

砕波帯内における戻り流れと水面渦度の推定法に関する研究

平 山 秀 夫*

1. 緒 論

砕波帯内での流速場の構造を明確にすることは、漂砂による海浜地形変化の機構を究明し、ひいてはその予測手法を確立する上で不可欠な要素である。近年、LDVの開発などの計測技術の進歩とも相まって、砕波帯内でも流速測定が可能となり、可視化手法との併用の下に砕波帯内での流体運動のダイナミックスの解明、特に乱れやレイノルズ応用分布などの砕波帯内流速場の構造の解析やエネルギー逸散過程あるいは戻り流れ (undertow) の分布特性の理論的表示法の確立、等の研究に関心が集まってきている。

傾斜面上の砕波帯外における質量輸送に関する研究は、水平床上での質量輸送の研究の延長線上で実施され、Bijker ら (1974) を端緒に平山 (1987) が発展させ、その得られた理論結果は実験値をかなりよく説明できる段階まできている。一方、傾斜面上の砕波帯内における質量輸送 (戻り流れ) は、砕波に伴って発生する水面質量輸送と wave set-up の影響を理論に取り込むことによって、底面付近の戻り流れの理論解析を行っているが、例えば、Svendsen (1984)、土屋ら (1986)、灘岡ら (1986) 及び岡安ら (1987, 1989) 等の研究に見られるように、実験値との適合性あるいは理論値を簡便に表示するという観点からは、いずれもまだ検討の余地があるように思われる。

砕波帯内における戻り流れは、砕波に伴って水表面に発生する組織的な渦の影響が支配的であって、従って、この発生する渦や乱れに起因する渦度をいかに評価するかということが砕波帯内の流れを推定する場合の重要事項の1つである。

本研究では、このような立場から、まず最初に、砕波帯内でも水表面の渦層を除けば、波動成分 (ポテンシャル成分) は消失することなく存在し、かつ渦層内の水面渦度は Longuet-Higgins (1960) が理論的に提示したものと類似な方法で近似的に表現できるという仮定の下に戻り流れの鉛直分布に関する理論展開を行う。次に、この

ようにして得られた理論値と従来の実験値との適合性から推定された水面渦度の特性が、入射波特性や砕波型式及び水底勾配等とどのように関係しているかを調べるとともに、このような簡便な方法によっても、砕波帯内の水面渦度の大きさやその水平分布特性等が簡単に推定できることを示す。

2. 戻り流れの理論解析及び渦度の推定法

(1) 基礎式、連続式及び境界条件式

座標系は、静水面に x 軸、その鉛直下方に z 軸をとる。いま、砕波帯内の波動層内では、砕波帯外と同様に、一貫して微小振幅波理論が適用できるものと仮定すれば、質量輸送の流れ関数を用いることによって、次式のように表わされる (Longuet-Higgins, 1953b)。

$$\epsilon^2 \Psi^4 = \Psi^4 \left\{ \frac{\sigma \sinh 2k(z-h)}{4 \sinh^2 kh} \cdot a^2 \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\epsilon = a/L$ (a : 波の振幅, L : 波長), $k = 2\pi/L$, $\sigma = 2\pi/T$ (T : 波の周期), h : 水深, である。

次に、式(1)において Ψ を、Longuet-Higgins と全く同様に、

$$\epsilon^2 \Psi = a^2 \sigma \{ \sinh 2k(z-h) + Z^P(z) \} / 4 \sinh^2 kh \dots\dots\dots (2)$$

のように仮定すれば、式(1)から次の基礎微分方程式が得られる。

$$d^4 Z^P / dz^4 = 0 \dots\dots\dots (3)$$

この式を積分することによって、 Z^P は、

$$Z^P = \frac{1}{6} c_1 z^3 + \frac{1}{2} c_2 z^2 + c_3 z + c_4 \dots\dots\dots (4)$$

