

離岸堤まわりの長周期水位変動の変形特性

喜 岡 渉*・飯 田 耕 三**・水 谷 隆 夫***

1. はじめに

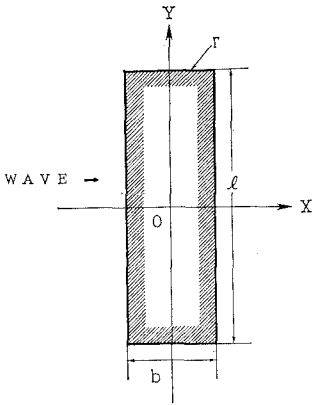
離岸堤による背後の堆砂効果や護岸越波流量の低減効果についてはすでに数多くの研究がなされているものの、それらのほとんどは波高変化に着目して平均水位の上昇量の変化特性およびそれに伴う海浜流の変化特性との関連において検討したもので、不規則波動場において見られる長周期水位変動の変形特性を取り扱ったものは見当たらない。本研究では、堆砂効果の評価とも密接に関連していると考えられる離岸堤まわりの長周期水位変動の伝播変形、特に回折波の特性について調べるものである。

浅海におけるこうした長周期水位変動の伝播変形特性については未だ未明な点が多いものの、ここでは入射波については Longuet-Higgins・Stewart (1962) によって示された radiation stress を用いた表示式によって評価されるものとした。また、基礎資料を得ることを目的として、単一の堤体における長周期変動成分の回折特性を、単一波群を用いた実験結果に数値解析の結果を加えて検討することとし、定常波の形成との関連において重要となる汀線からの反射については考えない。なお、Mei・Benmoussa (1984) および Liu (1989) によって示されているように、海底地形の変動も自由波としての長周期成分波の発生原因となると考えられるが、ここでは堤体まわりの水深は一定として取り扱った。

2. 長周期水位変動の回折理論

(1) 基礎方程式

不規則波群に伴う長周期水位変動も波群を構成する個々の波と同様に離岸堤により回折すると考えられるが、長周期変動成分の回折波は基本的には非線形であり、波群に拘束される成分と自由波として散乱する成分より成ることが予測される (例えば、Agnon・Mei, 1985)。特に自由波としての散乱を伴う set-down 波を厳密に取り扱うことは、波群中の周波数の差の成分についての非線



図一1 座標系と記号の定義

形回折問題を解くことになり、理論上も煩雑であり計算に要する労力も多大なものとなる。そこで、ここでは喜岡ら (1988) と同様に multiple-scale せつ動法を用いることによって2次のオーダーである長周期水位変動の表示式を誘導し、数値解析によって回折波を算定することとする。

座標系を図一1のように定義し、入射波の波形勾配のオーダーの微小パラメーター ϵ を用いて、通常の独立変数 (x, y, z, t) のほかにゆっくりと変動する $(x_1 = \epsilon x, y_1 = \epsilon y, t_1 = \epsilon t)$ を定義する。定式化を簡潔にするため、波は x 方向に入射する場合を考え、水深は一定で h とする。波群を構成する個々の波は角周波数 ω ではば周期的な波動運動を行い、伝播に伴って時空間においてゆっくりと変動するものとする、波動運動を記述する速度ポテンシャル Φ と水位変動 η はそれぞれ次のようにせつ動展開して表すことができる。

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{m=-n}^n \phi_{nm}(x, y, z; x_1, y_1, t_1) e^{-i\omega t} \dots\dots\dots (1)$$

$$\eta = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{m=-n}^n \eta_{nm}(x, y; x_1, y_1, t_1) e^{-i\omega t} \dots (2)$$

ただし、* は共役複素数を示すものとして、 $\phi_{n-m} = \phi_{nm}^*$ 、 $\eta_{n-m} = \eta_{nm}^*$ である。式 (1) および (2) をラプラス方程式、自由表面における境界条件式、水底における境界条件式および流体境界 Γ における境界条件

* 正会員 Ph.D. 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科
** 工修 愛知県庁
*** 学生員 名古屋工業大学大学院 工学研究科

式に代入して整理すると、 ε の各オーダーにおける基礎方程式を得る。このうち、長周期水位変動は long-scale の運動として2次のオーダーで現われ、自由表面におけるベルヌーイの式から次式で与えられる。

$$\eta_{20} = \eta_{(1)} + \eta_{(2)} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

$$\eta_{(1)} = -\frac{1}{g} \left[|\nabla \phi_{11}|^2 - \frac{\omega^2}{g} \left(\phi_{11} \frac{\partial \phi_{11}^*}{\partial t_1} + * \right) \right] \quad \dots\dots\dots (4)$$

