

砂漣形成過程における底面境界層の解析

滝川 清*・米村浩介**・前田孝久***

1. はじめに

海底面近傍でのエネルギー逸散や底質の移動機構を解明するため、底面乱流境界層の特性に関して従来より様々な理論的、実験的研究が行われ、多くの有用な知見が得られている。従来、乱流境界層に関して、振動流場あるいは特定形状の固定砂漣などを対象とした研究が多いが、海浜変形の顕著な浅海域では境界層の外力となる波そのものの有限振幅性（例えば、浅野ら、1989）や、波動場における砂漣上の境界層（辻本ら、1989）等、より実際的な海底形状や波浪条件下での乱流境界層特性を明らかにする必要がある。上述の立場から、筆者らは研究を行っているが（滝川ら、1985, 1989）、本研究では、砂漣の形成過程における乱流境界層の特性を調べることを目的として、実験で実測した砂漣形成途中と形成後の安定した形状の砂漣上での乱流境界層を対象に数値シミュレーションを行い、若干の検討を加えたものである。

2. 任意海底面上の乱流境界層の有限要素法解析

(1) 基礎式

底面上に原点をおき、水平右方向に x 軸、鉛直上方に y 軸の 2 次元領域における任意形状の海底面上での乱流境界層を考える。流体運動は、連続式及び、乱流に対する運動方程式を対象にするが、Reynolds 方程式から圧力項を消去すると、乱流の運動方程式は平均流 u, v を用いて次式で表される。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ & + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \nu_T^2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ & + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left\{ 2\nu_t \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right\} \\ & + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここに、 ν は動粘性係数、 ν_T は渦動粘性係数である。

乱流場における Reynolds 応力の評価には $k-\varepsilon$ モデルに代表される 2 方程式モデル（佐藤ら、1985；山下ら、1988）や、更に LES モデルなど高次方程式モデルがあるが、これらのモデルを用いるにしても乱流場の異なるたび経験的な定数を与える必要があり、また任意の境界形状の場では解くべき未知量が多くなる。ここでは計算の簡単のため、ゼロ方程式モデル、すなわち Prandtl の混合距離理論で取り扱えるものとして次式で評価する。

$$\nu_t = (ky^*)^2 \left| \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{1/2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 k はカルマン定数、 y^* は海底面からの距離である。上式中の u, v は局所流速で未知であるが、後述するように解析の時間ステップごとに求められる第 n 近似解を用いて計算する。式 (1) では、 ν_T の空間微分を含むが、今更に考える微小要素内でこれを一定とし、流れ関数 ϕ 及び渦度 ω を用いると、連続式及び式 (1) の運動方程式は次式で表される。

$$\nabla^2 \phi = -\omega \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = (\nu + \nu_t) \nabla^2 \omega \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $u = \partial \phi / \partial y$ 、 $-v = \partial \phi / \partial x$ 、 $\omega = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y$ である。上式では ν_t の空間微分は無視されるが、以下の有限要素法の各要素ごとに式 (2) で計算されるため、その時間及び空間的変動の効果は、間接的ではあるが計算に考慮される事になる。

(2) 有限要素法による定式化

Galerkin 法による定式化を以下のように行う。今、重み関数 ϕ_* 、 ω_* とし、解析領域を Ω 、境界面を Γ として式 (3)、式 (4) に対する残差方程式を導くと次式を得る。

$$\int \nabla \phi_* \nabla \phi \, d\Omega - \int \phi_* \omega \, d\Omega - \int \phi_* \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} & \int \omega_* \frac{\partial \omega}{\partial t} d\Omega + \int \omega_* \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) d\Omega \\ & + \int (\nu + \nu_t) \nabla \omega_* \nabla \omega \, d\Omega - \int (\nu + \nu_t) \omega_* \frac{\partial \omega}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

解析領域を三角形要素群に分割し、節点値に対する線形補間関数 ϕ を用いて

* 正会員 工博 熊本大学助教授 土木環境工学科
** 正会員 工修 熊本市役所 建設局土木部
*** 学生会員 熊本大学大学院 土木工学専攻

$$\phi = \phi^T \phi, \omega = \phi^T \omega, \phi_* = \phi^T \phi_*, \omega_* = \phi^T \omega_* \dots (7)$$

とすると式(5), (6)は離散化され, 節点値の数に等しい次の連立方程式が得られる.

$$\sum_{\theta} D\phi - \sum_{\theta} M\omega - \sum_{\Gamma} S\phi_{,n} = 0 \dots (8)$$

$$\sum_{\theta} M\dot{\omega} + \sum_{\theta} A\omega + \sum_{\theta} (\nu + \nu_t) D\omega - \sum_{\Gamma} (\nu + \nu_t) S\omega_{,n} = 0 \dots (9)$$

ここに, $\phi_{,n} = \partial\phi/\partial n$, $\omega_{,n} = \partial\omega/\partial n$ である. 上式中の係数マトリックスについては, 文献(滝川ら, 1989)を参照されたい.

