

波・流れ共存場における流速分布に関する研究

スプラテッド・セリー*・田中 仁**・首藤伸夫***

1. はじめに

波・流れ共存場における流速分布、剪断応力を予測することは工学的に重要な事柄である。従来、流れ場が既知である時の波の変形について、完全流体理論を用いて様々な研究がなされてきた（例えば、Dalrymple, 1974; Teles da Silva・Peregrine, 1988; Kishida・Sobey, 1988）。しかし、実際には波の重畳により定常流成分の流速場も変化し、例えば見かけの粗度が大きく変化することなど興味深い現象が観察されている。これらの点に関して、現在までに van Doorn (1981), Kemp・Simons (1982, 1983), 浅野ら (1986) により主に実験的な研究がなされているが、十分に現象が解明されたとは言えない。波・流れ共存場においては流れの効果により、漂砂の移動方向が変わる場合すらあり、共存場における定常流成分の特性を定量的に把握することはきわめて重要である。

本研究では開水路においてレーザー・ドップラー流速計により波・流れ共存場での流速測定を行い、定常流成分の特性を検討した。また、定常成分・波動成分の流速についてその予測手法を新たに提案し、実験結果との比較をもとに同手法の妥当性を検討した。

2. 実験方法

実験は全長 14.5 m, 幅 30 cm, 深さ 55 cm の二次元造波水路において行った。その概要を図-1 に示す。図は順流時の装置を示したものであり、逆流時には造波機を移動させて実験を行った。水路床は水平であり、底面には三角粗度（高さ 4 mm, 間隔 4 cm）を水路横断方向に張り、粗面とした。流速計測は 2 成分レーザー・ドップラー流速計を用い、100 Hz でサンプリングし、処理を行った。

実験は順流および逆流のもとで 1 ケースずつ行った。実験条件を表-1 に示す。測定された特性量を $f(x, z, t)$ (x : 水平座標, z : 底面を原点とする鉛直座標, t : 時

刻) とすれば、 f は次の 3 成分からなる。

$$f(x, z, t) = \bar{f}(x, z) + \bar{f}'(x, z, t) + f''(x, z, t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、式(1) 右辺は第 1 項から順に、平均流成分、波動成分、および乱れ成分である。本研究では各位相毎のアンサンブル平均からのずれをもって乱れ成分と定義した。アンサンブル平均を求めるためのサンプリング波数は 50 波とした。

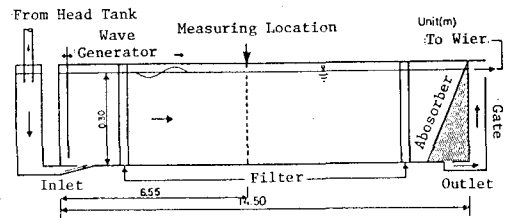


図-1 実験水路

表-1 実験条件

Flow description	D (cm)	H (cm)	T (sec)	U_c (cm/s)	Z_0 (mm)
Following flow	30	9.4	1.3	11.9	0.544
Opposing flow	30	9.8	1.3	14.7	0.614

3. 流れ関数モデル

3.1 流れ関数

著者の一人は既に非線形波動と定常流が共存する場における流速・剪断応力の算定手法を提案している (田中, 1987)。同手法は非回転流れに対して提案された Dean (1965) の流れ関数を回転流れ場に拡張したものである。ただし、計算に際しては表面波形の実測値を必要とする点、および定常流速の分布は対数則に従うとするため、波の重量に伴う速度分布の変化を十分に表現するものではない点とに問題があった。そこで、本研究ではこれらの点について改良を試みた。

