ等による観察から、 $z = -0.1 \sim -0.2$ cm 付近を境とした粒子運動形態の違い（上部：粒子の激しい衝突と乱れが存在，下部：粒子同士の接触を基本としたズリ運動が主体）に対応するものと考えられる。さらに、沖向きと岸向きで生データの分布状況を比較すると、岸向き移動距離の方がデータのばらつきが大きいことがわか

る。このことは、岸向き移動時に沖向き移動時よりも強い乱れが発生していることを示唆しており、このような岸向き時と沖向き時の乱れの発生の相違は、net の移動を考える上で重要な要素になると考えられる。

さらに今回注目している net の移動距離分布について見てみると、 $z = 0$ cm 以下の領域ではその移動量は小さく、鉛直方向の速度変化も微小であることがわかる。

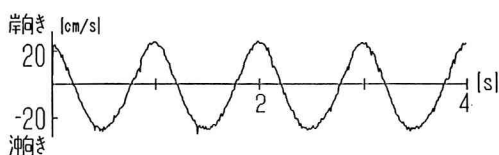


(a) 初期状態

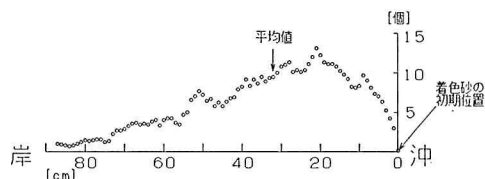


(b) 50波作用後

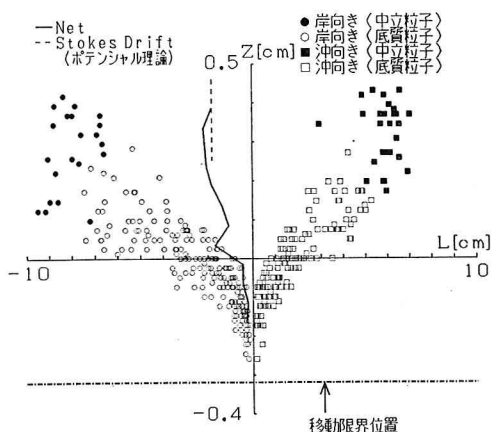
写真—1 着色粒子の移動状況



図—2 静止時砂面 2 cm 上での水平流速波形



図—3 着色粒子の岸沖方向存在度数分布



図—4 粒子の岸・沖向き移動距離と net の移動距離

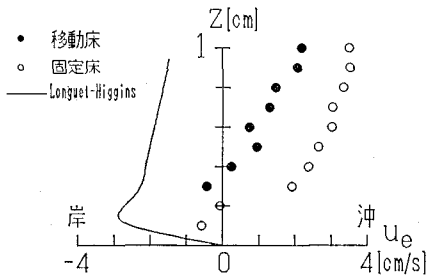


図-5 シートフロー層外縁近傍の Euler 平均速度鉛直分布

$z=0$ cm 付近で急激に増加した後、上方で正弦波を仮定したときのポテンシャル理論によるストークスドリフトとほぼ同程度の値となっている。この様に、シートフロー層内の質量輸送は、下部の粒子同士の接触を基本としたズリ運動主体の領域では輸送速度は小さく、上部の粒子の激しい衝突と乱れが存在する領域のうち、静止時砂面 ($z=0.0$ cm) より上方で大きな輸送が生じる構造になっていると考えられる。

(4) シートフロー層外縁付近の Euler 平均速度の測定

通常の波動境界層においても、Longuet-Higgins(1953)が理論的に示しているように、正弦的な波動流速場のもとで粘性効果によって Euler 平均流速が発生する。そして、それといわゆる Stokes-drift 成分の和で質量輸送速度が決まることになる。シートフローにおいても、このような Euler 流速成分と底質粒子の Stokes drift 成分が存在すると考えられる。そこで、ここでは Euler 平均流速に関して FLDV によって測定した結果について述べる。なお、測定は同じ水理条件下の固定床に関しても行った。これは、固定床上での波動境界層と比較することによってシートフロー層の底質輸送効果の特徴をより鮮明にすることをねらったものである。

図-5 は、その測定結果を示したもので、Longuet-Higgins (1953) による理論解もあわせて示してある。これを見ると、固定床、移動床とも実験値は、境界層外の戻り流れの影響を受けて、底面近傍まで冲向き流速を生じている。そして結果として、 $z=0.3\sim 0.4$ cm にかけて Euler 平均流速は 0 に近い値を示していることがわかる。このことは、前述のシートフロー層外縁において質量輸送速度がほぼストークスドリフトに一致するという事実を裏付けるものである。

