

沖合人工島周辺の2次長周期波に関する研究

増田 光一*・渡辺 智久**

1. 緒 言

係留浮体の長周期動揺、沖合人工島に付随した中、小規模の港湾及びマリーナの港水振動などは、数分のオーダーの固有周期を有しているため周期10秒前後の波浪に対して同調することはほとんどないことが知られている。

しかしながら、実際の海洋波の包絡波形は数10秒のオーダーで緩やかに変調するため、浮体の係留システム、港湾及びマリーナなどの計画、設計に際しては、緩やかに変調する包絡波形を持つ波群によって誘起される長周期波（以後、2次長周期波とよぶ）の影響を検討することは重要である。2次長周期波に関しては、サーフビート、副振動及び長周期動揺の原因になり得るため多くの研究（Bowers, 1977; Agnon et al., 1985; Zhou et al., 1987; 増田ら, 1988; 喜岡ら, 1988; Mei et al., 1989）がなされているが、沖合い人工島、大型海洋施設等の周辺海域での2次長周期波の分布性状に関して理論及び実験の両面から取り扱った研究はほとんどない。

従って、本研究は、沖合人工島による長周期波の非線形散乱問題をマルチスケール摂動法を用いて定式化し、人工島周辺での2次長周期波の分布性状及び周辺海域の係留浮体に与える影響を明確にすることを目的とする。

そこで、本論では、人工島による2次長周期波の散乱問題をハイブリット有限要素法に用いて解析する手法を示し、手本法の計算値と解析解及び実験値との比較を行い本手法の有用性を検討する。さらに、円錐台形の基礎を有する円形人工島及び背後に港湾を有する人工島周辺の2次長周期波の分布を求めその影響を考察する。

2. 仮定及び座標系

流体は非粘性、非圧縮性のポテンシャル流れとする。

座標系は、図-1に示すような直角座標系であるが便宜的に円筒座標系 (r, θ, z) を用いる場合もある。入射波群の周波数を ω 、波数を k 、さらに摂動パラメータ

ε を $\varepsilon = ka_0$ (a_0 : 入射波群の振幅) とすると、包絡波形は x 方向と時間 t に対して緩やかに変調する。包絡波形の変調率は、長さスケールで $O(\varepsilon^{-1}) \cdot 2\pi/k$ 、時間スケールで $O(\varepsilon^{-1}) \cdot 1\pi/\omega$ であるから、人工島の代表長さ a が波群の長さに対応するものとする $ka = O(\varepsilon^{-1}) \gg 1$ である。ここで、時間と空間に対して緩やかに変調する新しい座標を $(x_1, y_1, t_1) = (\varepsilon x, \varepsilon y, \varepsilon t)$ のように定義する。

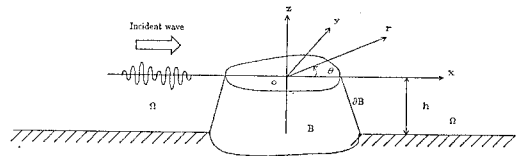


図-1 座標系

3. 長周期ポテンシャルに関する境界値問題

速度ポテンシャル Φ 、自由表面変位 ζ を摂動展開すると、

$$\{\Phi, \zeta\} = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \{\Phi_n(x, y, z, t, x_1, y_1, t_1), \zeta_n(x, y, t, x_1, y_1, t_1)\} \dots \dots \dots (3.1)$$

のようになり、さらに波群の円周波数 ω を用いて次の様に定義する。

$$\{\Phi_n, \zeta_n\} = \sum_{m=-n}^n \{\Phi_{nm}, \zeta_{nm}\} e^{-im\omega t} \dots \dots \dots (3.2)$$

ここで、 $\Phi_{nm}^* = \Phi_{n-m}$ で Φ_{nm} の複素共役を示し、 Φ_{n0} 、 ζ_{n0} は、時間に対して緩やかに変化する流場を示す。

