

砂漣上のような剝離を伴う流れ場への 乱流モデルの適用について

辻 本 剛 三*

1. はじめに

近年, k - ϵ 乱流モデルを用いて, 流れ場や浮遊砂濃度の解析が盛んに行われている. 辻本ら (1989, 1991) も k - ϵ 乱流モデルを用いて, 砂漣上における流れ場や浮遊砂濃度の鉛直分布等を求めている. しかしながら浮遊砂濃度の位相変化の定量的な算定には至っていない. 浮遊砂濃度がピークとなる位相は, 乱れエネルギーがピークとなる位相とよく対応しており, 両者の位相変化は類似している. 浮遊砂濃度の位相変化を求めるには乱れエネルギーの位相変化の再現が必要であると考えられる.

辻本ら (1990) は低レイノルズ数 k - ϵ 乱流モデルを用いて砂漣上の乱れエネルギーの位相変化について計算を行い, 実験結果との比較を行っているが, 波動場や振動流場において特徴的な乱れエネルギーの消長があまり明確に再現されていない. しかしながら k - ϵ 乱流モデルを用いて乱れエネルギーの消長を比較的良好に再現している例もある (Justesen, 1988). これは振動流場における平坦床を対象とした, 乱れの発生・発達が比較的に単純な場合である. 一方, 著者が対象とした砂漣上では, 剝離が存在する流れ場である. 本研究は, 砂漣のような剝離の存在する流れ場への乱流モデルの適用について検討したものである.

2. 乱流モデルの適用例

剝離や逆圧力勾配の存在する流れ場に k - ϵ 乱流モデルを用いると底面の摩擦力が過大に評価されたり, 剝離の発生位相の予測が実験と異なることが指摘されている. これは乱れエネルギーの生成に対して, 乱れエネルギーの逸散量が余りにも小さくなり, 結果的に渦動粘性係数が大きくなるためとされている (Hanjalic ら, 1980). Hanjalic らはこれらの点を改善するために逸散量の生成を高めることに注目し, 特に大きなエネルギー源から小さい消散渦へのエネルギーの輸送過程におけるレイノルズ応力の非回転成分の役割を指摘した. ϵ 方程式中の生成項の中には, レイノルズ応力の非回転成分と回転成分

があり, 非回転成分の役割を回転成分より卓越させるために Hanjalic らはそれらに剩じる係数を変化させ従来の乱流モデルを改良している. Hanjalic ら考え方を用いた例として Rodi ら (1986) は逆圧力勾配の存在する一方向流れに適用し, Henau ら (1990) も同様に剝離や逆圧力勾配の存在する一方向の流れに適用し, 従来の k - ϵ 乱流モデルとの比較を行っている.

以上のように剝離や逆圧力勾配の流れ場に改良された k - ϵ 乱流モデルを用いて解析した例はあるが, 波動場や振動流場のような非定常流を対象とし, 砂漣のような曲面上に適用した例はない. 非定常流場の砂漣上の流れ場では, 乱れ強さの非等方性が強い位相や場所が存在することが予想される. この点を補うには, 応力モデルや代数モデルの適用が考えられるが, これらのモデルに含まれる実験定数等についての議論が現時点では充分になされているとは言い難い. 一方, k - ϵ 乱流モデルは, そのモデルの簡単さや計算時間が少なく済む利点があり広く一般に用いられている. そこで本論文では k - ϵ 乱流モデルの性質を保ち, 方程式中の生成項における非回転成分の役割を高める Hanjalic らの考えを用いて, 壁面近くまで適用できる低レイノルズ数 k - ϵ 乱流モデルを改良し (以後改良モデルと呼ぶ), 砂漣のような剝離を伴う流れ場の特性を数値計算により求め, 従来の低レイノルズ数モデルとの比較を行った. また砂漣上の流速等の測定結果を用いて改良モデルの妥当性についても検討を加えた.

