

数値波動水槽を用いた潜堤による波の分裂現象の解析

大 山 巧*・灘 岡 和 夫**

1. はじめに

潜堤や砂州などの水深急変部における波の分裂現象は, Byrne(1969) の観測や多くの実験 (例えば Chandler et al., 1972) によりすでに確かめられており, 最近ではこの現象を積極的に利用した波浪制御の可能性について, 実験的な検討も行われている (小島ら, 1989). しかし現在, 数値計算により潜堤による波の変形を予測する際には, 波高減衰のようなエネルギー量的な評価しかなされておらず, このような波の質的な特性の変化については, ほとんど考慮されていない.

没水構造物による非線形波の変形に関する従来の代表的な解析法としては, 孤立波を対象とした KdV 方程式に基づく手法 (Seabra-Santos et al., 1987) およびストークス波の第 2 次解を対象とした摂動法 (Massel, 1983; 吉田ら, 1990) がある. しかしこれらの解析法では, 弱非線形の仮定とともに, 波動場全体 (水深の深い領域と浅い領域) を長波カストークス波のどちらかに限定せざるを得ないため, 適用範囲がかなり限られていた.

一方, 任意の非線形波が取り扱える波動解析法として, 境界要素法に基づく時間発展型の解析法がある. しかし, この手法に適用できる開境界処理法が存在しなかったため, 実際には孤立波のような開境界処理を必要としない波動のみが解析の対象となっていた (Cooke et al., 1990). 従って, 潜堤に波が連続して入射する, より現実的な場合を想定したときの波の分裂については, これまでほとんど理論的な検討がなされていなかった.

著者らは, 先に, 任意の非線形波が取り扱える開境界処理法とこれを応用した無反射造波方法を提案し, 境界要素法による非線形波動解析にこれらを組み込むことにより, 非線形不規則波を対象にした「数値波動水槽」を開発した (大山ら, 1991). この数値波動水槽では, 任意の波を連続して入射させつつ解析領域内で発生する反射・散乱波を領域外に透過・吸収させることができる. そこで本研究では, 数値波動水槽を用いて潜堤による非線形波の分裂とこれに伴う周期特性の変化について検討

する.

2. 数値波動水槽を用いた解析法

図-1 に示すように, 数値消波フィルター (大山ら, 1990) と造波ソースを組み込んだ数値波動水槽内に, 矩形断面の潜堤モデルを設定する. 図中, P_T は透過波の水面変動測定位置を表す. 水槽内の流体運動が速度ポテンシャル ϕ で表されるものと仮定すると, ϕ に関する基礎方程式と境界条件は, 以下のように表される (大山ら, 1991).

$$\nabla^2 \phi = U^*(z, t) \delta(x - x_s) \quad (\text{in } \Omega) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + g\eta + \mu\phi - \int_{x_1}^x \frac{\partial \mu}{\partial x} \phi|_{\text{on } S_F} dx = 0 \quad (\text{on } S_F) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = n_z (\partial \eta / \partial t) \quad (\text{on } S_F) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } S_B, S_V) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{gh_D}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu\phi + \int_{x_2}^{x_1} \frac{\partial \mu}{\partial x} \phi|_{\text{on } S_F} dx \right) \quad (\text{on } S_2) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{1}{\sqrt{gh_D}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu\phi - \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial \mu}{\partial x} \phi|_{\text{on } S_F} dx \right) \quad (\text{on } S_4) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし, Ω : スポンジ層を含む水槽内の全流体領域, U^* : 造波ソースでのわき出し強さ, x_s : 造波ソースの x 座標 (ここでは $x_s=0$), δ : ディラックのデルタ関数, η : 水面変動量, μ : 数値消波フィルターのスポンジ層内で与える減衰係数 (スポンジ層外では 0), n : 境界面での外向き法線, n_z : 外向き単位法線ベクトルの z 成分, h_D : 水槽内の水深, g : 重力加速度である.