長周期ポテンシャル Φ_{10} に関する境界値問題は、solvability 条件 (Mei, 1983) より、以下のように定義できる。

$$h(F_1^2 \Phi_{10}) - \frac{1}{g} \Phi_{10t_1 t_1} = -\frac{k^2}{g} |\bar{A}|_{x_1}^2 \left[\frac{2\omega}{k} - c_g(\sigma_1^2 - 1) \right] \dots \dots \dots \text{in } \Omega \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \Phi_{10}}{\partial n_1} = 0 \dots \dots \dots \text{on } \partial B \quad (3.4)$$

ただし、 $\sigma_1 = \tanh kh$ 、 c_g は群速度、 h は水深、 g は重力加速度、 $\bar{A}$ は入射波群の包絡波形である。

* 正会員 工博 日本大学理工学部海洋建築工学科

** 工修 日本鋼管株式会社

(3.3) 式の ϕ_{10} は次式のようになることが予想できる。

$$\phi_{10} = \phi_{10}^I(c_g) + \phi_{10}^S(\sqrt{gh}) \quad (3.5)$$

ここで、右辺第1項は入射波ポテンシャル、第2項は波速 $\sqrt{gh}$ で伝播する散乱ポテンシャルを示す。

今、入射波群の包絡波形 $\bar{A}$ を

$$\bar{A} = \frac{a_0 g}{2\omega} \sin(k_0 x_1 - \Omega t_1) \quad (3.6)$$

のような正弦波で仮定すると、 ϕ_{10}^I の変動項は、

$$\hat{\phi}_{10}^I = \frac{1}{2} \frac{i}{4k_0} \left(\frac{a_0 g}{2\omega} \right)^2 F(c_g) e^{2i(k_0 x_1 - \Omega t_1)} + * \quad (3.7)$$

ここで、

$$F(c_g) = \frac{k^2}{c_g^2 - gh} \left[\frac{2\omega}{k} - c_g(\sigma_1^2 - 1) \right]$$

であり、 k_0, Ω は、それぞれ包絡波形の波数及び円周波数、 a_0 は入射波振幅である。また、* は複素共役を示す。

入射波と散乱波の速度ポテンシャルの変動成分を

$$\hat{\phi}_{10}^I = \phi_{10}^I e^{-2i\Omega t_1} + * \quad (3.8)$$

$$\hat{\phi}_{10}^S = (\hat{\phi}_{10} - \hat{\phi}_{10}^I) = (\phi_{10} - \phi_{10}^I) e^{-2i\Omega t_1} + * \quad (3.9)$$

$$\hat{\phi}_{10} = \phi_{10} e^{-2i\Omega t_1} + * \quad (3.10)$$

の様に定義し、また、(3.3)式の項 $|\bar{A}|_{x_1}^2$ に(3.6)を代入すると、

$$|\bar{A}|_{x_1}^2 = -\frac{ik_0}{2} \left(\frac{a_0 g}{2\omega} \right)^2 e^{2ik_0 x_1} e^{-2i\Omega t_1} + * \quad (3.11)$$

となり、長周期ポテンシャル ϕ_{10} に関する境界値問題は以下の様になる。

$$h(F_1^2 \phi_{10}) + \alpha \phi_{10} + \beta = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \phi_{10}}{\partial n_1} = 0 \quad \text{on } \partial B \quad (3.13)$$

$$\lim_{r_1 \rightarrow \infty} \sqrt{r_1} \left(\frac{\partial}{\partial r_1} - 2i\kappa \right) \cdot (\phi_{10} - \phi_{10}^I) = 0 \quad r_1 \rightarrow \infty \quad (3.14)$$

ただし、

$$F_1 = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial y_1} \right)$$

$$\alpha = \frac{4\Omega^2}{g}$$

$$\beta = -\frac{ik_0}{2g} \left(\frac{a_0 g}{2\omega} \right)^2 F(c_g)(c_g^2 - gh) e^{2ik_0 x_1}$$

$$\kappa = \frac{\Omega}{\sqrt{gh}} \quad (3.15)$$

4. 長周期ポテンシャルに関する変分原理

いま、流体領域 Ω を人工島を含む内部領域 A と水深一定の外部領域 R に分割し、それぞれの領域の速度ポテンシャルを ϕ_{10}, ϕ_{10R} とする。領域 R の散乱波の速度ポテンシャルを(3.12)式と ∂R 上で、(3.14)式を満足する固