3. 改良モデルの概要

(1) 基礎式

基礎方程式群は辻本らが用いた低レイノルズ数 k - ϵ 乱流モデルを基本とした. 低レイノルズ数モデルはいくつかの種類があるが (例えば Nagano ら, 1987), ここでは Reynolds により提唱されているモデルを用いる. 乱れエネルギーの k 方程式及び ϵ 方程式を次式に示す.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} - u_i' u_j' \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \epsilon \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - C_{\varepsilon_1} f_1 \frac{\varepsilon}{k} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon_2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \dots\dots (2)$$

ここで、 k : 乱れエネルギー、 u_i : 流速成分、 x_i : デカルト座標系、 ν : 水の動粘性係数、 ν_t : 渦動粘性係数、 $\overline{u'_i u'_j}$: レイノルズ応力、 ε : 乱れエネルギーの逸散量である。また実験定数、減衰関数は次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} C_\mu &= 0.084, \quad C_\varepsilon = 1.0, \quad C_{\varepsilon_2} = 1.83 \\ \sigma_k &= 1.69, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \\ f_\mu &= 1 - \exp(-0.0198 R_k), \quad f_1 = 1.00 \\ f_2 &= [1 - 0.3 \exp\{-(R_t/3)^2\}] \cdot f_\mu \\ R_k &= \sqrt{k} x_2 / \nu, \quad R_t = k^2 / (\nu \varepsilon) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

乱れエネルギーの逸散量の生成項 $P\varepsilon$ は (2) 式の右辺第 2 項である。ここで Hanjalic の考え方に倣って、レイノルズ応力の非回転成分の役割を高めるために新しい定数 $C\varepsilon_4$ を用いて $P\varepsilon$ を次のように与える。

$$P\varepsilon = -\frac{\varepsilon}{k} f_1 \left[C_{\varepsilon_1} \overline{u'_1 u'_2} \left\{ \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right\} + C_{\varepsilon_4} \left\{ \overline{u'_1 u'_1} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \overline{u'_2 u'_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right\} \right] \dots\dots (4)$$

ここで $C_{\varepsilon_1} = C\varepsilon_4$ の時が従来の k - ε 乱流モデルの場合となる。Hanjalic らや Henau らは (4) 式の非回転成分を (5) 式のような形で与え $\overline{u'_1 u'_1} - \overline{u'_2 u'_2}$ の値を逆圧力勾配

$$(\overline{u'_1 u'_1} - \overline{u'_2 u'_2}) = 0.33k \dots\dots (5)$$

の流れより定めて $0.33k$ と置いて計算を行っている。しかしここではレイノルズ応力の渦動粘性による表現を用いる。

(2) 境界条件及び計算方法

前述の方程式群を砂漣形状を表す直交曲線座標系 (澤本, 1979) を用いて変換し、計算機の制約上振動流場を対象として砂漣 1 波長分を計算した。境界条件として底面より上方では以下のように与えた。

$$\left. \begin{aligned} x_2 = \delta \quad u_1 = u(t, \delta), \quad u_2 = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = \frac{\partial k}{\partial x_2} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

底面では以下のように与えた。

$$\left. \begin{aligned} x_2 = 0 \quad u_1 = u_2 = k = 0 \\ \varepsilon = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_2^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

側方は周期条件を課した。

ここで、 u_1, u_2 はストークスの第 2 近似解で計算される流速である。

水平方向には砂漣 1 波長を 10 分割し、鉛直方向には 16 分割した。計算手法等は著者らの方法を用いた。前述の定数 $C\varepsilon_4$ の値については、 $C\varepsilon_4/C\varepsilon_1$ の比が $1.0 \sim 3.0$ の間で計算を行った。Rodri らや Henau らはこの比とし

て 1.7 程度の値を用いている。なおここでは $C\varepsilon_4$ が 2.75 の場合について述べる。表-1 に計算条件、図-1 に砂漣上の各測線の位置を示す。波は図中すべて左から右に進行している。時間軸の原点 ($t/T=0$) は流れが沖向きから岸向きに変化した時である。

表-1 計算条件

波高 cm	周期 sec	水深 cm	波長 cm	砂漣波高 cm	砂漣波長 cm
20.0	1.70	50.0	332	1.5	10.0

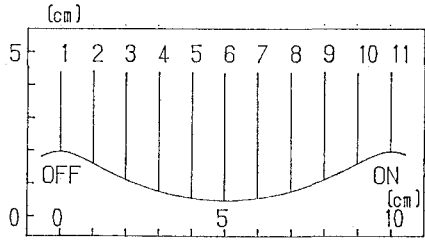


図-1 砂漣上の測線

4. 計算結果と考察

(1) 水平流速の分布

図-2 は岸向きの最大流速付近の位相における流速ベクトルの計算結果をモデル別に比較したものである。著者らはすでに従来の乱流モデルで砂漣上における水平流速を計算し実験結果との比較しており、両者の対応も良好であることを報告している。改良モデルによる計算結果は従来のモデルとほぼ同程度ある。ただし剝離域の形成位相が改良モデルでは従来のモデルと比べて早まる傾向が見られる。

