

資料解析に基づく最高波の統計的特性の検討

山口正隆*・大福 学**・山本大樹***

1. 緒 言

海上プラットフォームなどの大水深構造物の設計に必要な波浪は、被災によるその潰滅的な打撃を考慮するとき、波浪追算結果や波浪観測結果の極値統計解析で得られる確率有義波や既往最大有義波というよりむしろ最高波の諸元であるので、最高波と有義波の関係を明確にする必要がある。最高波高 $H_{\max}$ と有義波高 $H_{1/3}$ の比、 $H_{\max}/H_{1/3}$ に関して Longuet-Higgins (1952) の理論があり、 $H_{\max}/H_{1/3}$ の期待値は観測結果と比較的よく対応することがある程度明らかにされてきた。一方、Forristal (1978) は実用的方法として、波高分布に対する2母数 Weibull 分布の適用を提案し、この分布に基づく最高波高の確率分布および期待値の計算を行っている。しかし、最高波に基づく設計波の決定や信頼性設計を行うにあたっては、期待値のみならず個々の $H_{\max}/H_{1/3}$ が理論確率分布にどの程度従うかという面から検討する必要があるが、後者についての研究事例は少ない。また、 $H_{\max}/H_{1/3}$ を含めて各種代表波高比あるいは周期比が波形状配などによりどのように変化するかという波の非線形性に係る問題もあまり検討されていない。

そこで、本研究では多量の気象庁波浪観測資料 (1978～1990) に基づく解析から、とくに最高波の統計的特性に関して詳細な検討を加えようとするものである。気象庁波浪観測資料の内容は各種代表波に限定されていることから、安田ら (1990) や関本ら (1990) のように波群性に着目した最高波の解析は行えないけれども、多数の標本を用いた統計解析により、最高波の統計的特性を詳細かつ高い信頼性をもって明らかにできる可能性がある。

2. 波高分布の統計理論

(1) 波高の確率分布

Rayleigh 分布は実測資料の波高分布をかなり良い精度で近似することが明らかにされてきたが、波高分布を

より高い精度で表示するためには、Rayleigh 分布を一般化した Weibull 分布を使用するのが実用的であると考えられる。2母数 Weibull 分布に基づく確率密度関数 $p(x)$ および超過確率 $F(x)$ の表示式の1つは、 β, n を母数としてそれぞれ、

$$p(x) = n\beta(\beta x)^{n-1} \exp\{-(\beta x)^n\},$$

$$F(x) = \exp\{-(\beta x)^n\} \dots\dots\dots (1)$$

で表される。無次元波高 h 以上を生ずる確率が q で与えられるとき、 q 最大波高の無次元量 $\tilde{H}_q$ は関本ら (1990) によれば、

$$\beta \tilde{H}_q = (-\log q)^{1/n} + (1/nq) \Gamma(1/n, -\log q) \dots (2)$$

である。ここに、 $\Gamma(1/n, -\log q)$ は第2種不完全ガンマ関数を表わす。そこで、 $\tilde{H}_q = 1$ (q 最大波 H_q で無次元化する) とすれば、既与の n, q より β が求まり、2母数 Weibull 分布は1母数 Weibull 分布に帰着される。一方、Forristal (1978) は波高と水位変動の標準偏差との比を x とした2母数 Weibull 分布を観測結果にあてはめ、 $n=2.126, 1/\beta=2.724$ を得ている。

(2) 最高波高の確率分布

N 個の波高資料の中で最高値が $x_{\max}$ であったとすると、 $x_{\max}$ の確率密度関数 $p^*(x_{\max})$ は Longuet-Higgins (1952) の手法により、次式のように表される。

$$p^*(x_{\max}) dx_{\max} = d\{1 - F(x_{\max})\}^N \dots\dots\dots (3)$$

波高の超過確率 $F(x)$ は式 (1) で与えられるので、 N が非常に大きいと仮定すると、 $p^*(x_{\max})$ は次式になる。

$$p^*(x_{\max}) = n\beta(\beta x_{\max})^{n-1} \xi e^{-\xi},$$

$$\xi = N \exp\{-(\beta x_{\max})^n\} \dots\dots\dots (4)$$

式 (4) より期待値および2乗平均値はそれぞれ、

$$E[x_{\max}] \approx (1/\beta)(\log N)^{1/n} \{1 + (\gamma/n)(\log N)^{-1} + (1/2n)(1/n-1)(\log N)^{-2} \cdot (\pi^2 + 6\gamma^2)/6\} \dots\dots\dots (5)$$

$$E[x_{\max}^2] \approx (1/\beta^2)(\log N)^{2/n} \{1 + (2\gamma/n)(\log N)^{-1} + (1/n)(2/n-1)(\log N)^{-2}(\pi^2 + 6\gamma^2)/6\} \dots (6)$$