以下では波速で動く移動座標系で運動を記述する。ただし、水平座標 x の原点は波の峰に位置するものとす

* 学生員 M. Eng. 東北大学大学院 後期博士課程

** 正会員 工博 東北大学工学部助教授 土木工学科

*** 正会員 工博 東北大学工学部教授 災害制御研究センター

る。流れ関数 $\phi(x, z)$ を導入すれば、底面での境界条件および水表面での境界条件は次式で表される。

$$\phi(x, z) = 0, \quad z = z_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad z = z_0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\phi(x, z) = Q, \quad z = D + \eta \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + gz = R, \quad z = D + \eta(x) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 z_0 : 粗度長さ、 D : 水深、 η : 静水面より上向きに測った水面の高さ、 g : 重力加速度、 Q, R : 定数である。また、波動の周期性、波高の定義、静水面の定義より次式を得る。

$$\phi(x + L, z) = \phi(x, z) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\eta(0) - \eta(L/2) = H \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\int_0^{L/2} \eta dx = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 H : 波高、 L : 波長である。

ここで、共存場での流れ関数を次式で表現する。

$$\phi = \phi_0 + \phi_{WIR} + \phi_{WR} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 ϕ_0 , ϕ_{WIR} , ϕ_{WR} はそれぞれ定常成分、波動成分の非回転成分、および波動成分の回転成分に対応する。

まず、定常流速成分 u_0 については、実験結果をもとに次式のような log-linear 則を仮定する。

$$u_0 = \frac{u_{*c}^* |u_{*c}^*|}{\kappa u_{*c}^*} \ln \frac{z}{z_0} \pm \Delta u_{ca} \frac{z - z_0}{D - z_0} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 u_{*c}^* , u_{*c} : それぞれ定常流の摩擦速度（順流時を正）、共存場の摩擦速度の最大値、 κ : カルマン定数（ ≈ 0.4 ）、複号は順流（+）および逆流（-）とする。

また、 Δu_{ca} は水表面での欠損速度を表わし、その算法については次節に示す。式(10) 右辺第一項を得るためには、底面から水表面まで直線的に変化し、かつ時間的に変化しない渦動粘性係数が用いられる。既報(田中・首藤, 1980; 田中, 1987) では、この項のみで定常流成分を表現したが、波の重量による速度分布の変化を十分に表現できない。そこで、右辺第2項を付加した。式(10) を積分すれば定常成分の流れ関数 ϕ_0 が得られる。

つぎに、波動成分の回転成分についても、先と同一の渦動粘性係数を用いることにより解が得られる。流れ関数を有限フーリエ級数により表現すれば、非回転成分および回転成分について次式が得られる。

$$\begin{aligned} \phi_{WIR} = & -\frac{\omega}{k} (z - z_0) \\ & + \sum_{j=1}^n \frac{B_j \sinh \{jk(z - z_0)\} \cos(jkx)}{\cosh(jkD)} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\phi_{WR} = \frac{K_0 k}{\omega} \sum_{j=1}^n \frac{B_j}{R_{j0} \cosh(jkD)} F_j \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 B_j : 未知定数、 k : 波数、 ω : 角周波数であり、

また、 $K_0 = \kappa u_{*c}^*$, $R_{j0} = 2(Ker^2 \xi_{j0} + Kei^2 \xi_{j0})$, $\xi_{j0} = 2(j\omega z_0 / K_0)^{1/2}$, $\xi_j = 2(j\omega z / K_0)^{1/2}$, $F_j = \xi_j (Ker' \xi_j Ker \xi_{j0} - Kei' \xi_j Ker \xi_{j0}) \cos(jkx) - \xi_j (Ker' \xi_j Ker \xi_{j0} + Kei' \xi_j Ker \xi_{j0}) \sin(jkx) + \xi_{j0} (Kei' \xi_{j0} Ker \xi_{j0} - Ker' \xi_{j0} Kei \xi_{j0}) \cos(jkx) + \xi_{j0} (Kei' \xi_{j0} Kei \xi_{j0} + Ker' \xi_{j0} Ker \xi_{j0}) \sin(jkx)$ である。ここに、 Kei , Ker はケルビン関数であり、ダッシュは ξ に関する微分を表わす。式(11), (12) で $n=1$ とすれば、Grant and Madsen (1979) により得られた線形波の解に一致している。