グリーンの公式を用いて式 (1) のポアソン方程式に対応した境界積分方程式を立て, 自由表面での力学的条

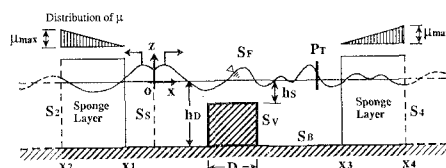


図-1 数値波動水槽を用いた解析

* 正会員 工博 清水建設(株)技術研究所環境技術研究部

** 正会員 工博 東京工業大学土木工学科助教授

件以外の境界条件式 (3)~(6) を代入すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \alpha^*(P)\phi(P) + \int_{S_F \cup S_2 \cup S_4 \cup S_V} \phi \frac{\partial G}{\partial n} ds \\ - \int_{S_F} n_z \frac{\partial \eta}{\partial t} G ds \\ + \frac{1}{\sqrt{gh_D}} \int_{S_2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \phi + \int_{x_2}^{x_1} \frac{\partial \mu}{\partial x} \phi|_{\text{on } S_F} dx \right) G ds \\ + \frac{1}{\sqrt{gh_D}} \int_{S_4} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \phi - \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial \mu}{\partial x} \phi|_{\text{on } S_F} dx \right) G ds \\ + \int_{S_F} U^* G ds = 0 \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} G(P, Q) &= \ln(1/r) + \ln(1/r') \\ r &= \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2} \\ r' &= \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (z_P + z_P + 2h_D)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 $P(x_P, z_P)$, $Q(x_Q, z_Q)$: 境界面上の点, $\alpha^*(P)$: 境界形状から決まる係数である。

また式 (2) については、重みつき 残差法を適用する。式 (2) の第 2 項に式 (3) を代入し、両辺に重み関数 ω をかけて S_F 上で積分すると、以下の積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} \int_{S_F} \omega \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ (n_z)^2 \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \right\} \right. \\ \left. + g\eta + \mu \phi - \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial \mu}{\partial x} \phi|_{\text{on } S_F} dx \right] ds = 0 \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ただし、 s は自由表面における接線方向を表す。

式 (7), (9) を線形要素を用いて空間的に離散化し、式 (9) については重み関数の任意性を考慮することにより、境界面上の節点における ϕ (on S_F , S_V , S_2 , S_4), $\partial \phi / \partial t$, η , $\partial \eta / \partial t$ (on S_F) を未知数とした連立方程式を得る。さらに、これらの変数を単位時間ステップ当りの ϕ と η の増分, $\Delta \phi$, $\Delta \eta$ で表せば、最終的に $\Delta \phi$ と $\Delta \eta$ に関する連立一次方程式が導かれる。静水状態 ($\phi = \eta = 0$) を初期条件にして、これらを各時間ステップで解くことにより、流体運動と水面変動の時間発展が求められる。

3. 規則波の変形に関する解析結果

(1) 解析条件の設定

堤体幅 D が異なる 2 種類の潜堤 ($D/h_D = 2.0, 4.0$) に、波高水深比 $H_0/h_D = 0.1$ の比較的非線形性の弱い規則波が入射する場合を想定して解析を行った。潜堤上の天端水深 h_s は $h_s = 0.3 h_D$ で一定とした。表-1 に計算条件を示す。表中、 σ : 入射波の角振動数, L_1 : 線形理論から得られる水深 h_D での波長, $\Delta x, \Delta t$: 節点間の x 方向距離および時間増分量であり、透過波の測定点 P_T は、潜堤中心から $L_U (\approx L_1)$ 離れた位置に設定した。数値消波フィルター内の減衰係数の最大値 $\mu_{\max}$ は、前報 (大山ら, 1991) の検討結果を踏まえて、 $\mu_{\max} \sqrt{h_D/g} = 0.25$ とした。造波ソースで与える U^* としては、ア-

表-1 潜堤による規則波の変形に関する計算条件

	$\sigma^2 h_D / g$	L_1 / h_D	L_U / h_D	$\Delta x / h_D$	$\Delta t \sqrt{g / h_D}$
CASE 1	0.2	13.57	14.0	0.7	0.439
CASE 2	0.4	9.28	10.0	0.5	0.310
CASE 3	0.6	7.30	7.0	0.35	0.254
CASE 4	0.8	6.09	6.0	0.3	0.220
CASE 5	1.0	5.24	5.0	0.25	0.196
CASE 6	1.2	4.60	4.5	0.225	0.179