である。ここに、 γ は Euler の定数 (0.5772...) を表わす。したがって、標準偏差は、

$$\sigma[x_{\max}] = \{E[x_{\max}^2] - E[x_{\max}]^2\}^{1/2} \approx (1/\beta)(\log N)^{1/n-1} \cdot \{(1/n^2)(\pi^2 + 6\gamma^2)/6 - (\gamma/n)^2\}^{1/2} \approx (\pi/\sqrt{6} \beta n)(\log N)^{1/n-1} \dots\dots\dots (7)$$

* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部海洋工学科
 ** 愛媛大学教官 工学部海洋工学科
 *** 堀田建設株式会社

となり、変異係数は次式のように求められる。

$$C.V. [x_{\max}] \approx \pi / (\sqrt{6(n \log N + \gamma)}) \dots\dots\dots (8)$$

3. 波浪観測資料と解析方法

(1) 気象庁波浪観測資料

気象庁では、水深約 50 m の地点に設置した超音波式波高計による沿岸波浪観測体制を 1976 年より整備しつつあり、現在では日本沿岸の 11 地点で 20 分間の観測が 3 時間ごとに行われ、サンプリング間隔 $\Delta t = 0.5$ s で収録された 2400 個の水位変動時系列資料から波数 N や各種代表波 ($H_{\max}$, $T_{\max}$, $H_{1/10}$, $T_{1/10}$, $H_{1/3}$, $T_{1/3}$, H_m , T_m) および記録障害指数 IC などが求められたが、1982 年からは N , $H_{\max}$, $T_{\max}$, $H_{1/3}$, $T_{1/3}$ および記録障害指数に限定されている。

本研究では、まず各種代表波間の関係を調べるという立場から、日本海洋データセンター (JODC) の MT に収録された松前 (1979~1981 年)、経ヶ岬 (1977~1981 年)、福江島 (1981 年)、佐喜浜 (1978~1981 年)、石廊崎 (1977~1981 年)、江ノ島 (1980~1981 年) の 6 地点における 3 時間ごとの資料を取り扱う。ついで、高波高を有する最高波資料をできるだけ多く得るために、11 地点における 1989 年までの全波浪観測資料より、 $H_{1/3} \geq 3$ m となる資料を選択し、日本海洋データセンターの資料に追加した。

(2) 解析方法

気象庁波浪観測資料は低波高時において、とくに周期に関して異常値を示すことが多いことや、一般に低波高時の測定誤差が大きいかを考慮に入れて、解析結果の統計的な変動幅を減少させるため、下記の基準に従って JODC の MT 資料から観測資料の選択を行った。

- ① IC=0 (正常), ② $H_{1/3} \geq 1$ m, ③ $T_{1/3} < 14$ s
- ④ $N=100 \sim 450$, ⑤ $H_{1/3}/H_m = 1.01 \sim 2.2$
- ⑥ $H_{1/10}/H_{1/3} = 1.01 \sim 1.6$, ⑦ $H_{\max}/H_{1/3} = 1.01 \sim 3.5$
- ⑧ $T_{1/3}/T_m = 0.6 \sim 1.8$, ⑨ $T_{1/10}/T_{1/3} = 0.6 \sim 1.4$
- ⑩ $T_{\max}/T_{1/3} = 0.4 \sim 2.0$, ⑪ $H_{\max}/L_{\max} < 0.14$
- ⑫ $H_{1/3}/1.56 T_{1/3}^2 > 0.003$