3.2 計算法

式(11), (12) および式(10) を積分した流れ関数は境界条件式(2), (3), (6) を自動的に満足している。ここで、半波長を n 分割し、 $x_i = j\pi / (kn)$ ($j=0 \sim n$) での水位を η_j とすれば、未知数は u_{*c}^* , k , Q , R , η_j ($j=0 \sim n$), B_j ($j=1 \sim n$) である。まず、 u_{*c}^* については次式を満足するまでに繰り返し計算を行えばよい。

$$\tau_{wc} = \rho u_{*c}^{2*} = \rho K_0 z_0 \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right|_{z=z_0} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 τ_{wc} : 底面剪断応力の最大値、 ρ : 流体の密度である。他の未知数は式(4), (5), (7), (8) を満足する様に定められる。これらは $(2n+4)$ 本の非線形連立代数方程式を形成するので、これを Newton-Raphson 法により解くことにより、 $(2n+4)$ 個の未知数の解を得る。

今回の計算では式(11), (12) 中の n を 8 とした。試算により、 $n > 8$ とした場合でも計算結果にほとんど差

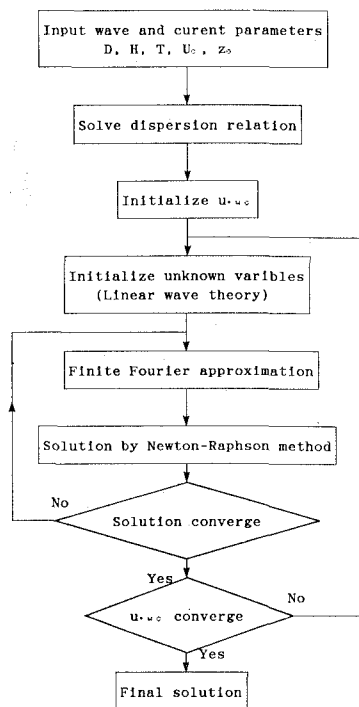


図-2 流れ関数の計算のフロー・チャート

が無いことが確認されたためである。

非線形連立方程式を解く際には、解の初期値として適当な値を与える必要がある。ここでは線形波の諸元を用いた。

計算のフロー・チャートを図-2 に示す。

4. 結 果

4.1 平均流の分布

実験で得られた平均流の分布を図-3 に示す。(a) は順流、(b) は逆流に対するものである。白丸は流れのみの場合であり、黒丸が共存場での平均流の分布である。波の重量により、表層付近で波の進行方向と逆向きに減速される点が共通している。このような傾向は他の研究者によっても報告されているが、その定量的評価はほとんどなされていない。

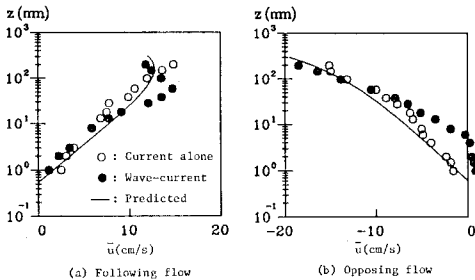


図-3 平均流の分布

今回および既往の実験結果をもとに、式 (10) に含まれる未知関数 Δu_{oa} 、すなわち水表面での流速低減量の関数形を定めた。実験結果を整理し、図-4 を得た。実験データは、van Doorn (1981), Kemp・Simons (1982, 1983) および本研究によるものである。きわめて良好な線形関係が認められる。これより、次式を得る。

$$\frac{\Delta u_{oa}}{|U_c|} = -0.234 \frac{U_0}{U_c} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 U_c : 定常流の断面平均流速、 U_0 : 微小振幅波理論により得られる底面での波動流速の振幅である。式 (10) および式 (14) により得られる平均流の分布の算定結果を図-3 に実線で示した。表層付近での流速の低減の様子が比較的良好に表現されていることがわかる。ただし、逆流については底面近傍で差異が大きい。これは、本モデルでは波動による質量輸送速度を考慮していないためと考えられる。