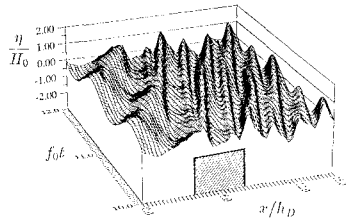


図-2 定常波動状態での時空間波形 ($D/h_D = 4.0$, $h_s/h_D = 0.3$, $H_0/h_D = 0.1$, $\sigma^2 h_D/g = 0.8$)

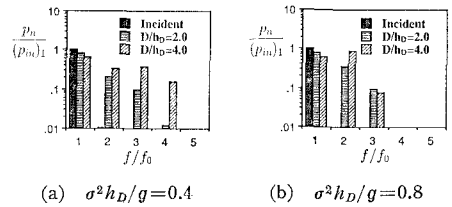


図-3 透過波の各周波数成分のパワースペクトル ($h_s/h_D = 0.3$, $H_0/h_D = 0.1$)

セル数 U_r が 25 以下の場合ストークス波の第 5 次近似解, 25 よりも大きい場合クノイド波の第 3 次近似解を用いた。

(2) 波の分裂に伴う高周波数成分波の発生

図-2 に、定常波動状態が得られてからの時空間波形の一例を示す。図中、 f_0 は入射波の基本周波数 ($= \sigma/2\pi$) である。潜堤の反射側では部分重複波が形成されているが、高周波数成分波の混在はほとんどなく、波の非線形性の影響は小さい。これに対して、潜堤上を通過する波は顕著な波峰分裂を起こし、高周波数成分波が新たに発生している。そして潜堤通過後の波は、複数の成分波を含んだ非保存波として伝播している。

図-3 に、点 P_T での波形をスペクトル解析した結果の代表的な例を示す。図の横軸は、透過波に含まれる各成分波の周波数 f を f_0 で除した無次元周波数であり、縦軸は各成分波のパワースペクトル p_n を入射波の基本周波数成分のパワースペクトル $(p_n)_1$ で除した無次元値である。入射波のスペクトルは、潜堤が存在しない状態での解析結果から求めたものであるが、非線形性の影響はほとんどない。これに対して、透過波に含まれる高

周波数成分のパワースペクトルは有意な大きさを持ち、その値はほとんどのケースで $D/h_D=4.0$ の場合の方が大きくなる。特に、図-3 (b) の $D/h_D=4.0$, $\sigma^2 h_D/g=0.8$ のケースでは、倍周波数のスペクトル値が基本周波数のスペクトル値を上回っており、さらに $D/h_D=2.0$ の場合に比べて2倍以上の値になっている。従って、潜堤による波の変形を考える際、従来はあまり重要視されていなかった堤体幅は、透過波の周期特性を支配する重要なパラメータであると言える。

(3) 波の反射と透過

波の反射率 K_R と透過率 K_T を計算し、その結果を井島ら (1971) の線形理論解と比較した。波の非線形性を考慮した本解析では、入射エネルギーに対する反射および透過エネルギーの比の平方根として K_R , K_T を定義し (大山, 1989), 潜堤の反射側と透過側に配置したエネルギー検査面で求められた一周期平均通過エネルギーからこれらを算定した。比較の結果、数値解析結果は線形理論解に比べて大きな差はないことが確認できた。このことから、波が顕著に分裂する場合でも、エネルギー的な意味での波の反射と透過の割合は、線形理論からほぼ予測できると考えられる。

これに対して、透過側の入射波高比に関する解析結果は、線形理論から求められる透過率とはかなり異なる。

図-4 は、 $D/h_D=2.0$, $\sigma^2 h_D/g=0.8$ の場合の入射波高比 H/H_0 ($H=\eta_{\max}-\eta_{\min}$) の空間分布を示したものであり、図中の点線は線形理論に基づく透過率を示している。本解析結果では、複数の波速成分を含む非保存波が形成されているため、透過側の波高が空間的に分布し、その値は線形理論解を大幅に上回っている。近年、新しい形式の海岸構造物が開発される中で、構造物の持つ波エネルギーの損失機能が注目されており、これに関連した模型実験が数多く行われている。その際、入射波高比という形で得られた反射率と透過率からエネルギー損失率 ($=1-K_R^2-K_T^2$) が計算される場合が多い。しかし、図-4 からわかるように、波の分裂に伴って透過波の周期特性が入射波と異なる場合には、入射波高比に基づいたエネルギー的な議論は、問題があると考えられる。