解析は式(8), (9)を連立して解くが, 式(9)中の A は, 未知の ϕ を含む非線形項である. これを線形化して解く方法として, ここでは a) Semi-Implicit 法と b) Newton-Raphson 法を用いて, 解の収束に関する比較を行う.

a) Semi-Implicit 法

まず, 式(8)で ω の第 n 近似解を与えて ϕ の第 $n+1$ 近似解を求める. 次に式(9)に ϕ の $n+1$ 近似解を与えて ω の $n+1$ 近似解を求める. この手順を収束するまで繰り返す方法である. この方法では係数マトリックスが対称でバンド状となる. 時間項に対しては次の Heaviside

$$(\omega_{n+1} - \omega_0)/\Delta t = \theta \omega_{n+1} + (1-\theta)\omega_0 \dots (10)$$

関数を用いると式(8), (9)は以下になる. ただし添字 0 は Δt だけ前の時刻での値を意味し, 式中の Γ_2 , Γ_4 はそれぞれ式(8), (9)の左辺末尾項で, 境界上の積分項である.

$$D\phi_{n+1} = M\omega_n + \Gamma_{2,n+1} \dots (11)$$

$$\left\{ \frac{1}{\Delta t} M + A(\phi_{n+1}) + (\nu + \nu_t) D \right\} \omega_{n+1} = M \left(\frac{1}{\Delta t} \omega_0 + \frac{1-\theta}{\theta} \dot{\omega}_0 \right) + \Gamma_{4,n+1} \dots (12)$$

b) Newton-Raphson 法

ある時刻での第 $n+1$ 近似解をその第 n 近似解と微小な増分量を用いて式(13)のように表す.

$$\phi_{n+1} = \phi_n + d\phi, \omega_{n+1} = \omega_n + d\omega \dots (13)$$

これを用いると式(8), (9)は次式で示される.

$$D(\phi_n + d\phi) - M(\omega_n + d\omega) = \Gamma_{2,n+1} \dots (14)$$

$$\left\{ \frac{1}{\Delta t} M + A(\phi_n + d\phi) + (\nu + \nu_t) D \right\} (\omega_n + d\omega) = M \left(\frac{1}{\Delta t} \omega_0 + \frac{1-\theta}{\theta} \dot{\omega}_0 \right) + \Gamma_{4,n+1} \dots (15)$$

上の両式を $d\phi$, $d\omega$ を未知量として同時に解き, 収束するまで繰り返す陰的解法である. この場合係数マトリックスは非線形項のため, 非対称となり, バンド幅は, Semi-Implicit 法の 2 倍になる.

表一は両解法の比較を行った結果である. 非対称砂漣上の領域を全節点数 1008 で分割し, 波動周期の 2 周期間にわたり計算したもので, 計算には熊本大学情報処

理センターの FACOM-M360 を使用した場合である.

Semi-Implicit 法では時間きざみ $\Delta t/T = 1/100$ で解が発散するが, Newton-Raphson 法では $1/80$ 周期の刻みでも安定した解が得られる. しかし, バンド幅が 2 倍となるために計算時間は長くなる.

なお, 計算の境界条件などは, 文献(滝川ら 1989)と同様にしている.

表一 計算法の比較

METHOD	Time-Step (Δt)	CPU Time (secs)	Remarks
Semi-Implicit	1/200	397.64	convergence
Semi-Implicit	1/100	—	non-convergence
Newton-Raphson	1/200	1156.12	convergence
Newton-Raphson	1/100	623.91	convergence
Newton-Raphson	1/80	562.10	convergence

3. 形成過程砂漣上の境界層の特性

(1) 実験

実験は, 幅 0.5 m, 長さ 38 m の片面アクリル張りの 2 次元造波水槽を用いて行った. 図一に示すように水槽の一部に長さ 2 m, 厚さ 10 cm に渡り豊浦標準砂 (比重 2.64, 平均粒径 0.3 mm) を平坦に敷き詰めた. 表二に示す各ケースの入射波に対して, 入射開始から砂漣の形状が安定するまでの状況をシャッター付きビデオカメラ (ソニー CCD-V90) に収録した. また, 蛍光塗料を塗った直径約 1.5 mm, 比重 1.04 のポリプロレン球を投入してスリット光を当て, トレーサーとして追跡した.