4.2 流れ関数による計算結果

第3節で提案した方法を用いることにより、波の表面波形や流速の波動成分・定常流成分の分布が得られる。まず、表面波形の比較を図-5 に示す。順流・逆流共に

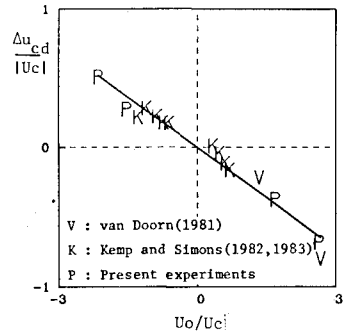


図-4 欠損速度 Δu_{oa}

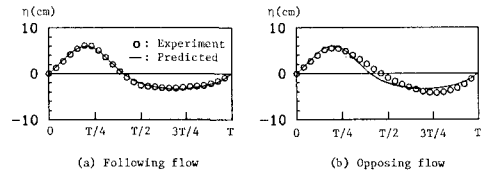


図-5 表面波形の計算結果

良好な計算結果が得られている。逆流時の実測波形には幾分歪みがあり、対称波形を仮定する本モデルでは十分に表現し切れていない部分もある。しかし、計算に際して波形全体に関する情報を必要とせず、波高のみを用いて計算を行っていることを考えれば、予測値の精度は十分であると言える。

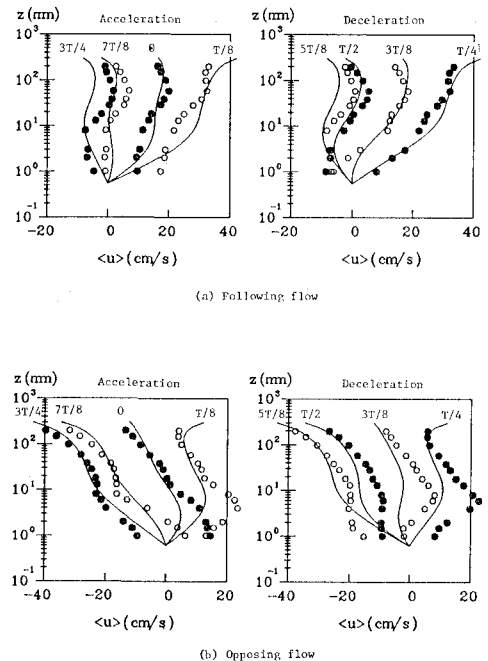


図-6 共存場での流速分布

流速分布の計算結果を図-6に示す。(a)は順流,(b)は逆流に対するものである。理論値は比較的良好な値となっているが、山($t=T/4$)・谷($t=T/4$)位相でovershootingが見られる $5 \leq z \leq 10$ mmで差異が顕著である。これは、理論では渦動粘性係数が底面から直線分布するとしており、上記の高さで粘性を過大評価するためと考えられる(津旨・スバラティッド・田中, 1991)。

図-7は、①本研究の手法(実線)、および他のより簡便な手法、すなわち②波動成分を本研究のモデルの非回転成分で与え、定常流速を三角形分布とした場合(鎖線)、③同じく対数則とした場合(二点鎖線)、および④Fenton (1985)による一様流を伴うストークス波の5次近似解(一点鎖線)を比較したものである。逆流・順流についてそれぞれ最大流速位相での速度分布を図示した。②④では一様流の分布が現実のものから大きく外れるため、実測値(黒丸)との差異が大きい。①③は比較的近い値となり、実験値との対応も比較的良好であるが、本研究のモデルでは平均流の分布を式(10)で与えているため、①と③の間に差が見られる。