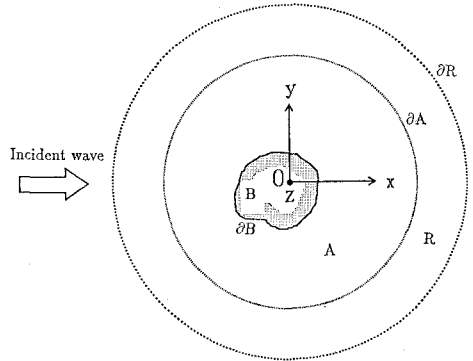


図-2 有限要素解析モデルの定義

有関数を用いて次式のように定義する。

$$\phi_{10R} - \phi_{10}^I = Q \sum_{n=0}^{\infty} H_n(2kr_1) \cdot (C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta) \quad (4.1)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \phi_{10}^I &= Q \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n(i)^n J_n(2k_0 r_1) \cdot \cos n\theta \\ Q &= \frac{1}{2} \frac{i}{4k_0} \left(\frac{a_0 g}{2\omega} \right)^2 F(c_g) \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

さらに、 ∂A の接合条件を用いて内部領域の速度ポテンシャル ϕ_{10} に関する境界値問題は、

$$hF_1^2 \phi_{10} + \alpha \phi_{10} + \beta = 0 \quad \text{in } A \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \phi_{10}}{\partial n_A} = 0 \quad \text{on } \partial B \quad (4.4)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{10} &= \phi_{10R} \\ \left(\frac{\partial \phi_{10}}{\partial n_A} \right)_A &= \left(\frac{\partial \phi_{10R}}{\partial n_A} \right)_R \end{aligned} \right\} \quad \text{on } \partial A \quad (4.5)$$

のように表すことができる。

この境界値問題を変分問題に置き換えると汎関数は、

$$\begin{aligned} F(\phi_{10}, \phi_{10R}) &= \frac{1}{2} \iint_A [h(F_1^2 \phi_{10})^2 - \alpha \phi_{10}^2 - 2\beta \phi_{10}] dA \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{\partial A} h(\phi_{10R} - \phi_{10}^I) \left(\frac{\partial(\phi_{10R} - \phi_{10}^I)}{\partial n_A} \right) ds \\ &\quad - \int_{\partial A} h\phi_{10} \left(\frac{\partial(\phi_{10R} - \phi_{10}^I)}{\partial n_A} \right) ds \\ &\quad - \int_{\partial A} h\phi_{10} \left(\frac{\partial \phi_{10}^I}{\partial n_A} \right) ds \\ &\quad + \int_{\partial A} \phi_{10}^I \left(h \frac{\partial(\phi_{10R} - \phi_{10}^I)}{\partial n_A} \right) ds \\ &= \text{stationary} \quad (4.6) \end{aligned}$$

となり、(4.6)式を停留にする速度ポテンシャル ϕ_{10} と(4.1)式の未知係数 C_n, D_n を同時に求める問題となる。本論では、内部領域 A を有限要素法で取扱い、外部領域 R はスーパーエレメントと考え(4.1)式を用いて解析的に取扱う。

5. 水面変位の算定式

今, ε の2次のオーダーまで考慮すると, 速度ポテンシャルと水面変位は, (3.2) 式より,

$$\Phi_1 = \Phi_{10} + \Phi_{11}e^{-i\omega t} + * \dots (5.1)$$

$$\Phi_2 = \Phi_{20} + \Phi_{21}e^{-i\omega t} + \Phi_{22}e^{-2i\omega t} + * \dots (5.2)$$

$$\zeta_1 = \zeta_{10} + \zeta_{11}e^{-i\omega t} + * \dots (5.3)$$

$$\zeta_2 = \zeta_{20} + \zeta_{21}e^{-i\omega t} + \zeta_{22}e^{-2i\omega t} + * \dots (5.4)$$

の様に与えられる. 問題とする長周期の水面変位は,

$$\zeta_{29} = \zeta_{20}^I + \zeta_{20}^{II} \dots (5.5)$$

$$\zeta_{20}^I = -\frac{1}{g} \Phi_{10t1} \dots (5.6)$$

$$\zeta_{20}^{II} = -\frac{1}{g} \left[-\frac{\omega^4}{g^2} \Phi_{11} \Phi_{11}^* + \Phi_{11x} \Phi_{11x}^* + \Phi_{11y} \Phi_{11y}^* \right] \dots (5.7)$$

のように定義される.