のように表わされる。ここで、 c_i ($i=1 \sim 4$) は未知の積分定数であって、以下に示す連続条件及び境界条件式から決定される。

連続条件は、砕波帯内の波動層内でも、運動の連続性は保持されているとすれば、質量輸送の流れ関数 Ψ は、 $(\Psi)_{z=0} = 0$ 及び $(\Psi)_{z=h} = 0$ が満足されなければならないので、結局、次式のような連続条件式が得られる。

$$(Z^P)_{z=0} = \sinh 2kh \dots\dots\dots (5)$$

$$(Z^P)_{z=h} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

いま、砕波帯内における渦層の渦度を、Longuet-Higgins (1960) と類似な方法によって表現できるものと

* 正会員 工博 大阪府立工業高等専門学校教授 建設工学科

すれば、水面質量輸送速度勾配 $(\varepsilon^2 \partial^2 \Psi / \partial z^2)_{z=0}$ は、渦度の程度に応じて決定されるべき定数 β ($\beta > 0$) を用いて、

$$\left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right)_{z=0} = -2a^2 \sigma k^2 \left(1 + \frac{1}{2} \beta \right) \coth kh \dots (7)$$

のように表わされる。

従って、水面境界条件 $(d^2 Z^P / dz^2)_{z=0}$ は、式(2)と(7)から結局次式のように表わされることになる。

$$\frac{d^2 Z^P}{dz^2} = -2\beta k^2 \sinh 2kh \dots (8)$$

ここで、 $\beta=0$ は水表面で渦度を 0 と仮定した Stokes あるいは Huang の水面条件の結果、 $\beta=2$ は Longuet-Higgins (1960) の理論結果、を表わすことになる (平山, 1988)。

一方、底面条件は、式(2)より $z=h$ での底面質量輸送速度 $(\bar{U}_\infty)$ の値を用いて表示でき、次式のように与えられる。

$$\frac{dZ^P}{dz} = \frac{4 \sinh^2 kh}{a^2 \sigma} \bar{U}_\infty - 2k \dots (9)$$

(2) 理論結果とその Euler 的質量輸送速度への変換

式(4)中の 4 つの未知定数 C_i ($i=1 \sim 4$) は、前述の連続式 (式(5), (6)) と境界条件式 (式(8), (9)) を適用することによって算出され、結局、流体主流領域における質量輸送速度 $\bar{U}$ は、次式のように求められる。

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \varepsilon^2 \frac{\partial \Psi}{\partial z} \\ &= \frac{a^2 \sigma k}{4 \sinh^2 kh} \left[2 \cosh 2kh \left(\frac{z}{h} - 1 \right) \right. \\ &\quad + \left\{ \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{z}{h} \right)^2 - \frac{1}{2} \right\} \left(\frac{4 \sinh^2 kh}{a^2 \sigma k} \cdot \bar{U}_\infty - 2 \right) \\ &\quad + \frac{\beta kh}{2} \cdot \left\{ 3 \left(\frac{z}{h} \right)^2 - 4 \frac{z}{h} + 1 \right\} \sinh 2kh \\ &\quad \left. + \left\{ \left(\frac{z}{h} \right)^2 - 1 \right\} \cdot \frac{3 \sinh 2kh}{2kh} \right] \dots (10) \end{aligned}$$

さて、式(10)中の $\bar{U}_\infty$ および $\bar{U}$ は Lagrange 的質量輸送速度であって、本研究のように、Euler 的な実験値との比較検討を行う場合には、当然のことながら、理論結果も Euler 的表示に変換する必要がある。そこで、 $\bar{U}_\infty$ 及び $\bar{U}$ に対する Euler 的質量輸送速度をそれぞれ $\bar{U}_{E\infty}$ および $\bar{U}_E$ とすれば、これらの $\bar{U}_{E\infty}$ および $\bar{U}_E$ は、いわゆる Stokes drift $\left(\partial u / \partial x \cdot \int^t u dt + \partial u / \partial z \cdot \int^t w dt \right)$ の効果を $\bar{U}_\infty$ および $\bar{U}$ から取り除くことによって、それぞれ次式のように求められる。