(2) 数値計算結果と考察

数値計算の対象とする砂漣形状は, 表二の各ケースごとに砂漣形成途中 (2 分後) 及び形成後の安定した状態 (約 15 分後) をビデオ画像より読みとった. 計算の対象とした砂漣の領域は砂層部の中央付近とし水平方向に 40 cm, また鉛直方向に 15 cm としてこれを水平方向に 40 分割, 鉛直に 20 分割した. 計算の時間刻みは周期の $1/200$ とし, Semi-Implicit 法により計算した. 波の進行方向は右向きとして計算しており, 従って, 以下の各図では左が沖側で右が岸側である.

図二は, ケース 1 の実験に対する計算結果で砂漣の形成途中 ((a) 図) 及び形成後 ((b) 図) の流速ベクトルの時間, 空間的な変動を示している. 波の位相と共に底面近傍に発生, 消滅する渦の状況が実験中の観察と良く一致して計算されている. 特に (a) 図の砂漣形成途中では, 沖側 (図の左側) で生じた初期形状の砂漣が渦のスケールと関連し, 更にこの渦が次の砂漣を形成して次々に岸側へ砂漣が発生する様子が伺える. また (b) 図の砂漣形成後では, 砂漣形状も同様な形状となり一周期間の流況も

砂漣間で当然ながら同様の変動をする事が分かる。

図-3 の各図は、水粒子の運動をラグランジュ的に追跡しその軌跡を図示したもので、実験ケース1およびケース3のそれぞれ2分後および15分後の場合を示している。各図の数値計算結果による水粒子の軌跡は、図中●印で示す位置に配置した水粒子の一周期間にわたる軌跡である。また、この数値計算結果と比較するために、実験でポリプロピレン球の運動をVTR画像より追跡した結果を、各場合につき図示している。数値計算と実験とで追跡開始の時刻や粒子の位置が同じでない事などの

ために、厳密な比較はできないが、ケース1の長波的運動の場合やケース3の短周期でポテンシャル波動的な運動の状況など、計算結果は実験状況を比較的良好に表しているものと思われる。水粒子の軌跡は各時刻での流速ベクトルによって決まるから、特に底面近傍では渦運動の発生、消滅の位相と水粒子の位置に関連し複雑な経路をたどる事になり、砂漣の発達した15分後の方がより複雑な軌跡をたどる。

図-4 は、各図中の破線内に配置した水粒子の一周期後の位置を図示したものである。振動流の場合と異なりこのような波動場では水粒子は岸側へ輸送される事が分かるが、図-3 で考察したように砂漣の発達した15分後の砂漣上の場合がより岸側へ分散される傾向にあり、特に一周期間の移動距離が大きいケース1の方がよりその傾向が大となる。