さらに分布形について見てみると、移動床での Euler 平均流速の分布形は固定床に比べて全体的に上にシフトした形となっていることがわかる。移動床においては、底質が浮遊するため静止時砂面上 3 mm までしか計測ができず、その内部流速については不明である。しかしながら、後述の理論解析による図-6 の結果と照らし合

わせて考えると、シートフロー層内では固定床の場合より大きな Euler 平均流速が生じている可能性がある。

3. シートフロー層質量輸送速度に関する理論解析

(1) 重み付き残差法による解法の概要

ここでの理論解析は、灘岡ら(1988)によって提案された Eilers (1941) の単相有効粘性モデルをベースとした重み付き残差法に基づく解法を用いている。ただし、基本的な解法としては灘岡ら(1988)と同じだが、最終的に用いた式形や境界条件などは多少異なっている。そこで、ここではそれらの変更点を中心に本解析法の概要を説明する。

基礎方程式は、有効粘性係数 μ_e 、濃度 c の単相流体モデルに対する二次元の運動方程式と非圧縮の条件式、それと質量保存式である。これらを波速 C で波とともに動く座標系で記述し、さらに下記の無次元化を行うと、それぞれ式(1)~(4)を得る。

$$x' = kx, \quad z' = \beta z, \quad u' = u/u_0, \quad w' = w/u_0(\beta/k)$$

$$p' = p/(\rho_0 u_0 C), \quad \mu' = \mu/\mu_0, \quad \rho' = \rho/\rho_0$$

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u_0}{C} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u_0}{C} w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ & + \frac{\nu_0 k}{C} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu_e}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\nu_0 k}{C} \frac{\beta^2}{k^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu_e}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} \\ & + \frac{\nu_0 k}{C} \frac{\mu_e}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\nu_0 k}{C} \frac{\beta^2}{k^2} \frac{\mu_e}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ & + 2 \frac{\nu_0 k}{C} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu_e}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{k}{\beta} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{k}{\beta} \frac{u_0}{C} u \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{k}{\beta} \frac{u_0}{C} w \frac{\partial w}{\partial z} \\ & = -\frac{\beta}{k} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\nu_0 k}{C} \frac{k}{\beta} \frac{\mu_e}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ & + \frac{\nu_0 k}{C} \frac{\beta}{k} \frac{\mu_e}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + 2 \frac{\nu_0 k}{C} \frac{\beta}{k} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu_e}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z} \\ & + \frac{\nu_0 k}{C} \frac{\beta}{k} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu_e}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\nu_0 k}{C} \frac{\beta}{k} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu_e}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \\ & \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$-\frac{\partial c}{\partial x} + \frac{u_0}{C} u \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{u_0}{C} w \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 x, y : 水平・鉛直座標, u, w : 水平鉛直流速, k : 波数, $\beta = 2\pi/\delta$ (δ はシートフロー層厚), u_0 : シートフロー層外縁での水平流速振幅, μ_0, ρ_0 : 流体の粘性係数及び密度を表している。

ここでは、濃度 c は既知として平均濃度分布 $c(z)$ の形で与えるものとして式(4)を基礎方程式系から外し、さらに上式中のパラメータ、 $u_0/C, k\nu_0/C, k/\beta$ はともに微小と考えて、それらが掛かる項をすべて消去すると、

式(1)~(3)は、次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu_0 k}{c} \frac{\beta^2}{k^2} \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\nu_0 k}{c} \frac{\beta^2}{k^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu_0}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

上式で、式(6)から $p(z)$ は境界層外縁の圧力で決まり、その結果、式(5)で u が独立に求められる形になる。そして最終的に、式(7)に u を代入して w を計算することになる。

u に関する式(5)を解くに当たって、複素関数表示、式(8)を導入すると、最終的に解くべき方程式系として式(9)、(10)を得る。

$$u = R_0 \{ (u_r(z) + i u_i(z)) \exp(ix) \} \quad (8)$$

$$u_r - \frac{1}{\rho} p_0 + \frac{\nu_0 \beta^2}{\sigma} \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} + \frac{\nu_0 \beta^2}{\sigma} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu_0}{\partial z} \frac{\partial u_i}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

$$-u_i + \frac{\nu_0 \beta^2}{\sigma} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \frac{\nu_0 \beta^2}{\sigma} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu_0}{\partial z} \frac{\partial u_r}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