(2) 渦度分布

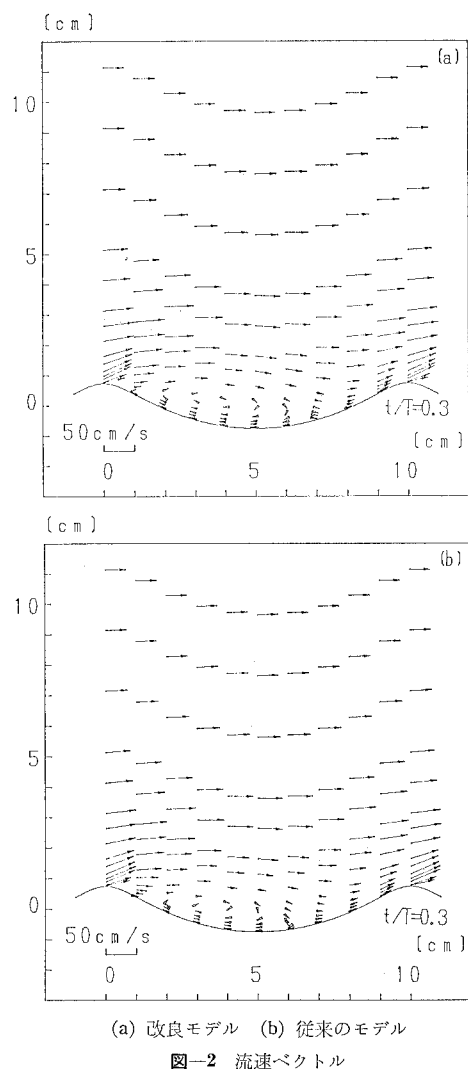
図-3 は岸向きの最大流速付近の位相における渦度の分布をモデル別の計算結果と実験結果で比較したものである。図中実線が時計回りの渦度を表し、破線は渦度が 0 を表している。改良モデルの方がやや大きな渦度を与えるものの、モデルの差はほとんど見られない。また実験結果との対応も良好である。

(3) 渦動粘性係数

図-4 は (8) 式で算出した岸向き最大流速付近の渦動粘性係数の実験結果とモデル別の計算結果の分布を示す。

$$\nu_t = -\overline{u'_1 u'_2} / \left\{ \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right\} \dots\dots (8)$$

なお実験結果は佐藤ら (1986) にならって変形速度が 5 s^{-1} 以下のところは精度上除外している。従来のモデルでは渦動粘性係数が底面より上方で大きくなることが指摘されているが、本計算においても同様な結果となっ



ている。特に底面近傍では砂渚内全体に渡って $1.0 \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度の大きな値が見られる。一方、改良モデルでは、岸側斜面の中程に $0.2 \sim 0.6 \text{ cm}^2/\text{s}$ の値が見られ、実験結果とほぼ同程度の値が得られている。ただし計算結果の方がやや広い範囲に渡って渦動粘性係数の分布が見られる。特にその傾向は減速期に顕著である (図省略)。

(4) 乱れエネルギーの収支

図-5 は乱れの成長過程を定量的に評価するために、測線 3 ~ 4 (図-1 参照) の岸側斜面における乱れエネルギーの生成項の各成分の位相変化を示した図である。一般に生成項におけるせん断応力成分の寄与は大きいと言われている (佐藤ら, 1986), 確かに最大流速付近から減速期にかけてせん断応力成分は増大し, 上方に向かって拡がっている。一方直応力成分は主として鉛直方向成分が卓越し, 特に加速期において壁面近くでその値がきわめて大きくなっている。水平方向成分は流速の反転直