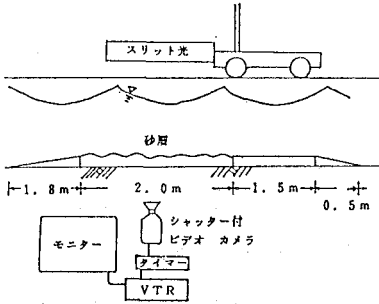


図-1 実験装置

表-2 実験ケース

実験ケース	波高(cm)	周期(s)	水深(cm)
ケース1	10	2.4	30
ケース2	10	1.9	30
ケース3	12	1.4	30

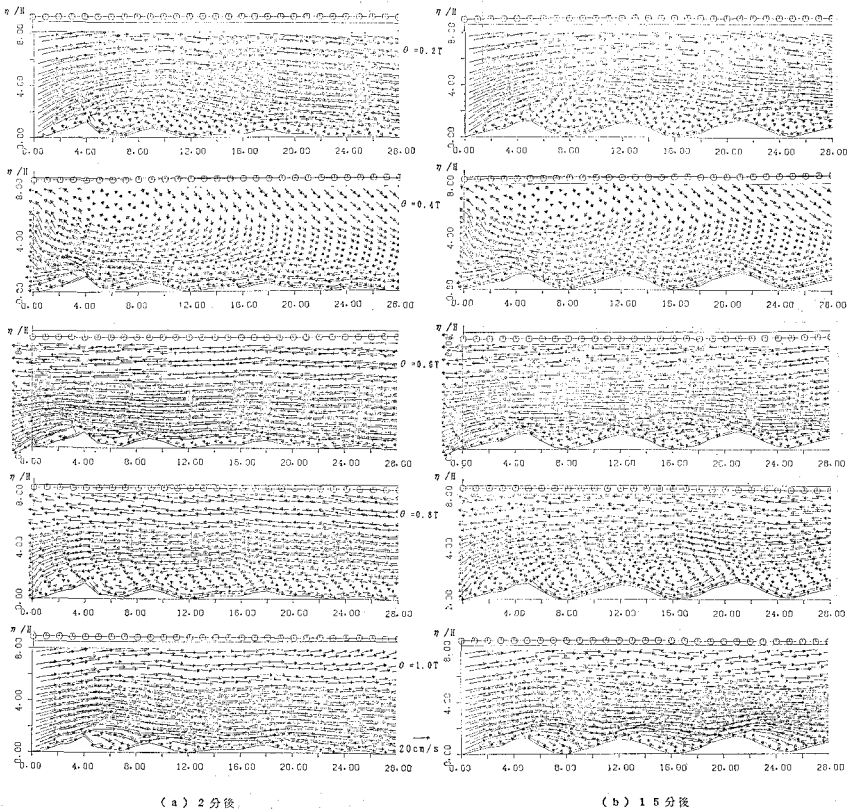
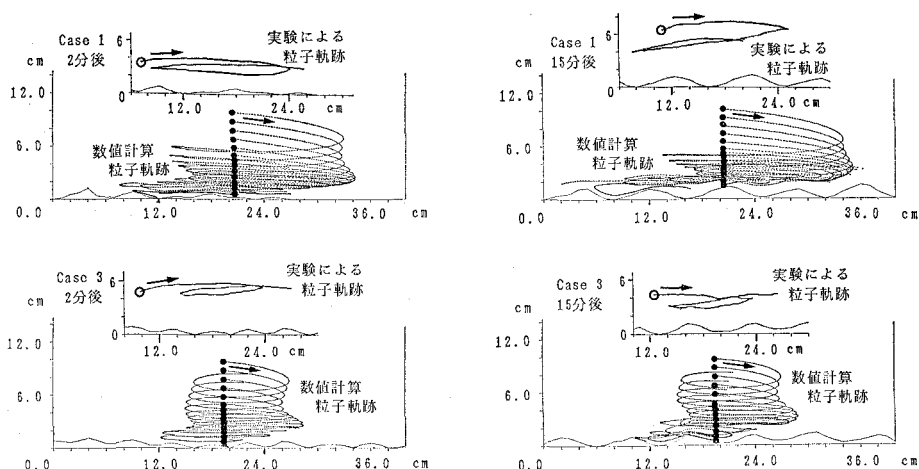
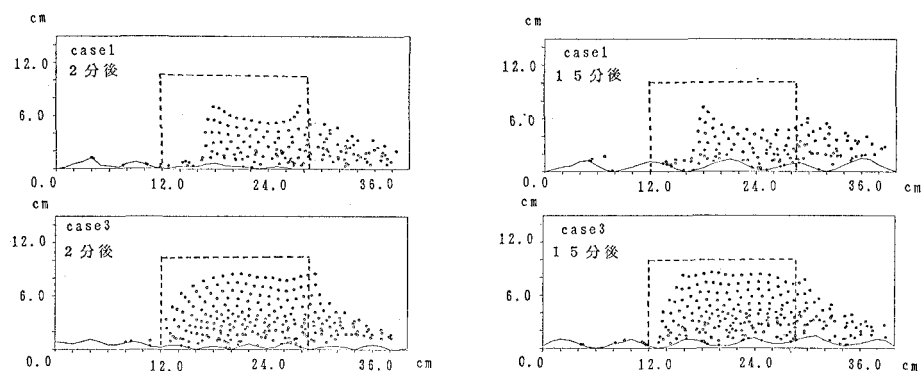


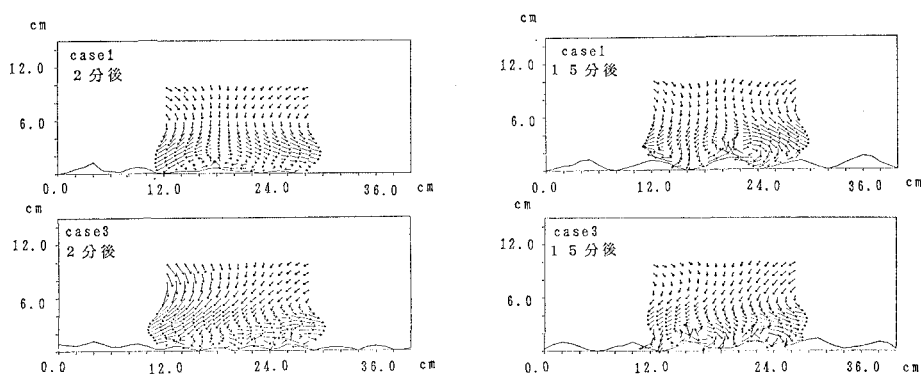
図-2 流速場の時間変動の数値計算結果 (ケース1)