(at $z=0$)

$$\eta_{(2)} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_{10}}{\partial t_1} \quad \dots\dots\dots (5)$$

上式中、1次のオーダーの short-scale の方程式の解である ϕ_{11} は通常の線形理論解に一致し、入射波の速度ポテンシャルを ϕ_{11}^i 、散乱波ポテンシャルを ϕ_{11}^s として $\phi_{11} = \phi_{11}^i + \phi_{11}^s$ と置くことができ、このうち ϕ_{11}^i は次式で与えられる。

$$\phi_{11}^i = -\frac{Ag}{2\omega} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} (ie^{ikx} + *) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 k は通常の線形理論における分散関係式を満足する波数を示し、 A は包絡波形で ϕ_{21} についての solvability condition より次式を満足するものでなければならない。

$$\frac{\partial A}{\partial t_1} + C_g \frac{\partial A}{\partial x_1} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 C_g は群速度を示す。一方、離岸堤境界によって生じる散乱波ポテンシャル ϕ_{11}^s は、線形境界値問題に帰着されるので従来の種々の方法で算定することができる。

次に、long-scale の運動を記述する ϕ_{10} については、 ϕ_{30} の solvability condition と式 (3) から次の支配方程式を得る (Agnon・Mei, 1985)。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial t_1^2} - gh \left(\frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial y_1^2} \right) &= g \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\eta_{11}^* \frac{\partial \phi_{11}}{\partial x} + * \right) \\ &- \frac{\partial}{\partial t_1} \left[|\nabla \phi_{11}|^2 - \frac{\omega^2}{g} \left(\phi_{11} \frac{\partial \phi_{11}^*}{\partial z} + * \right) \right] \Big|_{z=0} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式の右辺は入射波における set-down 波の強制項とみなせることから、 ϕ_{10} は入射波と散乱波に分けて $\phi_{10} = \phi_{10}^i + \phi_{10}^s$ と置くことができる。このとき、 ϕ_{10}^i と ϕ_{10}^s に対する支配方程式はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi_{10}^i}{\partial t_1^2} - gh \frac{\partial^2 \phi_{10}^i}{\partial x_1^2} &= \left(\frac{\omega^3}{2k \tanh^2 kh} - \frac{C_g \omega^3}{4 \sinh^2 kh} \right) \frac{\partial |A|^2}{\partial x_1} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \phi_{10}^s}{\partial t_1^2} - gh \left(\frac{\partial^2 \phi_{10}^s}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi_{10}^s}{\partial y_1^2} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

式 (10) から散乱波成分 ϕ_{10}^s は長波の波速 $(gh)^{1/2}$ で伝播する斉次解として与えられ、radiation 条件を満足するとともに、構造物まわりで外向法線方向 n につい

て次の境界条件を満足する関数として求めることができる。

$$\frac{\partial \phi_{10}^s}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{10}^i}{\partial n} \quad (\text{on } \Gamma) \quad \dots\dots\dots (11)$$

入射波の set-down 成分 ϕ_{10}^i については、式 (8) の右辺強制項は $(x_1 - C_g t_1)$ の関数となることから、式 (9) より次式で与えられる。

$$\frac{\partial \phi_{10}^i}{\partial x_1} = \frac{1}{C_g^2 - gh} \frac{\omega^2}{2 \sinh^2 kh} \left(\frac{\omega}{k} \cosh^2 kh + \frac{C_g}{2} \right) |A|^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

(2) radiation stress を用いた表示式との対応

長周期水位変動の入射波成分を、式 (4) で与えられる ϕ_{11} の自己干渉によって生じる水位変動と式 (5) の set-down 波に分けて計算するとそれぞれ次式を得る。

$$\eta_{(1)} = -\frac{k}{2 \sinh 2kh} |A|^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\eta_{(2)} = \frac{C_g^2}{C_g^2 - gh} \frac{k}{\sinh 2kh} \left(\cosh^2 kh \frac{C}{C_g} + \frac{1}{2} \right) |A|^2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $C = \omega/k$ で、 $\eta_{(2)}$ の計算には式 (12) を用いている。上式の (13) と (14) を加えた後さらに変形して整理すると η_{20} は次式で与えられ、Longuet-Higgins・Stewart (1962) によって radiation stress の時空間における変動と関連づけて誘導された式と一致する。

$$\eta_{20} = -\frac{g|A|^2}{2(gh - C_g^2)} \left(\frac{2C_g}{C} - \frac{1}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