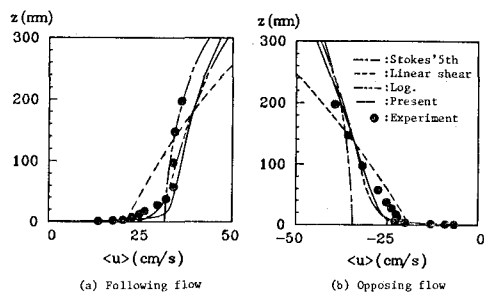


図-7 共存場での最大流速の分布

4.3 運動量輸送特性

図-2に見られるように、平均流に対する波動の影響は順・逆流で大きく異なる。また、対数則からのずれは底面のみならず水表面近くにおいても顕著である。このことから、共存下での平均流の分布特性に影響を及ぼしているのは、乱れによる運動量輸送 $-\overline{u'w'}$ のみでなく、波動自体のそれ $-\overline{uw}$ 、さらに両者の相互干渉項 $-\overline{uw'}$ 、 $-\overline{w'w}$ も無視できないものと考えられる。そこで、これらの分布を図-8から図-10に示した。それぞれの図で、(a)、(b)は順流および逆流の実験結果を示したものである。これより、 $-\overline{uw}$ がもっとも大きく、次に $-\overline{u'w'}$ であり、他の2つは相対的に無視できる程度であることがわかる。非回転波動下において、 $-\overline{uw}$ はゼロとなるが、実験結果によれば底面近傍に限らず水表面近くでも有為な値を持つ事がわかる。ただし、順流では

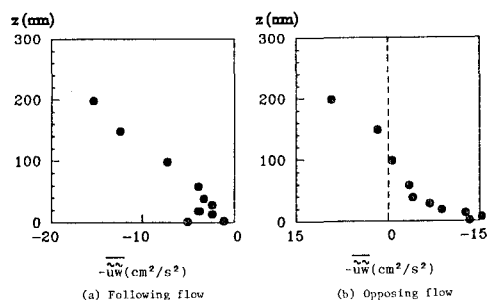


図-8 $-\overline{uw}$ の分布

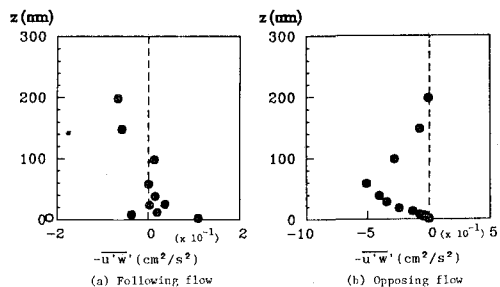


図-9 $-\overline{u'w'}$ の分布

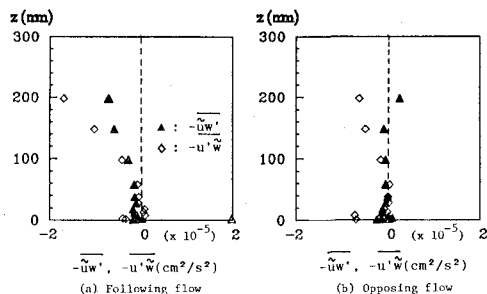


図-10 $-\overline{u'w}$, $\overline{u'w'}$ の分布

水深全体にわたって負値であるのに対して、逆流では $z=100$ mm付近で符号が逆転している。

図-11は波動運動に伴う応力 uw によるエネルギー生産 $P_1 = -\overline{uw} \partial \bar{u} / \partial z$ (黒丸)、および乱れの応力 $u'w'$ による生産 $P_2 = -\overline{u'w'} \partial \bar{u} / \partial z$ (白四角)を求めた結果である。これより、乱れ応力による生産項はほぼ全水深にわたり正であり、平均流から乱れへのエネルギーの授受が認められる。これに対して、 P_1 の分布を見ると、底面近傍では波動運動から平均流へのエネルギーの移動がみられ、水表面近くでは逆に平均流から波動運動へエネルギーを戻す機構が存在している。先に示した図-8では流れの順・逆により分布形が異なっていたが、 P_1 については流向によらず、ほぼ一致した分布形を有してい