$$\bar{U}_{E\infty} = \bar{U}_\infty - \frac{a^2 \sigma k}{2 \sinh^2 kh} \dots (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{U}_E &= \frac{a^2 \sigma k}{4 \sinh^2 kh} \left[\left\{ \frac{3}{2} \left(\frac{z}{h} \right)^2 - \frac{1}{2} \right\} \cdot \frac{4 \sinh^2 kh}{a^2 \sigma k} \bar{U}_{E\infty} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta kh}{2} \left\{ 3 \left(\frac{z}{h} \right)^2 - 4 \left(\frac{z}{h} \right) + 1 \right\} \cdot \sinh 2kh \right] \end{aligned}$$

$$+ \left\{ \left(\frac{z}{h} \right)^2 - 1 \right\} \cdot \frac{3 \sinh 2kh}{2kh} \right] \dots (12)$$

ここで、 $a=H/2$ (H : 波高)であり、砕波帯内におけるこの波高 H の推定は、前報 (1990) と全く同様に、次式で示される岩垣・間瀬ら (1981) の推定式を用いて行った。

$$H = \gamma h_b \left[\left(1 - \frac{4}{9} \kappa \right) \frac{h}{h_b} + \frac{4}{9} \kappa \left(\frac{h}{h_b} \right)^{-7/2} \right]^{-1/4} \dots (13)$$

($\gamma=H_0/h_b$, H_0 : 砕波々高, h_b : 砕波水深, $\kappa=(2\gamma/\pi) B \cdot \varepsilon_0^{-1}$, $\varepsilon_0=\tan \theta / \sqrt{H_0/L_0}$, $\tan \theta$: 底面勾配, H_0 : 沖波々高, L_0 : 沖波々長, B : 底面勾配別に異なる値で h/h_b の関数である)。

以下では、式(12)中の $\bar{U}_{E\infty}$ に、底面における Euler 的質量輸送速度の実験値を適用して式(12)から $\bar{U}_E$ の理論値の鉛直分布を算定した。

(3) 渦度の推定法

Longuet-Higgins (1960) は、水平床上における非砕波時の水面渦度を、水面移動境界における運動方程式から理論的に導出したが、ここでは、その結果を砕波帯内の渦度の評価にも適用できるものと仮定する。

Longuet-Higgins によれば、水平床上での砕波帯外における水面渦度 ω_i は、次式のように与えられる。

$$\omega_i = -4a_i^2 \sigma k_i^2 \coth k_i h_i \dots (14)$$

ここで、suffix の i は水平床上における値を意味し、 $a_i=H_i/2$ (H_i : 水平床上での入射波高), $k_i=2\pi/L_i$ (L_i : 入射波高の波長)である。

一方、傾斜面上の任意水深における水面渦度 ω は、

$$\omega = \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \right)_{z=0} = \left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right)_{z=0} \dots (15)$$

のように表わされ、結局、前述の式(7)で与えられる。従って傾斜面上での水面渦度 ω と水平床上での水面渦度 ω_i との比の値を α とすれば、 α は次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\omega}{\omega_i} \\ &= \frac{H^2 k^2 \coth kh}{2 H_i^2 k_i^2 \coth k_i h_i} \left(1 + \frac{1}{2} \beta \right) \dots (16) \end{aligned}$$

以上のように、ここではまず、式(12)で表わされる理論値と岡安ら (1987) の実験値との適合性から β を推定して、その値に応じて、式(14)~(16)からそれぞれ ω_i , ω , α を算定した。それらの結果をまとめて表-1 に示す。

3. 結果及び考察

(1) 戻り流れの理論値と実験値の比較

図-1 (1)~(6)は、表-1 に示した解析結果のうち代表的なものについて、式(12)に基づいた種々の β の値に対する戻り流れの理論値を岡安らの実験値とを比較したもので、図の(1)~(3)は底勾配が 1/20、図の(4)~(6)は 1/30 の場合の結果である。これらの図から明ら