図-2 は、包絡波形 A の振幅を A_0 として式 (15) から計算される長周期水位変動と式 (13) による線形ポテンシャルの自己干渉項 $\eta_{(1)}$ を比較したもので、 kh の減少に伴って η_{20} の振幅は急増するものの $\eta_{(1)}$ の占める割合は極めて小さいことがわかる。

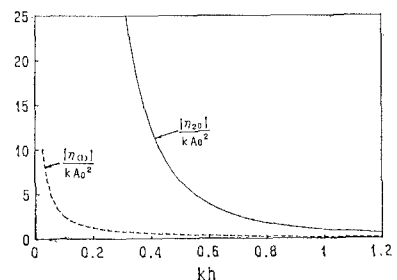
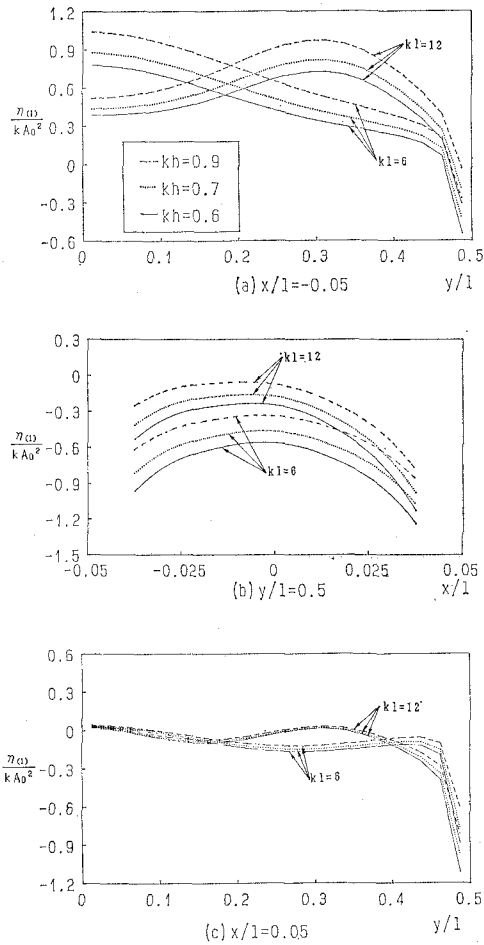


図-2 長周期水位変動の入射波成分の変化特性

(3) 計算方法

入射波の包絡波形 A は式 (7) から $(x_1 - C_g t_1)$ の任意の関数として与えられるので、set-down 波の散乱波成分 ϕ_{10}^s は次式のようなフーリエ級数で表示することができる。

$$\phi_{10}^s = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \varphi_n e^{-in\omega_0 t_1} + * \quad \dots\dots\dots (16)$$


 図-3 堤体まわりにおける $\eta(1)$ の計算結果

上式において、 $C_0 = \omega_0/k_0$ で、フーリエ係数 B_n は A が与えられると決まる。 φ_n は式 (10) のヘルムホルツ方程式のほか境界条件式 (11) と radiation 条件を満足する関数として解いてやる必要があるが、その計算方法は基本的には線形ポテンシャル ϕ_{11}^* を求める方法と同様なものを用いて算定することができる (喜岡, 1988)。

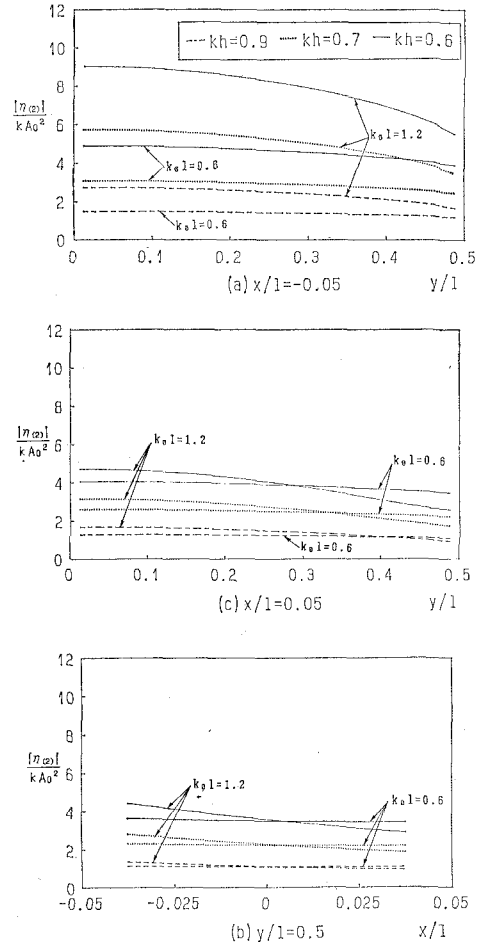
ここでは計算を簡単にするため、入射波の包絡波形を次式のように正弦波と仮定することとする。