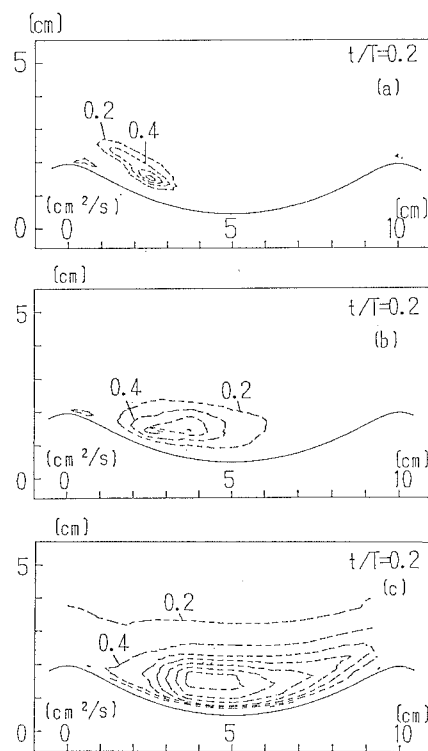
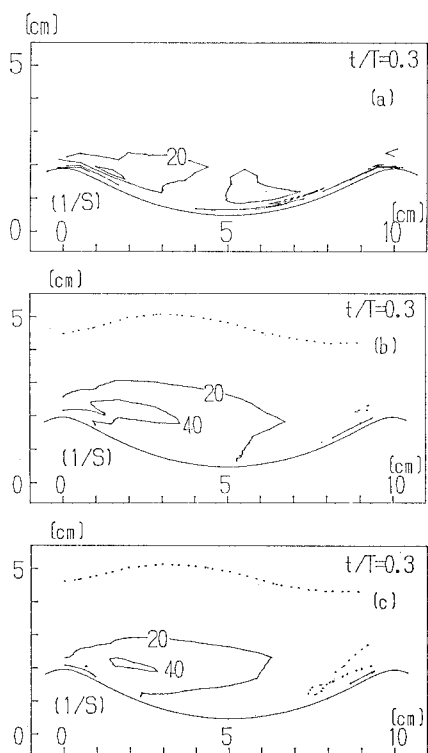


図-4 渦動粘性係数の分布

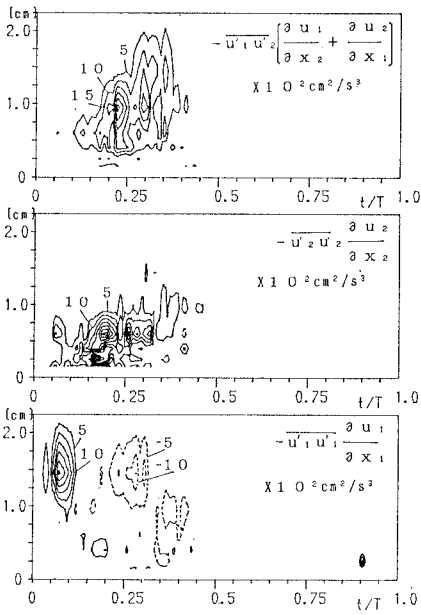


図-5 乱れエネルギーの生成項の分布

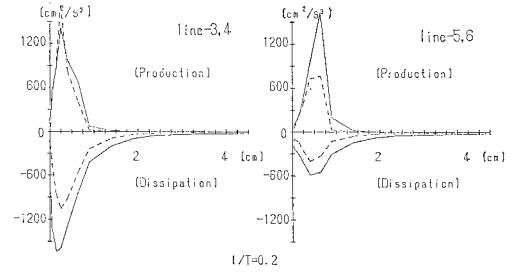


図-6 乱れエネルギーの収支

後において底面より上方で大きな値が見られる。

図-6 は測線3～4, 5～6(図-1 参照)における乱れエネルギーの収支について数値計算により検討した図である。縦軸の正側は乱れエネルギーの生成量, 負側は逸散量を示し, 実線は従来のモデル, 破線は改良モデルの結果である。横軸は底面からの高さである。乱れエネルギーの生成量と逸散量はほぼ平衡であることがわかる。従来のモデルによる計算結果の方が改良モデルと比較して生成量, 逸散量共に大きくなっているが, 岸向き