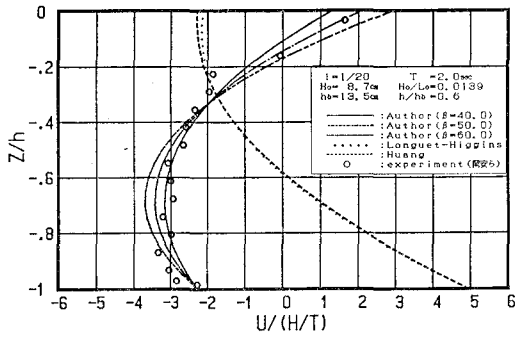
表一 岡安ら(1987)の実験結果に基づいて推定された水面渦度などの計算結果

CASE	底勾配 i	水深 h_i (cm)	周期 T (sec)	沖波々高 H_o (cm)	測定点波高 H (cm)	測定点水深 h (cm)	h/h_o	渦度係数 β	破波型式	破波帯内渦度 $-w$ (1/sec)	破波外帯渦度 $-wi$ (1/sec)	相対渦度 α	
1	1/20	40.0	2.00	8.7	14.51	13.50	1.0	15	plungding	6.09	0.111	54.9	
					11.97	11.00	0.8	30		10.47		94.3	
					7.05	7.75	0.6	50		9.82		88.5	
					5.00	5.75	0.4	35		5.45		49.1	
2			2.00	5.7	9.98	10.00	1.0	15	〃	4.44	0.049	91.2	
					8.35	8.25	0.8	30		7.74		158.9	
					4.94	6.50	0.7	60		7.44		152.8	
					4.00	4.75	0.5	55		7.11		146.0	
3			1.17	10.7	12.00	13.75	1.0	5	spilling	5.62	0.680	8.3	
					9.02	11.50	0.8	10		6.86		10.1	
					5.90	9.50	0.7	30		10.10		14.9	
					4.04	6.50	0.5	25		6.74		9.9	
4			0.91	7.0	7.67	10.00	1.0	5	〃	6.40	0.813	7.9	
					7.07	8.25	0.8	10		11.88		14.6	
					4.36	6.50	0.7	25		13.89		17.1	
					3.02	5.00	0.5	20		7.74		9.5	
5			1.61	9.4	12.16	13.67	1.0	10	〃	4.75	0.207	23.0	
					9.40	12.00	0.9	15		4.83		23.3	
					6.55	10.33	0.8	30		11.43		55.2	
					5.13	8.33	0.6	35		10.22		49.4	
6			1.97	6.3	9.32	9.67	1.0	10	plungding	2.97	0.061	48.9	
					8.22	7.67	0.8	15		4.58		75.4	
					4.81	6.33	0.7	65		8.15		134.3	
					3.56	4.67	0.5	70		7.54		124.2	
7			1/30	1.96	8.4	12.33	13.67	1.0	10	spilling	3.19	0.109	29.2
						10.28	11.17	0.8	20		5.42		49.7
						6.54	8.67	0.6	50		7.49		68.7
						5.15	7.00	0.5	60		7.56		69.3
8	45.0	1.12	8.9	10.00	11.67	1.0	6	〃	6.13	0.511	12.0		
				7.10	10.33	0.9	10		5.44		10.6		
				5.45	9.00	0.8	20		7.05		13.8		
				3.67	7.00	0.6	35		7.59		14.9		
9		1.23	6.6	7.51	9.67	1.0	10	〃	5.35	0.196	27.3		
				7.31	8.17	0.8	15		9.07		46.2		
				4.39	7.00	0.7	30		7.63		38.9		
				3.05	5.33	0.6	40		7.10		36.2		