さらに, 本論では, 1次と2次のオーダーをともに考慮した水面変位を, 下式のように定義する.

$$\zeta = \zeta_{11}e^{-i\omega t} + \zeta_{20} + * \dots (5.8)$$

6. 水槽実験

実験は, 日本大学理工学部海洋建築工学科, 海洋構造物試験水槽で行った. 実験模型は $0.7\text{m} \times 0.7\text{m} \times 0.4\text{m}$ (縦×横×高さ) の鉛直角柱模型を用いた. 実験条件は, 水深 $h=0.3\text{m}$, 入射波振幅 $a_0=0.015\text{m}$, 波群の周期 $T=0.6\text{s} \sim 1.0\text{s}$, 包絡波の周期 $T_0=3.6\text{s} \sim 8.0\text{s}$ の範囲で変化させ, 2成分波を造波した. 波高計は角柱周りに 45° ピッチで, $r/a=3.43$ (代表長さ $a=0.35\text{m}$) の位置に10箇所配置した.

計測されたデータは包絡波形1波分をサンプリング数2048点でA—D変換し, FFTにより各周波数成分に分離した. また, 消波ビーチ, 水槽側壁からの反射波が計測結果に好ましくない影響を与えることが予想されるため, パーソナルコンピュータを用いた同時解析システムにより, FFT解析の精度を確認しながら実験を行った.

7. 結果及び考察

初めに, 本論の数値計算法の精度を確認するために, 円柱周りの長周期波の wave run-up に関する本法による計算値と解析値(増田ら, 1988)の比較を図-3に示す. その結果, 両者は非常に良く一致しており, 本数値計算法が良好な精度を有していることが確認された.

図-4には角柱周辺の2次長周期波振幅に関する本法による計算値と実験値の比較を示す. 図-4から判るように入射側の $\theta=180^\circ$ の位置を除いて計算値と実験値は, 良好な相関を示している. この結果から, 水槽実験により2次長周期波の存在を確認できると同時に, 構造

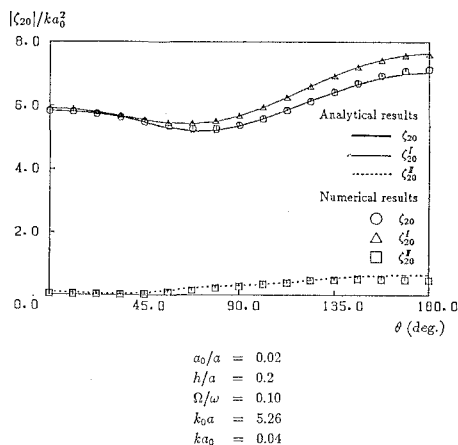


図-3 円柱に関する Wave run-up の解析解と数値解の比較

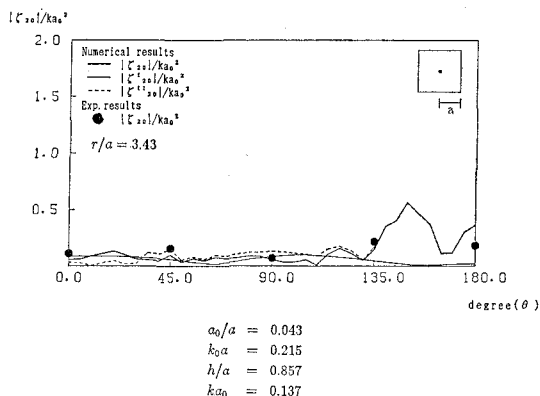


図-4 2次長周期波の振幅に関する計算値と実験値の比較

物等による2次長周期波の散乱現象も2成分波のような基本的な場合に関しては, 理論的に推定が可能であると思われる.