ここに、 $L_{\max}$ は最高波周期 $T_{\max}$ に対応する微小振幅波の波長を表わし、全資料数は $N_0 = 22790$ 個である。解析にあたっては、波浪統計量として $H_{1/10}/H_{1/3}$, $H_{1/3}/H_m$, $T_{1/10}/T_{1/3}$, $T_{1/3}/T_m$ を、また、これら諸量の変動を説明するための変数として、一定の観測時間のもとでは平均周期を表わす波数 N のほか波浪資料解析上の分解能を表わす無次元サンプリング間隔 $\Delta t/T_{1/3}$ 、水深 50 m 地点での観測結果に対応して深海性波浪の非線形性を代表する有義波形勾配 $H_{1/3}/L_{1/3}$ を求めるとともに、各波浪統計量の平均値、標準偏差および頻度分布を計算した。ここに、 $L_{1/3}$ は有義波周期に対応する波長である。もちろ

ん、波浪統計量はこのほか波のスペクトル形状に依存するが、気象庁資料にはスペクトル情報は与えられない。

ついで、最高波の解析に使用する波浪資料の選択にあたっては上記の条件に加えて、

- ① $T_{1/3} = 4 \sim 14$ s, ② $T_{\max} = 3 \sim 16$ s
- ③ $H_{\max}/H_{1/3} = 1.2 \sim 3$, ④ $N = 100 \sim 300$
- ⑤ $\Delta t/T_{1/3} < 0.12$

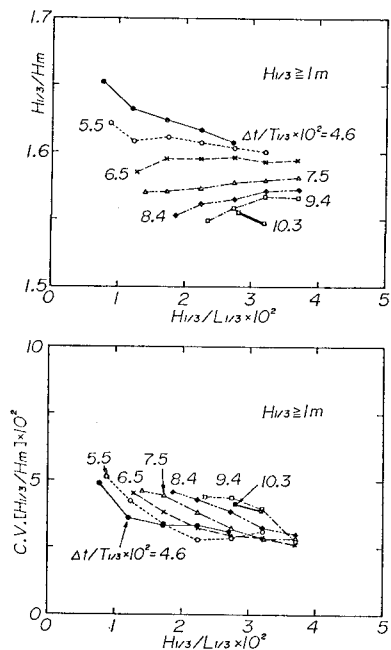
として制限をさらに厳しくした。ただし、高波高資料の数を増やすという意味から、波数 N および記録障害指数 IC に対する制約を緩和し、

⑥ $H_{1/3} > 4$ m かつ IC=1 (異常域あり) あるいは $N = 80 \sim 100$ であるが、一見して異常と思われない資料、も採録した。全資料数は $N_0 = 29511$ であり、最高波に関する統計量、 $H_{\max}/H_{1/3}$ および $T_{\max}/T_{1/3}$ に対して上述と同様の解析を行った。

4. 各種代表波高比・周期比の統計的特性

まず、全資料 22790 ケースに対する各種代表波高比・周期比の平均値および標準偏差は $H_{1/10}/H_{1/3} = 1.256 \pm 0.039$, $H_{1/3}/H_m = 1.586 \pm 0.067$, $T_{1/10}/T_{1/3} = 1.007 \pm 0.038$, $T_{1/3}/T_m = 1.200 \pm 0.085$ である。これらは従来のもと同様の結果であるが、波高分布は Rayleigh 分布より狭いことを示唆する。

図一は $H_{1/3} \geq 1$ m の波浪資料を $\Delta t/T_{1/3}$ および $H_{1/3}/L_{1/3}$ の小区間ごとに分けて求めた $H_{1/3}/H_m$ の平均値お