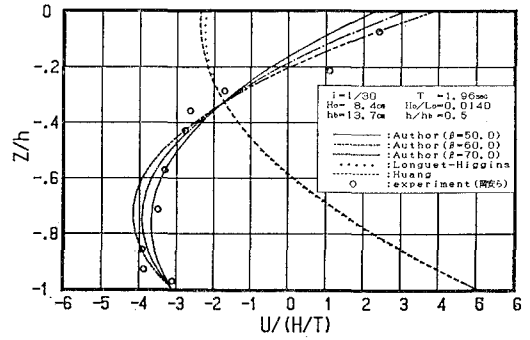
かなことは、まず第1に、各ケースごとに値に若干の差異はあるが、一般に、水深が浅くなって h/h_0 (h_0 : 砕波水深) が小さくなるにつれて底面 ($z/h=-1$) における戻り流れの値が負の方向(沖向き)に大きくなり、一方、水表面 ($z/h=0$) 付近では逆に正の方向(岸向き)に大きくなっていること、次に、図中の理論曲線は、 β の値によって大きく変動するが、適当な β の値を選べば、戻り流れの理論値と実験値は、底勾配などの実験条件の相違にもかかわらず、かなり良く合致する傾向が見られること、さらに、このようにして推定された β の値は、表一1 から明らかなように、5~70 の範囲であって、Longuet-Higgins の理論値 ($\beta=2$) よりはるかに大きく、かつ砕波帯内の水平方向の位置によっても大きく変動するが、一

般的に砕波点 ($h/h_0=1.0$) 付近で最も小さく、かつ突っ込み点 ($h/h_0=0.8$) 付近で最も大きな値をとる傾向にあること、などである。

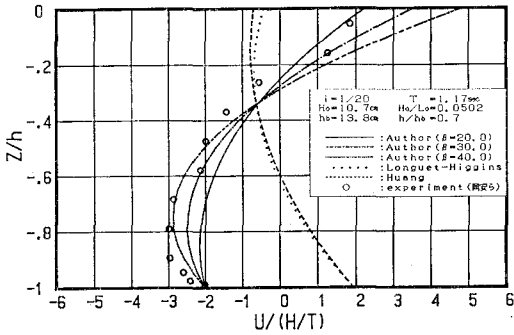
なお、これらの図中には、 β の最適値を渦度係数として一点鎖線で示したが、これらの決定にあたっては、 β の値の微調整に基づいてなされたが、あくまで目視による主観的判断によっているので、10%程度の誤差は含まれているものと思われる。いずれにせよ、本研究ではこの β の値をいかに推定するかによって後述する水面渦度の推定結果にも若干影響するので、ここでは、出来る限り丹念に推定した。推定された β の値は、渦度係数として表一1 にまとめて示してあるが、これはあくまで岡安ら(1987)の実験結果に基づくものである。



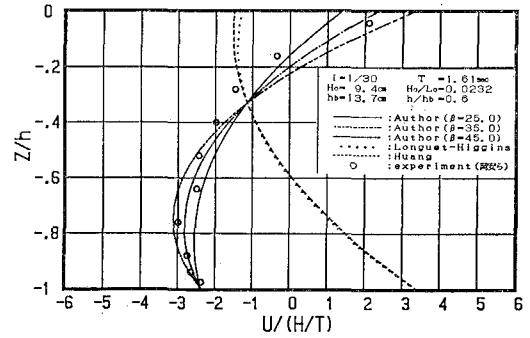
(1) $T=2.0$ s, $H_0=8.7$ cm, $h/h_0=0.6$ の場合



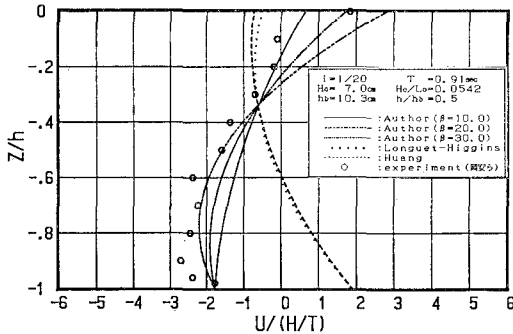
(4) $T=1.96$ s, $H_0=8.4$ cm, $h/h_0=0.5$ の場合