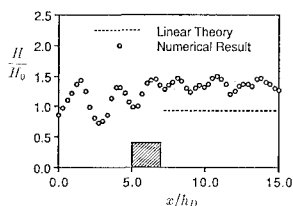
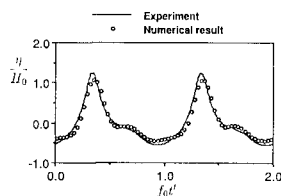


図-4 入射波高比の空間分布 ($D/h_D=2.0$, $\sigma^2 h_D/g=0.8$, $h_s/h_D=0.3$)

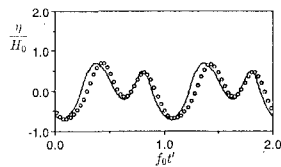
4. 模型実験による解析結果の検証

模型実験により潜堤上および反射側、透過側で水面波形を測定し、解析結果と比較した。実験は、幅 0.4 m, 長さ 17 m の水槽を用いて行った。 h_D と H_0 は、それぞれ 25 cm, 2.5 cm で一定とし ($H_0/h_D=0.1$), 幅 $D=100$ cm ($D/h_D=4.0$), 高さ 17.5 cm ($h_s/h_D=0.3$) の塩化ビニール製の模型を水槽のほぼ中央部に固定した。

定常波動状態になってからの、堤体中心上と堤体中心から 1.25 m 透過側の点での時間波形の比較の例を図-5 に示す。なお、反射側の点において水面変動量が 0 になる時間を実験波形と解析波形で一致させることにより、堤体上と透過側の点での波形の位相を整合させている。堤体中心上での実験波形では、波峰付近が非常に急峻になっており、水深が浅くなることによる波の非線形効果が認められる。この場合、大きな波峰の背後に小さな波峰が存在しているが、波の分裂現象としてはあまり顕著ではない。一方、透過側の波形ではふたつの波峰が同程度の高さになり、堤体中心上の波形に比べて波の分裂現象が明確に現れている。解析波形は、これらの実験波形と極めて良い一致を示しており、本解析により十分に妥当な結果が得られることが確かめられた。



(a) 堤体中心上



(b) 透過側

図-5 水面波形に関する実験結果との比較 ($\sigma^2 h_D/g=0.97$, $h_s/h_D=0.3$, $H_0/h_D=0.1$, $D/h_D=4.0$)

5. 波の分裂のメカニズム

潜堤上を通過する際の波の分裂現象は、一定水深上での孤立波のソリトン分裂とは異なり、局所的かつ急激に起こる。そこでここでは、ソリトン分裂の計算として従来よく行われてきた、ステップ状に水深が浅くなった地形上での波の変形と、潜堤による波の変形を比較することにより、波の分裂のメカニズムについて検討する。

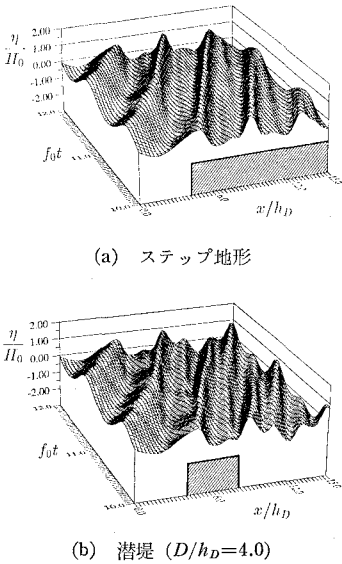


図-6 時空間波形に関する比較 ($\sigma^2 h_D/g=0.8$, $h_S/h_D=0.4$, $H_0/h_D=0.1$)

図-6 は、ステップ地形上および潜堤近傍での時空間波形を示したものである。ただし、 $\sigma^2 h_D/g=0.8$, $H_0/h_D=0.1$, $h_S/h_D=0.4$ であり、潜堤の幅は $D/h_D=4.0$ とした。図-6(a) に示されるように、ステップ地形上では波の峰が先鋭的になり非線形波としての特徴が強く現れている。この場合、大きな波峰の間に小さな波峰が現れており、波速のずれによりこれらの波峰は徐々に離れ、やがて小さな波は後に続く大きな波と干渉する。このような性質は、基本的には Madsen ら (1969) が示した孤立波のソリトン分裂と同様である。これに対して、潜堤の場合には透過波の波形が複雑になり、波の分裂が相対的に顕著に現れているのがわかる。