ここで σ は角振動数である。

上記の方程式系の具体的な解法としては、灘岡ら(1988)と同様に、Hermite 関数を試験関数とした Galerkin 法を用いた。その際の境界条件は下記のとうりである。

$$u_r = 1, \quad u_i = 0 \quad z = \infty \quad (11)$$

$$u_r = 0, \quad u_i = 0 \quad z = -\infty \quad (12)$$

なお、灘岡ら(1988)はシートフロー層下端以深における粒子の静止状態を表現するために、シートフロー層の駆動力である圧力勾配を便宜的に濃度の関数として補正する形で与え、最大濃度以深ではゼロとする操作を施している。しかしながら、そのような取り扱いではシートフロー層下部の高濃度領域の流動状態に関して本来有効粘性の増大による流動性の低下に加えて、圧力勾配を人為的に減少させることで流動性の低下を二重に考慮することになる。そこで、ここでは有効粘性のモデルの一貫性を考慮して、粒子の流動性の低下は有効粘性係数のみで表現するようにした。具体的には、有効粘性 μ_0 を最大濃度領域で無限大になる形に設定することで粒子の静止状態を表現するようにしたが、そのため式(9)、(10)を μ_0 で除した形でその後の数式展開を行っている。

また、上記の平均濃度の鉛直分布 $c(z)$ としては、ビデオ撮影によって測定したシートフロー層厚に基づいて、 $\tanh$ 関数で与えた。

(2) 室内実験との比較

本解析法を用いて、室内実験と同じ水理条件ならびに底質条件で計算を行い、その結果から移動層内の質量輸送速度 u_L を構成する、Stokes drift u_S 及び Euler 的平均速度 u_E を次式によって算出した。

$$u_L = u_E + u_S \quad (13)$$

$$u_S = \frac{\partial u}{\partial x} \int u dt + \frac{\partial u}{\partial z} \int w dt \quad (14)$$

$$u_E = \frac{\rho}{\mu_0} \int_0^z (\overline{uw_\infty} - \overline{uw}) dz \quad (15)$$

その結果を示したのが図-6である。これを見ると、Stokes drift についてはその大きさが静止時砂面よりやや上で最大となりそれより上ではほぼ一定となって固定床時の Stokes drift に一致している形になっている。また、Euler 的質量輸送速度は、 $z=0.2$ cm 付近のピークでかなり膨らんだ分布形となり、シートフロー層上層で固定床上の Euler 的質量輸送速度より大きな速度を発生していることがわかる。

次に、この結果と前述の室内実験によって測定されたシートフロー層内の質量輸送速度の比較を試みた。その結果を示したのが図-7である。これを見ると、領域全体にわたり、実験値は計算値の半分程度の大きさになっている。さらに、この解析結果から濃度分布を用いて層内平均輸送速度を算出し、それと前述の着色砂を用いた層内平均の実験値と比較してみた。それによれば、実験による層内平均速度 0.63 cm/s に対して解析結果は 0.79