図-5に示すような円錐台形の基礎を有する円形人工島周辺の2次長周期波の分布性状を基礎をもたない円形人工島の場合と比較した結果を図-6に示す. 人工島前面では, 線形ポテンシャル Φ_{11} に依存する ζ_{20}^I が卓越するため両者とも変形が激しく, 背後では長周期ポテンシャルに依存する ζ_{20}^I が支配的になるため緩やかな変化となる. また, 基礎がある場合は水面の変化が相対的に激しく, 特に背後では基礎のない場合よりも長周期波の変位が大きくなる.

水深20mの海域に図-7に示すような港湾を有する人工島を想定し, 波高4m, 搬送波の周期 $T=12.0\text{s}$, 包絡波の周期 $T=40\text{s}$ の波群が人工島に入射した場合の2次長周期波の分布を図-8に示すような要素数1797,

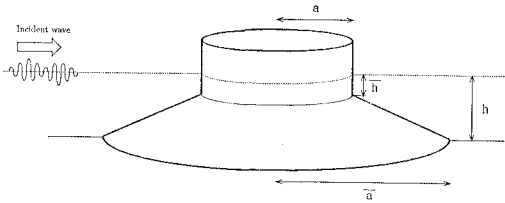


図-5 円錐台形の基礎をもつ円形人工島
($\bar{a}/a=1.60$, $\bar{h}/a=0.04$, $h/a=0.08$)