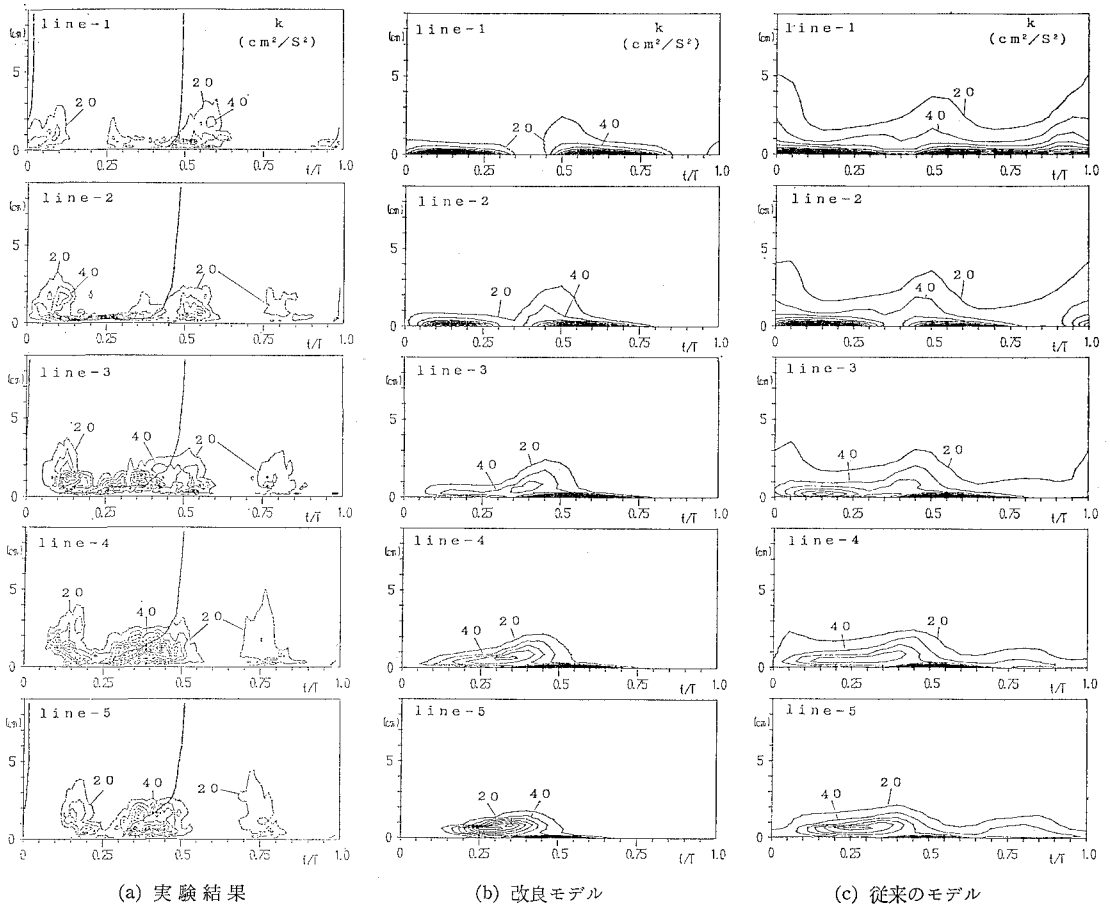


図-7 乱れエネルギーの分布

最大流速付近 ($l/T=0.2$) から改良モデルによる生成量, 逸散量共に増加し, 減速期 (図省略) になると逸散量は従来のモデルによる結果と同程度になり, 生成量は改良モデルによる結果の方が大きくなる。

(5) 乱れエネルギー

図-7(a)は砂漣上の乱れエネルギーの分布を実験結果から検討したものである。図中の等高値は $20 \text{ cm}^2/\text{s}^2$ 間隔である。位相 $l/T=0, 0.5$ 付近で上方へ向かっている曲線は剥離域の底面からの高さを示している。図には岸側半波長の測線 1~5 (図-1 参照) まです。乱れエネルギーは砂漣クレストから $1/4$ 波長程度岸側, 沖側の測線 (測線 3, 4, 8, 9) の底面付近から発生し, 流速の減速期に急激に増大し, 上方へ発達していく。乱れエネルギーが発達する位相, 場所は剥離域の発達する位相, 場所によく対応している。このように砂漣上では剥離域が乱れエネルギーの分布ときわめて密接に関係している。また図-5 よりこの位相付近や場所ではせん断応力成分の値も大きくなっており, 乱れエネルギーに生成にせん断応力成分が寄与していることがわかる。

また砂漣上の各線にはその地点でのせん断応力成分により発生・発達した乱れエネルギー以外に他の測線からの移流等で運ばれてきた乱れエネルギーが存在するために, 同じ測線においても形成過程の異なる乱れエネルギーが存在する。