図一 $H_{1/3}/L_{1/3}$ および $\Delta t/T_{1/3}$ の小区間別 $H_{1/3}/H_m$ の平均値と変異係数

および変異係数と $H_{1/3}/L_{1/3}$ との関係は $\Delta t/T_{1/3}$ をパラメータとして図示したものである。考察にあたってまず注意すべき点は各小区間に属する資料数が著しく異なることであり、有意な値を得るために100以上の資料数を含む小区間データのみが使用される。これによると、 $H_{1/3}/H_m$ の平均値は $\Delta t/T_{1/3}$ への明確な依存性を示す。すなわち、 $\Delta t/T_{1/3}$ の増大は小波高の欠落と平均波高の増大を意味するのに対し、 $H_{1/3}$ は $\Delta t/T_{1/3}$ によりそれほど変化しないから、 $H_{1/3}/H_m$ は H_m の増大を通じて $\Delta t/T_{1/3}$ とともに減少する。また、 $\Delta t/T_{1/3}$ が小さい場合、 $H_{1/3}/L_{1/3}$ の増加につれ $H_{1/3}/H_m$ は減少するのに対し、 $\Delta t/T_{1/3}$ が大きい場合には増加傾向に転じる。つまり、波の非線形性に伴う $H_{1/3}/H_m$ の挙動が $\Delta t/T_{1/3}$ の値により異なることになる。一方、 $H_{1/3}/H_m$ の変異係数 $C.V. [H_{1/3}/H_m]$ は0.025~0.05の間にあって、 $\Delta t/T_{1/3}$ の増加とともに増大し、 $H_{1/3}/L_{1/3}$ の増加とともに減少する。

図-2は $T_{1/3}/T_m$ の平均値および変異係数を $\Delta t/T_{1/3}$ と $H_{1/3}/L_{1/3}$ との関係としてプロットしたものであり、これらは $\Delta t/T_{1/3}$ および $H_{1/3}/L_{1/3}$ の増加とともに減少する。とくに、変異係数の $H_{1/3}/L_{1/3}$ への依存性は $\Delta t/T_{1/3}$ への依存性より強い。 $\Delta t/T_{1/3}$ の増加は分解能の低下あるいは $T_{1/3}$ に相対的な T_m の増加を意味するから、 $T_{1/3}/T_m$ の平均値の $\Delta t/T_{1/3}$ に対する減少傾向はあらかじめ予想される。また、 $\Delta t/T_{1/3}$ および $H_{1/3}/L_{1/3}$ への同様な依存性は $T_{1/10}/T_{1/3}$ および $H_{1/10}/H_{1/3}$ の場合にも見出される

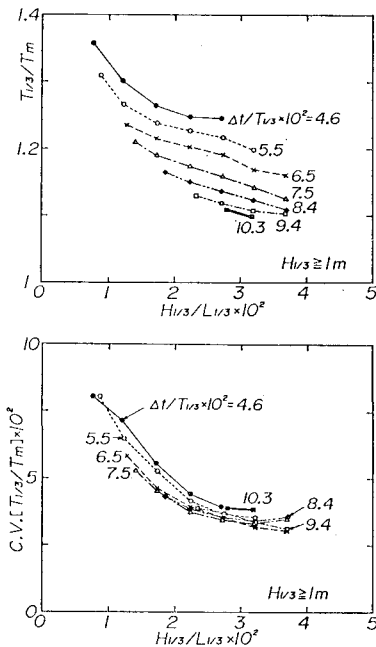


図-2 $H_{1/3}/L_{1/3}$ および $\Delta t/T_{1/3}$ の小区間別 $T_{1/3}/T_m$ の平均値と変異係数

が、その依存度はこの順に低くなり、 $H_{1/10}/H_{1/3}$ ではほぼ依存性が無視される。

5. 最高波の統計的特性

(1) $H_{max}/H_{1/3}$ の確率分布特性

図-3は碎波や測定誤差の影響が小さい $H_{1/3}=1\sim 5$ m の資料29005ケースから波数の小区間(25波)ごとに求めた $H_{max}/H_{1/3}$ の平均値および標準偏差の波数 N に対する変化を Forristal の Weibull 分布や Rayleigh 分布に基づく理論曲線と比較したものであり、図中の m は平均値、 σ は標準偏差を意味する。観測結果は Weibull 分布に基づく理論曲線とかなりよく対応するが、波数の増大とともに Rayleigh 分布に基づく理論曲線に接近する。