$$A = A_0 \cos k_0(x_1 - C_0 t_1) \quad (17)$$

このとき式 (16) は $n=2$ の項のみで、求めるべき φ_2 は物体境界 Γ に沿う線積分として次式で与えられる。

$$\varphi_2(x_1, y_1) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} \sigma(\xi_1, \eta_1) G(x_1, y_1; \xi_1, \eta_1) d\Gamma \quad (18)$$

ただし、 (ξ_1, η_1) をソース点として、グリーン関数は 0 次の第 1 種ハンケル関数 $H_0^{(1)}$ により次式で与えられる。


 図-4 堤体まわりにおける $\eta(2)$ の計算結果

$$G = i\pi H_0^{(1)}(\alpha R) \quad (19)$$

ここに、 $\alpha = 2\omega_0/(gh)^{1/2}$ 、 $R = [(x_1 - \xi_1)^2 + (y_1 - \eta_1)^2]^{1/2}$ である。

3. 計算結果

図-1 に示すように、長さが l で幅 b が $b=0.1l$ であるような離岸堤について、式 (4) で与えられる $\eta_{(1)}$ と式 (5) の $\eta_{(2)}$ を計算した。それぞれの水位変動の変化特性を支配するパラメータが異なるので、計算はそれぞれ別個に行った。

図-3 は離岸堤まわりの $\eta_{(1)}$ の分布を示すもので、搬送波の k についての回折パラメータ $k l$ と相対水深 $k h$ を変えた場合の計算結果を示す。入射方向に対して波動場は対称となるため、図には $y > 0$ の領域の結果のみ示してある。図の (a) に示す離岸堤前面においては、堤体の両端付近を除くと通常正の値をとり、その振幅は $k h$ の減少に伴って小さくなっている。図の (b) および (c) に示すように、側面においては負の値となり、後面

では堤体の両端付近を除くと 0 付近の値となっている。ただし、これらは振幅 A を A_0 で一定とした結果であり、 A の変動 (ここでは式 (17) を仮定) に伴い A^2 に比例して変動することになる。分布形状は kl の値によって変化するので、振幅が最大となる地点も kl によって異なっている。

包絡波の k_0 についての回折パラメータ k_0l と搬送波の k についての相対水深 kh を変化させたときの set-down 波の振幅 $|\eta_{(2)}|$ の分布を図-4 に示す。set-down 波の振幅は、図-4 に示した搬送波の線形ポテンシャルの自己干渉による項 $\eta_{(1)}$ に比べると一般に大きく、特に kh が小さくなるほどその傾向は著しくなっている。離岸堤による回折のため、 $k_0l=1.2$ のケースにおいては背後の振幅が小さくなっているものの、 $\eta_{(1)}$ の結果と比べると回折の影響は小さいといえよう。

4. 実験方法

実験には長さ 10 m、幅 1.6 m、高さ 0.6 m のコンクリート製の 2 次元造波水槽を用い、造波板から 7 m 離れた位置に水槽の片側壁面に接して長さ 50 cm、幅 5 cm の不透過の離岸堤模型を設置した。波動場の対称性により幅と長さの比が 1:10 の離岸堤を想定したことになる。波高計は堤体から 1 m 前方、堤体前面中央部、側面中央部、後面中央部および堤体から 1 m 後方に設置し、それぞれの地点での水位変動を同時計測した。

入射波としては規則波と単一波群を用い、個々の波の周期は一定として 0.8 sec~1.5 sec の範囲で変化させ、単一波群の場合は波の発生数を変化させることによって波群長を変えた。水深は $h=9.0, 12.0, 14.5$ cm の 3 種類変化させ、入射波の周期との組合せで kh の値を変