図-7(b)(c)は乱れエネルギーの分布を改良モデルと従来のモデルで計算したものである。従来のモデルでは, 乱れエネルギーの消長が明確でなく, 常に乱れエネルギーが $20 \sim 40 \text{ cm}^2/\text{s}^2$ 程度全位相に通じて存在している。一方改良モデルでは流速の反転に伴い加速期に測線 2 の底面で乱れエネルギーが発生し, 減速期に測線 3~4 で急激に増大する過程が比較的良好に再現されている。図には示していないが沖側斜面においても同様な結果が得られている。

5. あとがき

改良されたモデルでは, 乱れエネルギーの発生・発達については実験値とよく対応している。ところが移流等で運ばれた乱れエネルギーについては計算では表現されていない。その原因として, $k-\varepsilon$ 乱流モデルは元来レイノルズ応力が勾配拡散型で局所的に定められるとされている。ところが勾配拡散型の仮定は基本的には分子レベルの乱れの輸送について成立するものとされて, 平均場の拡がりよりも小さなスケールの乱れに適している仮定である。乱れエネルギーの発生, 発達は壁面近傍で現れ, 局所的に決定されるものと考えられるのでこのよう

な仮定が成立しやすいと考えられる。一方, 移流等による乱れは平均場程度の拡がりのスケールを有しているために勾配拡散型の仮定が成立しにくいのではないかと考えられる。

本計算で $C\varepsilon_4/C\varepsilon_1$ の値が 3.0 以上になると乱れエネルギーの逸散量が負となり計算が収束しなくなった。Henau らもこの比が 3.8 程度になると計算が収束しないことを報告している。またレイノルズ応力の非回転成分の役割を回転成分に対して相対的に強める目的で回転成分に関する定数 $C\varepsilon_1$ の値を変えて計算を行った。渦度の分布については改良モデルの計算結果と大差は無い。しかし乱れエネルギーの分布は改良モデルと異なり, 乱れエネルギーの消長があまり明確に現れない。 $C\varepsilon_4$ の値として $C\varepsilon_1$ はのおよそ 3 倍程度を見積れば良いと思われる。

本研究を遂行するに当り, 有益なご助言を賜った長岡技術科学大学早川典生教授に深甚なる感謝の意を表する。

参考文献

- 佐藤慎司・下迫健一郎・渡辺 晃 (1986): レーザードップラー流速計による砂漣上の乱流境界層の解明, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp. 223-227.
- 澤本正樹 (1978): 波形底面上の半無限領域の写像関数, 土木学会論文報告集, 第 216 号, pp. 29-35.
- 辻本剛三・市山 誠・早川典生・福岡祐介・中村由行 (1989): 波動場における砂漣上の乱流構造に関する研究, 第 33 回水理講演会論文集, pp. 613-618.
- 辻本剛三・早川典生・市山 誠・福岡祐介 (1990): 砂漣を形成する海底面上の乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, 第 423 号, pp. 31-40.
- Hanjalic, K. and B. E. Launder (1980): Sensitizing the dissipation equation to irrotational strains, ASME, J. Fluids Engineering, Vol. 102, pp. 34-40.
- Henau, V., G. D. Raithby and B. E. Thompson (1989): Prediction of flows with strong curvature and pressure gradient using the $k-\varepsilon$ turbulence model, ASME, J. Fluids Engineering, Vol. 112, pp. 40-47.
- Justesen, P. (1988): Prediction of turbulent oscillatory flow over rough beds, Coastal Eng., Vol. 12, pp. 237-284.
- Nagano, Y. and M. Hishida (1987): Improve form of the $k-\varepsilon$ model for wall turbulent shear flows, ASME, J. Fluids Engineering, Vol. 109, pp. 156-160.
- Rodi, W. and G. Scheuerer (1989): Scrutinizing the $k-\varepsilon$ turbulence model under adverse pressure gradient conditions, ASME, J. Fluid Engineering, Vol. 108, pp. 174-179.
- Tsujimoto, G., N. Hayakawa, M. Ichiyama, Y. Fukushima and Y. Nakamura (1991): Suspended sediment concentration and sediment transport mechanism over rippled sand bed using the turbulence model, Coastal Eng. in Japan. (投稿中)