図-7 は、自由表面上の節点での時間波形をスペクトル解析した結果を示したものである。図中、縦軸は各成分のパワースペクトルを入射波の基本周波数のパワースペクトルで除した無次元値である。ステップ地形と潜堤の反射側、および潜堤上で基本周波数のスペクトル値が空間的に変動しているのは、これらの領域で部分重複波が形成されているためである。高周波数のパワースペクトル値は、いずれの場合も、波が水深の浅い領域に進出した所から徐々に大きくなるが、その最大値の差は小さい。ただし、倍周波数のパワースペクトル値に着目してみると、潜堤の場合には潜堤を通過した後、ほぼ一定に推移するのに対して、ステップ地形上では緩やかに変化しているのがわかる。このようなステップ上での倍周波数スペクトルの空間的变化は、拘束波と自由波の位相干渉によるものであり、物理的には基本周波数成分と倍周

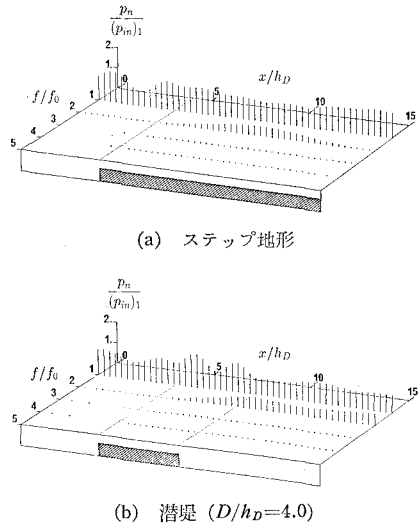
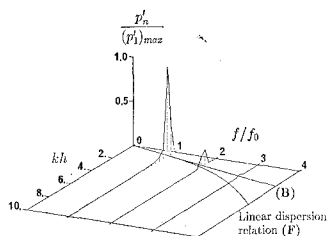


図-7 パワースペクトルの空間分布に関する比較 ($\sigma^2 h_D/g=0.8$, $h_S/h_D=0.4$, $H_0/h_D=0.1$)

波数成分とのエネルギーのやりとりを意味する (Mei, 1989)。

しかし図-7 では、各周波数成分がどのような波数(波速)特性を有しているのかわからないため、図-6 に示される波の分裂現象の違いを直接説明することはできない。そこで、ステップ上および潜堤の透過側の時空間波形のデータから周波数-波数スペクトルを計算した。結果を図-8 に示す。図中の縦軸は、得られたパワースペクトル p'_n を基本周波数成分のパワースペクトルの最大値 $(p'_1)_{\max}$ で除した無次元値であり、また k は波数、 h は水深 (ステップ地形上では $h=0.4 h_D$, 潜堤では $h=h_D$) である。 f/f_0-kh 平面上に示される曲線 (F) は、線形理論から得られる分散関係式 ($k \tanh kh = 4 \pi^2 f^2/g$) であり、この曲線上の成分が自由波に対応する。また同じ平面上の直線 (B) は、原点と基本周波数成分のスペクトルがピークになる点を結んだものであり、この直線上の成分波(拘束波)は同じ波速を持つ。図-8 に示されるように、潜堤の透過側では水深が相対的に深くなるため、倍周波数の自由波と拘束波の波数、すなわち波速の差は、ステップ地形上よりも大きくなる。図-9 に、図-8 に示した倍周波数成分の波数スペクトルを比較した結果を示す。この図から、ステップ地形上の倍周波数成分波は拘束波としての性質を強く持つのに対して、潜堤の場合には、拘束波よりも波数が大きい(波速が小さい)自由波としての性質が強いのがわかる。

以上の解析結果をまとめると、次のようになる。すなわち、波が水深の浅い地形上に乗り上げると、非線形性に対応して高周波数成分波が発生するが、拘束波としての性質が強く、また自由波と拘束波の波速の差が小さい