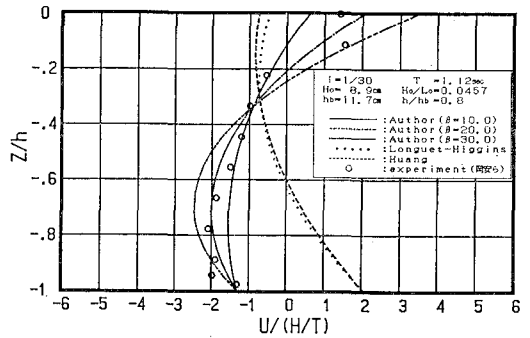
(2) $T=1.17$ s, $H_0=10.7$ cm, $h/h_0=0.7$ の場合



(5) $T=1.61$ s, $H_0=9.4$ cm, $h/h_0=0.6$ の場合



(3) $T=0.91$ s, $H_0=7.0$ cm, $h/h_0=0.5$ の場合

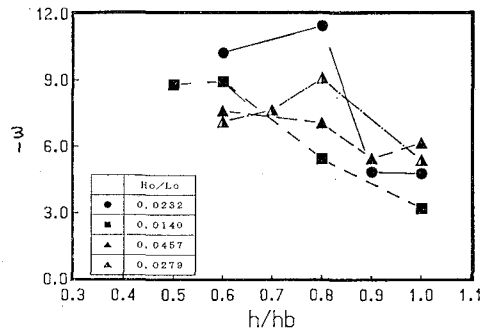


(6) $T=1.12$ s, $H_0=8.9$ cm, $h/h_0=0.8$ の場合

図—1 戻り流れの鉛直分布の理論値と実験値の比較((1)~(3); $i=1/20$, (4)~(16); $i=1/30$)

(2) 水面渦度とその分布特性

図—2 は、前述のような方法によって推定された β の値に基づいて式(15)から算定された水面渦度 ω の値の砕波帯内における場所的分布を、 H_0/L_0 をパラメータとして砕波型式別に示したもので、これは崩れ砕波の場合の結果である。この図から明らかなように、Spilling 型の場合には、砕波点においては波形勾配の大小による ω の値の差異が明確であるが、その他の領域ではあまり明確でなく、 ω の値は、どちらかと言えば、砕波点から岸側にかけてより大きくなる傾向が見られる。一方、ここでは示していないが、plunging 型の場合には、データ数が少ないのであまり明確なことは言えないが、全般的に



図—2 水面渦度の場所的変化(崩れ砕波の場合)

は H_0/L_0 の大きいほど ω が大きく、しかも場所的には砕波の突っ込み点付近で最も大きくなる傾向が見られる。

また、 ω の値は、砕波型式にかかわらず $\omega=3\sim 15$ (1/s) の値を示し、この結果は、これまでに得られている三村ら (1984)、灘岡ら (1985)、水口ら (1985) の結果とオーダー的に一致する。一方、水平床における非砕波時の水面渦度 ω_i は、表-1 から明らかなように、 $10^{-2}\sim 10^{-1}$ のオーダーであって、明らかに ω に比べて $2\sim 3$ 桁オーダーが小さい。

図-3 は、式 (16) で示した相対渦度の α の値を、 H_0/L_0 をパラメーターにして示したもので、この図は、巻き波型砕波でかつ底勾配が $1/20$ の場合の結果である。この図からも明らかなように、一般に底勾配が一定の場合には、砕波型式が同じであれば、 H_0/L_0 が小さい程 α の値は大きいようである。一方、図-4 は、砕波型式別に α の値の分布特性の差異を調べたものである。この図から、一般に α の値は plunging 型の場合が spilling 型に比して大きな値を示すことが明らかである。これは、plunging 型砕波が spilling 型砕波に比べて、砕波前後における相対的水面渦度の程度が大きいということであって、必ずしも砕波後の水面渦度そのものが大きくなっているとは限らない。このように、相対水面渦度は H_0/L_0 や砕波