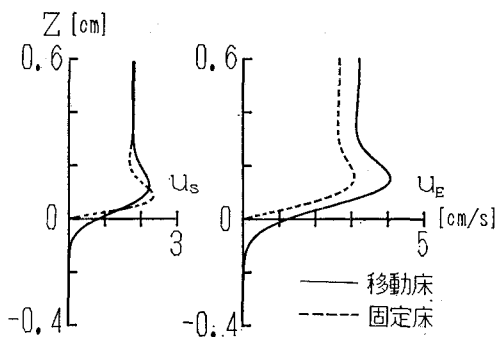


図-6 質量輸送速度の鉛直分布

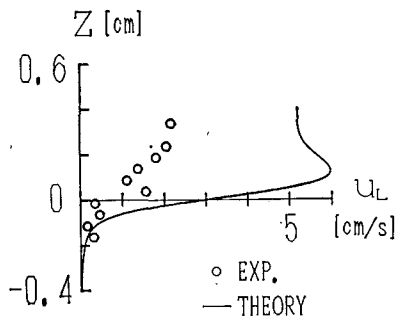


図-7 質量輸送速度の室内実験との比較

cm/s となり、鉛直分布の場合と対応して層内平均値でも実験値の方が小さくなる。このような結果となった主な原因としては、図-5 に示した Euler 平均流速の分布からうかがえるように、実験の場合移動層上部で内部領域の戻り流れの影響を受け Euler 平均流速がほぼ 0 になっているのに対して、理論解析ではこのような効果を考慮していないことが考えられる。したがって、今後さらに精度の良い予測をするためには戻り流れの効果まで含めた解析が必要となる。さらに、今回の理論解析では $c(z)$ や $\mu_s(z)$ を時間的に固定しているため、そのことが実験値との差を生じさせている原因となっている可能性があり、この面での改良も必要である。(なお、図-4 で見る限り中立粒子と底質粒子のデータがほぼ連続的につながっていることから、単相モデルで扱っていることの影響は、少なくとも今回の実験条件に対してはあまり大きくないものと考えられる。)

(3) 底質の密度効果に着目した解析

シートフロー層内の質量輸送を支配している要素としては、層内の運動量交換を規定している有効粘性係数の関数形と密度変化に伴う場所的な慣性効果の違い(以後、密度効果と呼ぶことにする)があると考えられる。そこで今回は、この二つのうち密度効果に着目してその性質を調べてみた。図-8 は室内実験に対応する底質密度 $s=1.3$ の場合(点線)に加えて通常の砂に対応する $s=2.6$ の場合(実線)と、それと同等の有効粘性係数の分布を持ち比重だけ 1.0 と場全体で一定にした時(一点鎖線)の計算結果を、流速振幅と Euler 平均流速の両方について示したものである。まず (a) の流速振幅を見ると、 s が大きくなるにつれて上層でのオーバーシュートが見られなくなる形に変化していることがわかる。一方、(b) の Euler 平均流速の分布形を見ると、 s の増大に対応してシートフロー層外縁での u_E が大きくなっている。こ

れは、密度変化にともなう場所的な慣性の違いが、(a) に見られるような水平波動流速振幅の分布形を変形させ、それが Euler 平均速度の相違を引き起こしていることを示すものである。このような密度効果による Euler 平均流速の変化は、図-8(b)の結果からうかがえるように実際の $s=2.6$ 程度の砂粒子の質量輸送を扱う際に特に重要な要素となる可能性がある。

4. おわりに

今回得られた主な結論は以下のとおりである。

- ①正弦的な波動流速場においても有意な大きさで底質が岸向きに輸送されることを室内実験によって明らかにし、水粒子の場合と同様に波動場における質量輸送がシートフロー状砂移動においても重要になりうることを示した。
- ②室内実験によって、シートフロー層内の質量輸送速度の鉛直分布を計測した結果、静止時の砂面 ($z=0$ cm) 近傍で質量輸送速度は、急激に大きくなり、それより下の質量輸送速度は非常に小さいことがわかった。
- ③理論解析によって底質の質量輸送速度を算出し、その結果を実験による層内鉛直分布、層内平均速度と比較した。その結果、両者とも実験値の方が解析結果よりも小さくなった。その原因としては、シートフロー層外部の戻り流れの効果及び $c(z)$, $\mu_s(z)$ の時間変動の効果等が考えられる。
- ④また、質量輸送速度の構造においてシートフロー層内の密度効果が重要となることが示された。

なお、本研究は文部省科学研究費奨励研究 (a) (課題番号: 02750425, 研究代表者: 八木宏) の補助を受けて行われたものである。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 樺山 勉・Eco W. Bijker (1988): 波による海底粘性土の質量輸送, 電力中央研究所報告,
 瀬岡和夫・上野成三・八木 宏 (1988): 波動場と振動流場の違いに着目したシートフローの理論解析, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 292-296.
 Eilers, H. (1941): Die Viskosität von Emulsionen hochviskoser Stoffe als Funktion der Konzentrationen, Kolloid, Z., 97, pp. 317-321.
 Longuet-Higgins, M. S. (1953): Mass transport in water waves, Phil. Trans. Royal Soc., London, Series A, No. 903, Vol. 245, pp. 535-581.

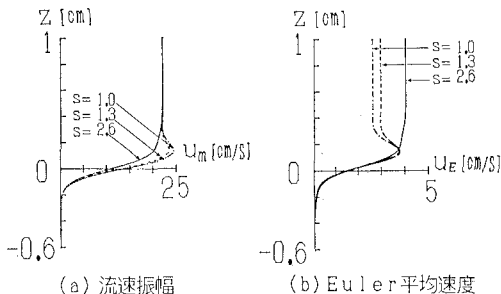


図-8 流速振幅と Euler 平均速度の鉛直分布