(a) ステップ地形

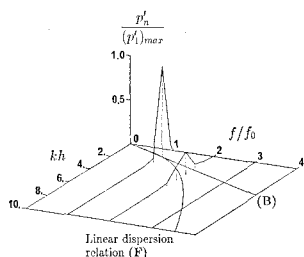
(b) 潜堤 ($D/h_D=4.0$)

図-8 周波数-波数スペクトルに関する比較 ($\sigma^2 h_D/g=0.8$, $h_S/h_D=0.4$, $H_0/h_D=0.1$)

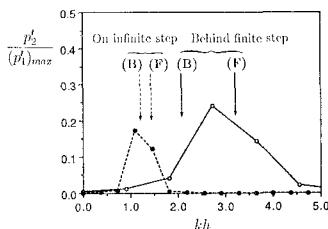


図-9 倍周波数成分の波数スペクトルに関する比較 ($\sigma^2 h_D/g=0.8$, $h_S/h_D=0.4$, $H_0/h_D=0.1$)

ため波峰分裂がそれほど顕著に現れない。しかし、再び水深が深い所に入ると、非線形性が弱くなるため自由波成分にエネルギー移行が起こり、波速の異なった成分波を含んだ非保存波が形成される。

6. おわりに

先に開発した数値波動水槽を用いて、潜堤による規則波の分裂現象とそれに伴う周期特性の変化を理論的に検討した。解析結果の妥当性を模型実験により確かめるとともに、以下の結論を得た。

- 1) 潜堤上で新たに発生した高周波数成分波は、潜堤背後の領域に入ると自由波としての性質を強く持

つため、ステップ地形上での波の変形に比べて波峰分裂が顕著に現れる。

- 2) 透過波は複数の波速成分を含む非保存波として伝播し、入射波高比は線形理論から得られる結果を大幅に上回る。
- 3) 潜堤の堤体幅は、透過波に含まれる高周波数成分のスペクトルに大きな影響を及ぼす。

なお現在、多成分不規則波が潜堤に入射する際のスペクトル特性の変化について解析を進めており、入射成分波の位相特性により透過波のスペクトルが変化することなどを確かめている。

参考文献

- 井島武士・佐々木富雄(1971): 潜堤の効果に関する理論的研究—1. 不透過潜堤—, 第18回海岸工学講演会論文集, pp. 141-147.
- 大山 巧(1989): 円柱列に作用する孤立波, クノイド波の波力と反射率・透過率の解析, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 489-493.
- 大山 巧・灘岡和夫(1990): 数値波動水槽における開境界処理のための数値消波フィルターの開発, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 16-20.
- 大山 巧・灘岡和夫(1991): 非線形不規則波動場を対象とした数値波動水槽の開発, 土木学会論文集, 第429号, pp. 77-86.
- 小島治幸・井島武士(1989): 没水水平版による波の分裂と波浪制御に関する研究, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 529-533.
- 吉田明徳・小島治幸・鶴本良博(1990): ポテンシャル接続法(選点解法)による有限振幅波の境界値問題解析法, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 519-523.
- Byrne, R. J. (1969): Field occurrences of induced multiple gravity waves, J. Geoph. Res., Vol. 74, No. 10, pp. 2590-2596.
- Chandler, P. L. and Sorensen, R. M. (1972): Transformation of waves passing a submerged bar, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, Vol. 1, Chapt. 19.
- Cooker, M. J., Peregrine, D. H. and Dold, J. W. (1990): The interaction between a solitary wave and a submerged semicircular cylinder, J. Fluid Mech., Vol. 215, pp. 1-22.
- Madsen, O. S. and Mei, C. C. (1969): The transformation of a solitary wave over an uneven bottom, J. Fluid Mech., Vol. 39, pp. 781-791.
- Massel, S. R. (1983): Harmonic generation by waves propagating over a submerged step, Coastal Eng., Vol. 7, pp. 357-380.
- Mei, C. C. (1989): The applied dynamics of ocean surface waves, World Scientific Publishing, pp. 578-593.
- Seabra-Santos, F. J., Renouard, D. P. and Temperville, A. M. (1987): Numerical and experimental study of the transformation of a solitary wave over a shelf or isolated obstacle, J. Fluid Mech., Vol. 176, pp. 117-134.