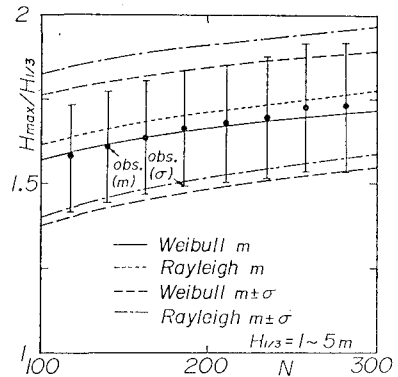


図-3 $H_{max}/H_{1/3}$ の平均値・標準偏差と波数の関係

図-4は波数の小区間ごとに $H_{max}/H_{1/3}$ の頻度分布を作成し、Weibull 分布および Rayleigh 分布に基づく理論曲線と比較したもの2例であり、観測結果は $N=150\sim 175$ では前者の理論と、 $N=250\sim 275$ では後者の理論と比較的によく一致する。しかし、こうした表示法では $H_{max}/H_{1/3}$ の値が大きい部分の適合度が明確でない。そこで、波数の特定小区間に属する個々の $H_{max}/H_{1/3}$ を Thomas プロット $p=i/(N+1)$ で極値確率紙に図示し、Forristal の2母数 Weibull 分布や $n=2$ および

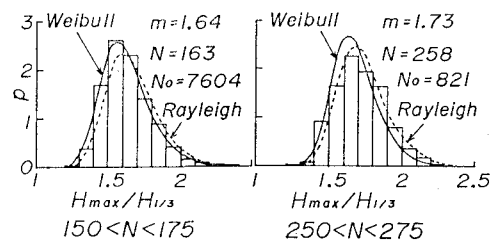
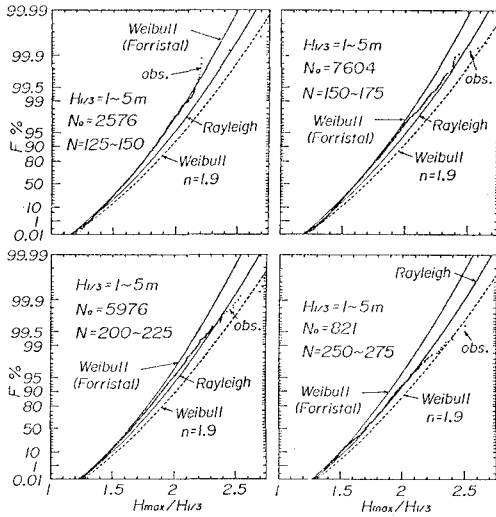
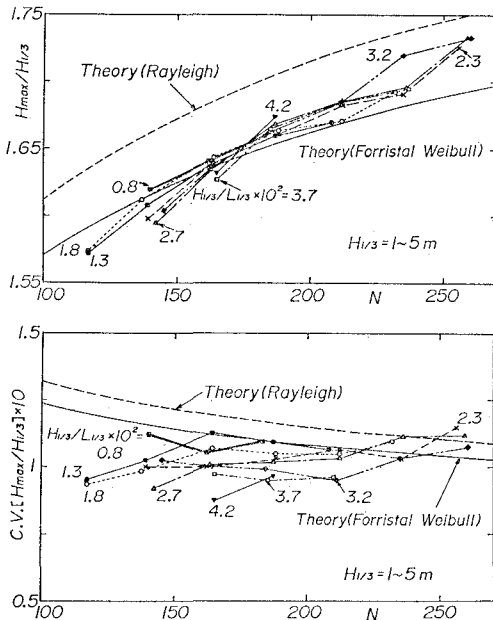


図-4 $H_{max}/H_{1/3}$ の波数別頻度分布

図-5 $H_{\max}/H_{1/3}$ の未超過確率と波数の関係

$n=1.9$ とした 1 母数 Weibull 分布 ($n=2$ の場合 Rayleigh 分布) に基づく $H_{\max}/H_{1/3}$ の未超過確率曲線と比較したのが図-5 である。これによると、波数の増加とともに観測結果に基づく $H_{\max}/H_{1/3}$ の未超過確率曲線の傾きは緩やかになり、同一の値をもつ $H_{\max}/H_{1/3}$ の出現率は波数の増加とともに増大する。こうした観測結果は図-3 に対応して波数が小さい場合には Forristal の Weibull 分布に基づく理論曲線により、波数が大きい場

図-6 $H_{1/3}/L_{1/3}$ および N の小区間別 $H_{\max}/H_{1/3}$ の平均値と変異係数

合には Rayleigh 分布に基づく理論曲線により比較よく近似されるが、未超過確率分布の大きい部分での値が形状母数 1.9 の Weibull 分布に基づく理論値よりさらに小さい資料も見出される。