化させた。不規則波として単一波群を用いることにより、波形の伝播変形の追跡が容易になるとともに、水槽側面や他端からの反射波の区別が可能になる。

得られた波形データには反射・散乱成分が混在しているため、長周期波の抽出にあたっては日野・灘岡ら (1986) と同様に搬送波の周期による移動平均によって波群の両端付近では周期が異なってくるため、移動平均には入射波の波群中央付近のほぼ一定の周期を用いた。サンプリング間隔は 0.02 sec である。なお、搬送波と包絡波の波数比 k/k_0 は、近似的に入射波群における周波数比 ω/ω_0 と等しいとして時間波形から微小振幅波理論を用いて算定した。

5. 実験結果との比較

図-5 は規則波による実験結果の一例で、堤体前面と後面における平均水位を入射波の振幅 a を用いて無次元表示してある。実験値にはいくぶん変動があるものの平均的に見れば図-3 に示した $\eta_{(1)}$ の理論値と良く一致している。振幅の変動を伴わない規則波に対しては、搬送波の線形ポテンシャルの自己干渉によって生じる $\eta_{(1)}$ は定常項として評価され、また当然のことながら set-down 波 $\eta_{(2)}$ の寄与はない。

図-6 に単一波群による実験結果の一例を示す。図で $t=14$ sec 以降の水槽他端からの反射波の混入部分を除くと、堤体前面 (b) で入射波 (a) と比べて搬送波の振幅はほぼ 2 倍になっているのに対して、長周期変動成分の振幅は堤体からの反射の影響を余り強く受けておらず堤体側面 (c) および後面 (d) においても有意な値をとっていることがわかる。このことは単一波群に伴う

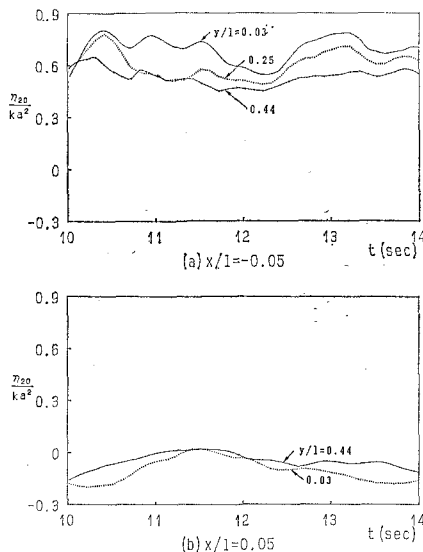


図-5 規則波による実験結果
($kl=6.5, kh=0.78$)

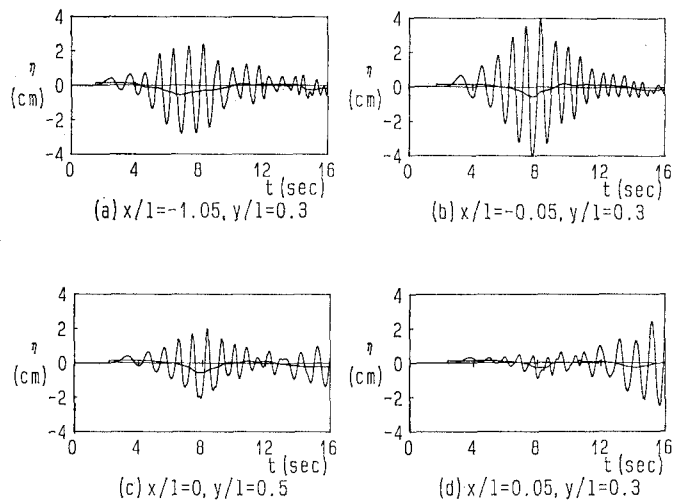


図-6 単一波群による実験結果
($k_0l=0.4, kh=0.98$)