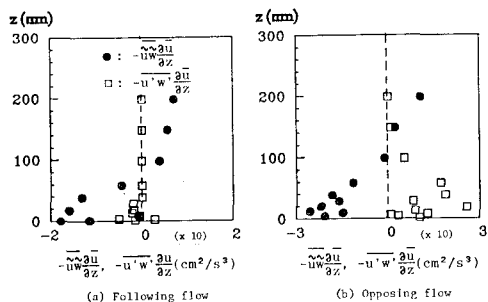


図-11 エネルギー生産

ることがわかる。

5. まとめ

本研究で得られた成果をまとめると以下のようである。

(1) 波・流れ共存場における流速分布・剪断力を算定する手法を提案した。著者の一人により既に提案された手法との相違点は、定常流成分の対数分布からのずれを表現できる点、流れ関数の決定に際し、表面波形に関する情報を必要とせず、波高のみで十分な点である。

(2) 上記の流れ関数に含まれる水表面での定常流の欠損速度表示式として、実験結果をもとに式(14)を得た。

(3) 今回提案された手法により、平均流の分布を比較的良好に表現することが出来た。また、共存場の流速特性についても良好な予測値を得た。

(4) 流速測定結果をもとに、平均流・波動・乱れの間でのエネルギーの授受を定量的に評価した。その結果、波動運動と平均流との間で顕著なエネルギー輸送が確認され、その水深方向の分布形は順流・逆流によらずほぼ一致した形であった。平均流と乱れの間でのエネルギーの授受はこれに比べると小さいものであった。

謝辞：本研究の実験を行うに際し、東北大学山路弘人技官および当時卒研生津旨大輔君の助力を得た。ここに、記して謝意を表する。また、本論文に当たり小川記念基金の補助を受けたことを付記する。

参考文献

- 浅野敏之・中川政博・岩垣雄一(1986)：波の重量による流れの特性の変化に関する研究，第33回海岸工学講演会論文集，p. 56-60.
- 田中 仁・首藤伸夫(1980)：波・流れ共存時の底面摩擦に関する実験，第27回海岸工学講演会論文集，pp. 163-167.
- 田中 仁(1987)：任意波形を有する波動下での水粒子速度と底面せん断応力の算定手法に関する研究，土木学会論文集，第381号/II-7，pp. 181-187.
- 津旨大輔・スバラティッド・セリー・田中 仁(1991)：波・流れ共存場における底面近傍の流速に関する実験，第46回年次学術講演会講演概要集，第2部。
- Dalrymple, R. A. (1974)：Finite-amplitude wave on a linear shear current, *J. Geophys. Res.*, Vol. 79, pp. 4498-4504.
- Dean, R. G. (1965)：Stream function representation of non-linear waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 70, pp. 4561-4572.
- Fenton, J. D. (1985)：A fifth-order Stokes theory for steady waves, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, Vol. 111(2), pp. 216-234.
- Grant, W. D. and Madsen, O. S. (1979)：Combined wave and current interaction with a rough bottom, *J. Geophys. Res.*, Vol. 8(C4), pp. 1797-1808.
- Kemp, P. H. and Simons, R. R. (1982)：The interaction between waves and a turbulent current: wave propagating with the current, *J. Fluid Mech.*, Vol. 116, pp. 227-250.
- Kemp, P. H. and Simons, R. R. (1983)：The interaction of waves and a turbulent current: wave propagating against the current, *J. Fluid Mech.*, Vol. 130, pp. 73-89.
- Kishida, N. and Sobey, R. J. (1988)：Stokes theory for waves on linear shear current, *J. Eng. Mech.*, Vol. 114, pp. 1317-1334.
- Teles da Silva, A. F. and Peregrine, D. H. (1988)：Steep, steady surface waves on water of finite depth with constant vorticity, *J. Fluid Mech.*, Vol. 195, pp. 281-302.
- Van Doorn, Th. (1981)：Experimental investigation of near-bottom velocities in waves without and with a current, *Delft Hydraulic Lab., Rep. No. M1423, Part 1.*