図-6 は $H_{\max}/H_{1/3}$ の平均値および変異係数と N との関係をもつ $H_{1/3}/L_{1/3}$ をパラメータとして図示したものである。 $H_{\max}/H_{1/3}$ の平均値は波数が大きい場合、 $H_{1/3}/L_{1/3}$ に関してわずかな増加傾向にあるが、波数が小さい場合、減少傾向に転ずるようである。変異係数は、Weibull 分布に基づく理論値よりさらに小さく、しかも理論とは逆に、波数の増加とともに若干増大し、一方、波形勾配の増大とともに若干減少する傾向を有する。

図-7 は波数 $N=150\sim175$ の小区間における $H_{\max}/H_{1/3}$ の未超過確率の観測結果と理論曲線との比較を $H_{1/3}/L_{1/3}=0.004\sim0.05$ の間の 4 つの小区間別を示したものであり、未超過確率の大きい部分を除けば両者の観測結果は相互に似ていることから、 $H_{\max}/H_{1/3}$ の確率分布は $H_{1/3}/L_{1/3}$ にあまり依存しないことがわかる。また、理論曲線より大きくずれる資料の出現は $H_{1/3}/L_{1/3}$ の増加とともに消滅する。

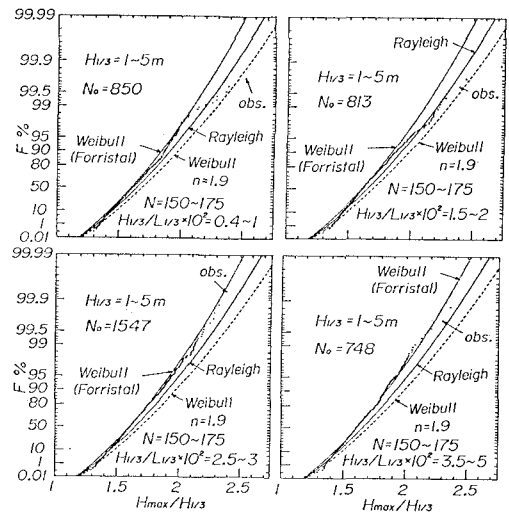
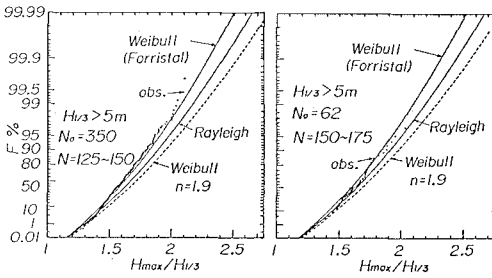
図-7 $H_{1/3}/L_{1/3}$ および N の小区間別 $H_{\max}/H_{1/3}$ の未超過確率

図-8 は碎波の影響を含む可能性のある $H_{1/3} > 5\text{ m}$ の観測資料に基づいて、 $H_{\max}/H_{1/3}$ の未超過確率をプロットしたものであるが、波数がほぼ同一である図-5 の結果とほとんど変わらないことから、全般的には未超過確率に及ぼす波の非線形性や碎波の影響は見られないといえよう。なお、これらの平均値および標準偏差は図-3 の結果と同様な値をとる。