図—3 水粒子の軌跡の計算結果と実験結果の比較



図—4 水粒子の輸送状況の計算結果



図—5 定常流速場の計算結果

図—5 は、各点での流速分布を方向ごとに一周期分合計して得られた定常流速成分をケース 1、ケース 3 につき図示したものである。ケース 3 の場合、砂漣長が短く計算の精度が十分でないが、明確な点は、15 分後の砂漣

の場合には砂漣間では互に対称に近い渦対が確認できる事である。2 分後の形成途中では渦対の存在は明確ではなく不均一な流れが生じている事が分かる。なお、15 分後の砂漣の場合でも、砂漣の沖側及び岸側を遡上する

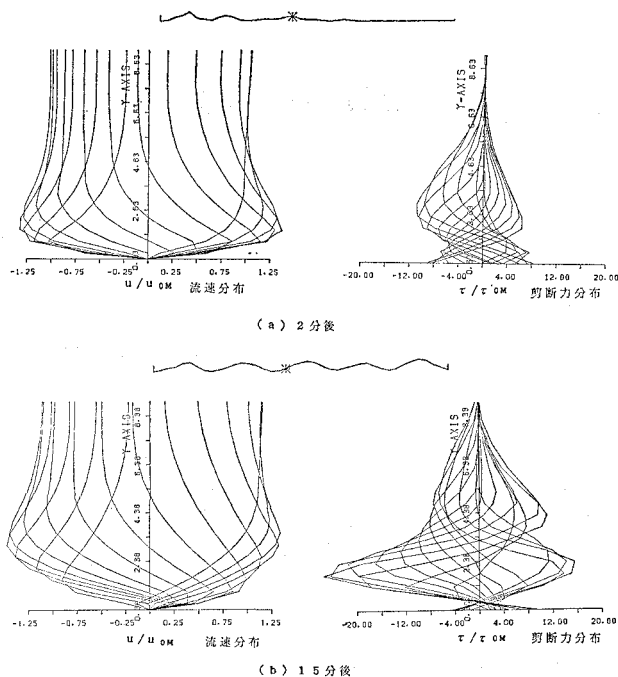


図-6 流速,せん断力の鉛直分布

定常流れがあるが、これが実験でも観察されるように砂漣そのものの前進移行性と密接に関連する量である。

図-6 は、ケース1の2分後及び15分後の砂漣形状に対して各図中に示した位置での水平流速及び剪断応力の鉛直分布を各位相ごとに示したもので、それぞれ線形層流解の振幅との比を表している。(a)図に示す2分後の、砂漣が十分に形成されていない比較的に平坦な場所の場合、底面近傍での流速勾配が大きく、底面には大きな剪断力が作用する事が分かる。(b)図に示す15分後の、砂漣形成後の砂漣の沖側斜面の位置では、底面に作用する剪断力は前者ほどではなく、むしろ砂漣高さを中心に大きな剪断力が働き、図-2で示したように渦の発生、消滅にともなうエネルギー逸散が顕著である事を意味する。

4. あとがき

任意の形状の海底面上における乱流境界層を有限要素法により解析する方法を示し、これを、実測された砂漣形状に適用して、砂漣の形成過程及び形成後における波

動乱流境界層の特性について考察を行った。今後、更に種々の場合について計算を進め、流体力特性を明らかにし底質移動の機構に関する定量的評価を行う必要がある。特に、海床底質をも解析の対象に含めた流体-底質間の相互運動系の解析は重要な課題である。

参 考 文 献

- 浅野敏之・栗林賢一・酒井哲郎 (1989): 前傾した波の下での底面境界層の解析, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 6-10.
- 佐藤慎司・上原哲史・渡辺 晃 (1985): 乱流モデルによる砂漣上の振動流境界層の数値シミュレーション, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 26-30.
- 滝川 清・田淵幹修 (1985): 有限要素法による波の変形に伴う底部波動境界層の解析, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 21-25.
- 滝川 清・金 南 亨・五ノ谷清一 (1989): 波動場における任意海底面上の境界層の解析, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 11-15.
- 辻本剛三・早川典生他 (1989): 波動場における砂漣上の乱流構造に関する研究, 第33回水理講演会論文集, pp. 613-618.
- 山下隆男・Dadang Ahmad・穴倉知広・土屋義人 (1988): 鉛直2次元海浜流モデル, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 267-271.