Number of nodal points 1017
Number of elements 1797

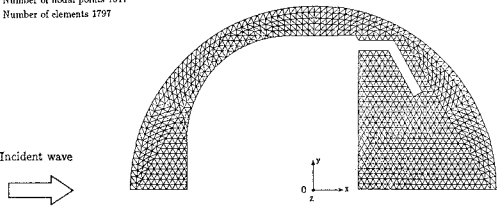


図-8 人工島周辺海域の有限要素分割

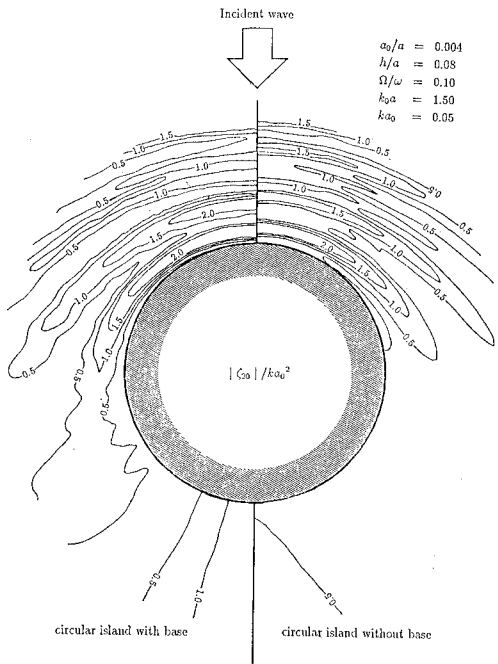


図-6 2次長周期波の分布の比較

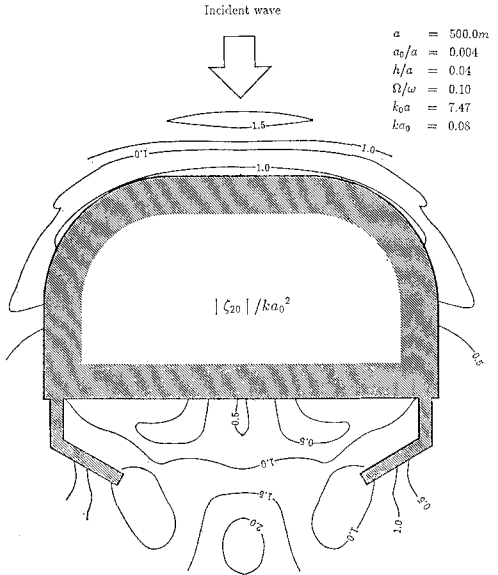


図-9 人工島周辺海域での2次長周期波の分布

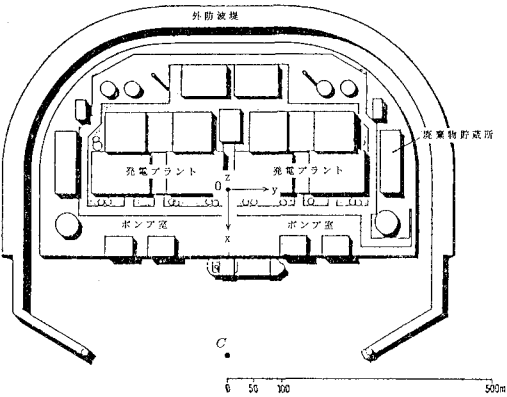


図-7 港湾を有する人工島

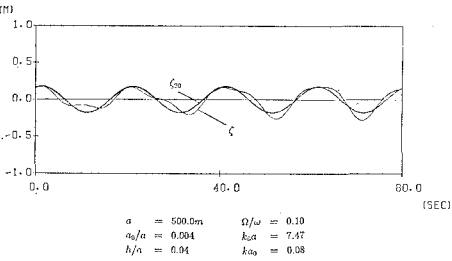


図-10 湾口中央での水面変動の時系列

節点数 1017 の有限要素分割モデルを用いて計算した。人工島周辺海域の2次長周期波の分布性状を図-9に、湾口中央点C(図-7参照)における水面変動の時系列を図-10に示す。なお、人工島の代表長さ a は、湾口の幅とし、 $a=500\text{m}$ である。線形波に対する回折パラメーターは $ka=20$ であり、線形波は、人工島前面でほとんど反射されてしまうため背後の港湾内では、 ζ_{20} の成分が支配的になると考えられる。また、図-10の結果が

ら判るように湾口中央での水面変動において2次長周期波 ζ_{20} が支配的である。すなわち、人工島背後の港湾においては、2次長周期波が原因となって湾水振動の共振現象や船舶、浮遊構造物の長周期動揺等を誘起する可能性が十分にあると考えられる。

8. 結 言

本論で得られた結果を要約すると以下のようになる。

- 1) 任意形状人工島周辺の2次長周期波の分布性状をハイブリッド有限要素法を用いて効率よく評価する手法を示した。
- 2) 実験結果との比較から、構造物、人工島等による2次長周期波の散乱現象は、2成分波を用いた単純な場合に限定すると、理論的な推定が可能であることが判った。
- 3) 港湾を有する人工島の計画・設計に際しては、2次長周期波の影響すなわち湾水振動の共振現象、浮体の長周期動揺等を十分に注意する必要がある。

謝辞: 本論文作成に当たり、日大理工大学院・根本昌典君に多大なるご助力を頂いた。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- Bowers, E. C. (1977): Harbour resonance due to set-down beneath wave groups, *J. Fluid Mech.*, Vol. 79, pp. 71-92.
- Agnon, Y., Mei, C. C. (1985): Slow-drift motion of a two-dimensional block in beam seas, *J. Fluid Mech.*, Vol. 151, pp. 279-294.
- Zhou, C., Liu, P. L.-F. (1987): Second-order low-frequency wave forces on a vertical circular cylinder, *J. Fluid Mech.*, Vol. 175, pp. 143-155.
- 増田光一, 永井孝志 (1988): 大型鉛直円柱による長周期波の非線形散乱波問題に関する基礎的研究, 造船学会論文集, 第164号, pp. 151-159.
- 喜岡 渉, 飯田耕三, 石田 昭 (1988): 非線形長周期波の湾水振動, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 242-246.
- Mei, C. C., Agnon, Y. (1989): Long-period oscillations in a harbour induced by incident short waves, *J. Fluid Mech.*, Vol. 208, pp. 595-608.
- Mei, C. C. (1983): *The applied dynamics of ocean surface waves*, Wiley Interscience.