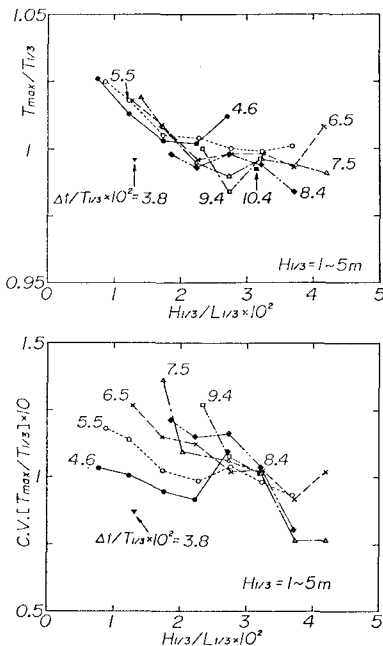


図—8 高波高資料に基づく $H_{\max}/H_{1/3}$ の未超過確率

(2) $T_{\max}/T_{1/3}$ の統計的特性

図—9は $T_{\max}/T_{1/3}$ の平均値および変異係数と $H_{1/3}/L_{1/3}$ の関係を $\Delta t/T_{1/3}$ をパラメータとして図示したものであり、 $T_{\max}/T_{1/3}$ の平均値は $\Delta t/T_{1/3}$ より $H_{1/3}/L_{1/3}$ への依存性を示しながら減少する。つまり $T_{\max}/T_{1/3}$ は分解能の低下よりむしろ波の非線形性の増加によって減少するが、その減少の度合は3%程度であるから小さい。また、 $T_{\max}/T_{1/3}$ の変異係数も $H_{1/3}/L_{1/3}$ に対して同様の依存性を示すが、 $H_{1/3}/L_{1/3}$ の小さい場合には $\Delta t/T_{1/3}$ にも依存する。

以上のように、 $T_{\max}/T_{1/3}$ の平均値および変異係数は



図—9 $H_{1/3}/L_{1/3}$ および $\Delta t/T_{1/3}$ の小区間別 $T_{\max}/T_{1/3}$ の平均値と変異係数

$H_{1/3}/L_{1/3}$ への依存性を示すが、その変化率や個々の資料の変動幅を考えると、系統的变化をもつとはみさせない。 $H_{1/3}=1\sim 5\text{ m}$ の資料についての $T_{\max}/T_{1/3}$ の平均値および標準偏差は 1.002 ± 0.111 、また、 $H_{1/3} > 5\text{ m}$ の資料506 ケースについての値は 0.993 ± 0.098 であるから、やや変動幅は大きい、砕波の影響を受ける可能性のある場合を含めて、近似的に $T_{\max} \approx T_{1/3}$ が成立するとみなされよう。

6. 結 語

本研究では日本沿岸11地点に展開された超音波式波高計による気象庁波浪観測資料を統計解析することにより、各種代表波や最高波の統計的特性を検討した。得られた結果はつぎのように要約される。

(i) 各種代表波高比・周期比の平均値および変異係数は $H_{1/3}/H_m$ の変異係数を除き $\Delta t/T_{1/3}$ の増大とともに減少する。一方、 $H_{\max}/H_{1/3}$ を含む各種代表波高比や $T_{\max}/T_{1/3}$ の平均値および変異係数に及ぼす波の非線形性の影響はあまり顕著でないが、 $T_{1/3}/T_m$ や $T_{1/10}/T_{1/3}$ の平均値および変異係数や $H_{1/3}/H_m$ の変異係数は $H_{1/3}/L_{1/3}$ の増加とともに減少し、とくに $T_{1/3}/T_m$ に関しては明確な依存性を示す。

(ii) $H_{\max}/H_{1/3}$ の平均値・標準偏差および確率分布は Forristal の Weibull 分布に基づく最高波の理論式によりかなりよく近似され、Rayleigh 分布に基づく理論値より小さい値をとるが、波数の増大とともに、Rayleigh 分布に基づく理論値に接近する。

(iii) 資料の変動幅を考慮すると、 $T_{\max} \approx T_{1/10} \approx T_{1/3}$ が平均的に成立するとみてよい。

(iv) 以上の知見に及ぼす深海面砕波の影響は今回の解析の範囲内では抽出されない。

最後に、MT 資料を貸与載いた日本海洋データセンター (JODC) に深甚の謝意を表明します。

参 考 文 献

- 気象庁編 (1978-1990): 気象庁波浪観測資料, 第1号~第13号, 日本気象協会。
- 関本恒浩・鶴飼亮行・今井澄雄・寺田賢二 (1990): 波群特性を考慮した最高波高の出現確率に関する研究, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 111-115。
- 安田孝志・伊藤一教 (1990): 高波の連なりに及ぼす非線形干渉の影響について, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 106-110。
- Forristal, G. Z. (1978): On the statistical distributions of wave heights in a storm, J. Geophys. Res., Vol. 83, No. C5, pp. 2353-2358。
- Longuet-Higgins, M. S. (1952): On the statistical distributions of sea waves, J. Mar. Res., Vol. VI, No. 3, pp. 245-265。