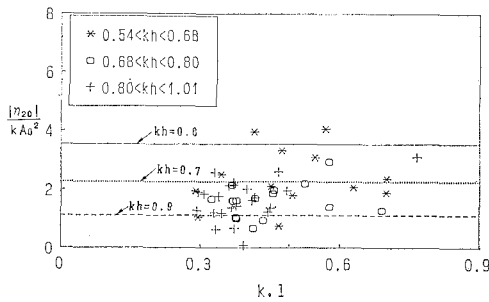


図-7 単一波群に伴う長周期水位変動の入射波成分

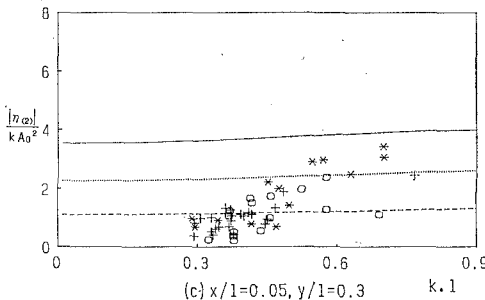
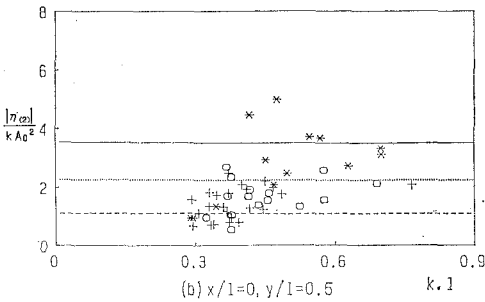
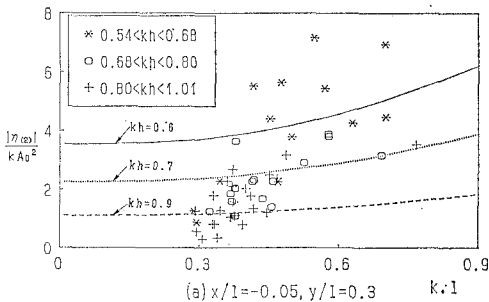


図-8 単一波群に伴う長周期水位変動の回折特性

長周期波は set-down 波 $\eta_{(2)}$ の回折特性に支配されることを示している。式 (3) で示されたように、振幅の変動を伴う入射波の場合、包絡波の最大振幅付近では正の値となる $\eta_{(1)}$ を加えた値が長周期水位変動の予想値となるが、実験結果からは $\eta_{(1)}$ の寄与分は明らかでない。set-down 波については波群のスケール程度の範囲で質量のバランスが保たれているのに対し、単一波群の場合 $\eta_{(1)}$ についてはもう少し広い範囲で質量の連続式

が成立していると考えられるため、不規則波による実験結果はここに示した単一波群によるものと異なる可能性がある。

図-7 は単一波群に伴う長周期水位変動の入射波成分を式 (15) による計算結果と比較したものである。基本的には 2 次のオーダー量の測定結果ということもあり、実験結果にはかなりのばらつきが見られる。ただし、ここには結果を示していないが、 kh が同じときは搬送波と包絡波の波数比 k/k_0 の値の大きいときの方が理論値との一致度は良くなっている。このことは、式 (15) の誘導過程でも明かなように、水深に比べて波群長が十分に長いことが理論解が成立するための前提条件となっているためと考えられる。前述のように $\eta_{(1)}$ の寄与分は小さいと考えられるので、実験結果を回折パラメータ $k_0 l$ について整理して理論値と比較したものが図-8 である。理論値から予想されるように、長周期成分波の振幅は kh の減少に伴って大きくなり、堤体前面 (a) では $k_0 l$ の増加に伴って振幅は反射のために大きくなっている。各地点での実験値にもばらつきが見られるが、平均的に見れば堤体前面 (a) では比較的良く一致しており、一方堤体後面 (c) では特に kh が小さいとき理論値は過大となる傾向がある。

6. おわりに

振幅の変動を伴う波群においては set-down 波の回折特性が離岸堤背後の長周期水位変動を特徴づけており、離岸堤によって搬送波の侵入を遮断しても長周期成分波は自由波となって背後まで侵入していくことがわかった。set-down 波の回折はここで示した数値解析によって算定することができるが、堤体背後で相対水深が小さいときは過大値を与える。

参考文献

- 喜岡 渉 (1988): 波群に伴う長周期変動波力の解析, 土木学会論文集, 第 399 号 II-10, pp. 157~164.
- 喜岡 渉・飯田耕三・石田 昭 (1988): 非線形長周期波の湾水振動, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 242~246.
- 日野幹雄・灘岡和夫・上野成三 (1986): 碎波過程に着目したサーフ・ビートの発生に関する実験的研究, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp. 179~183.
- Agnon, Y. and Mei, C. C. (1985): Slow-drift motion of a two-dimensional block in beam seas, J. Fluid Mech., Vol. 151, pp. 279~294.
- Liu, P.L.-F. (1989): A note on long waves induced by short-wave groups over a shelf, J. Fluid Mech., Vol. 205, pp. 163~170.
- Longuet-Higgins, M. S. and Stewart, R. W. (1962): Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'surf beats', J. Fluid Mech., Vol. 13, pp. 481~504.
- Mei, C. C. and Benmoussa, C. (1984): Long waves induced by short-wave groups over an uneven bottom, J. Fluid Mech., Vol. 139, pp. 219~235.