型式によってかなり変化することが明らかである。

4. 結 論

本研究で得られた成果を要約すれば、次のようである。

1) 戻り流れの本理論値 (式 (12)) と実験値とは、 β の値を適当に選べばかなり良く一致する。

2) このようにして推定された β の値を用いれば、式 (15) 及び (16) から簡単に水面渦度や相対水面渦度が推定でき、このようにして推定された水面渦度 ω は砕波帯内では $1\sim 10^1$ のオーダーであって、水平床上の非砕波時のそれ (10^{-1}) と比較して、明らかに数 10 倍の大きさであり、この結果は、従来の流速測定結果から推定された値とオーダー的に一致する。

最後に、これまで温かい御指導を賜ってきた京都大学名誉教授岩垣雄一先生及び実験データを快く御提供賜った横浜国立大学工学部助教授柴山知也・岡安章夫の両先生に深甚なる謝意を表わします。

参 考 文 献

- 岩垣雄一・間瀬 肇・田中 剛 (1981): 不規則波の浅海変形モデルについて, 第 28 回海岸工学講演会論文集, pp. 104-108.
- 岡安章夫・柴山知也・堀川清司 (1987): 砕波帯内定常流速場の鉛直分布に関する研究, 第 34 回海岸工学講演会論文集, pp. 31-35.
- 岡安章夫・磯部雅彦・渡辺 晃 (1989): 砕波帯におけるエネルギー収支と戻り流れのモデリング, 海岸工学論文集, 第 36 巻, pp. 31-35.
- 土屋義人・山下隆男・植本 実 (1986): 砕波帯における戻り流れについて, 第 33 回海岸工学論文集, pp. 31-35.
- 灘岡和夫・小谷野喜二・日野幹雄 (1985): 二成分光ファイバー流速計を用いた砕波帯内流速場の特性の解明, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp. 50-54.
- 灘岡和夫・広瀬文人 (1986): 砕波の物理過程に基づいた砕波帯内の拡散係数のモデル化, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp. 26-30.
- 平山秀夫 (1987): 二次元傾斜海岸上における質量輸送に関する理論的研究 (第 2 報), 第 34 回海岸工学講演会論文集, pp. 6-10.
- 平山秀夫 (1990): 砕波帯内における質量輸送 (戻り流れ) の鉛直分布に関する研究, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp. 41-45.
- 水口 優・友金幸治 (1985): 巻き波型砕波時の流れの場の実験的研究, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp. 60-64.
- 三村信男・岡安章夫・柴山知也・P. Kamronrithisorn (1984): Plunging 砕波によって発生する砕波帯内流速場の構造, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 11-14.
- Longuet-Higgins, M. S. (1953b): Mass transport in water waves, Phil. Trans. Royal Soc. London, Series A, No. 903, Vol. 245, pp. 535-581.
- Longuet-Higgins, M. S. (1960): Mass transport in the boundary layer at a free oscillating surface, J. F. M., Vol. 8, pp. 293-306.
- Svendsen, I. A. (1984): Mass flux and undertow in a surf zone, Coastal Eng., Vol. 8, pp. 347-365.

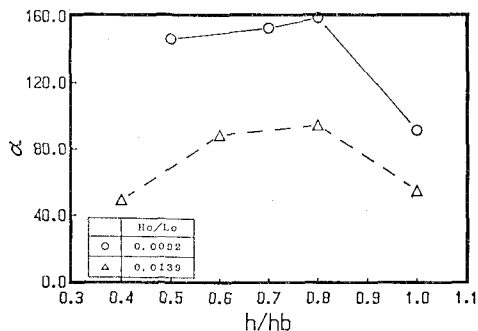


図-3 相対水面渦度の H_0/L_0 による変化 ($i=1/20$)

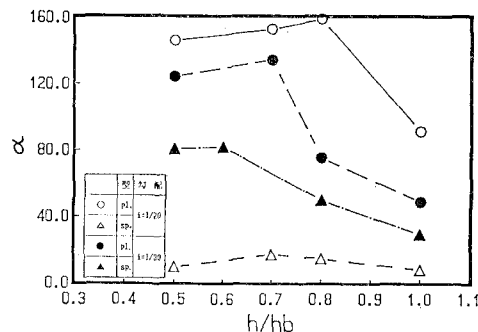


図-4 相対水面渦度の砕波型式による比較