

可動水平板式 Radiation Wave Generator による集波の理論

清川 哲志*・ 稲田 裕**・ 田中正博***・ 大山 巧***

1. はじめに

最近になって、海洋レジャーのための空間の創出、波エネルギーの有効利用等の観点から、構造物によって波を集めようとする試みがいくつかなされている。例えば、工藤ら(1986)、今井ら(1988)は、没水平板による波の屈折効果を利用して波を集めるアイデアを理論および実験によって確かめている。また、著者ら(1986)も球面浅瀬による波高の増幅効果を実験的に確認した。集波効率から既往の研究を見ると、フレネルレンズ型に配置した没水平板によって波を集めた Stamnes ら(1983)のアイデアが、小さな構造物で効率よく集波できるという点で優れているように思われる。しかし、これら既往のアイデアは、いずれも固定構造物による波の変形を利用するもので、集波の効果を上げるためには天端水深を浅くする必要がある。したがって、大規模構造物となる問題があり、また、船舶の航行に対して障害物となることが予想される。

一方、著者らは新しいタイプの没水型海域制御構造物として、ばねとダンパーによって支持され波に応答する水平板を有する Radiation Wave Generator (以下 RWG と呼ぶ) を考案した。各々の水平板は上下方向に 1 自由度の運動をし、それによって放射波 (Radiation Wave) を発生する。そして、放射波の位相を制御することによって、さまざまな波浪制御が可能となる。例えば、透過側で入射波と逆位相になるように、ばね、ダンパー等を調節すれば、消波構造物となる。実際、消波性能から見た有効性を理論的に検討し、RWG は天端水深が深い場合でも、非常に効率のよい消波構造物になるという結論を得た (清川ら (1987, 1988))。

本研究は、RWG による集波の可能性を理論的に検討するものである。この特徴は、放射波の位相を制御し、発生した波を任意の一点に集めることにあり (図-1 参照)、集波に必要な位相差、およびそれを生じさせるばね定数および減衰係数等の決め方を明らかにする。この

手法では、水平板相互の運動による波の干渉効果を厳密に考慮して運動方程式を解く必要がある。そこで、前報と同様に、散乱波と放射波のポテンシャルに関する連成線形境界値問題として定式化し、グリーン関数を用いた積分方程式により数値的に解く。そして、集波のために必要となる事項について基礎的検討を行う。

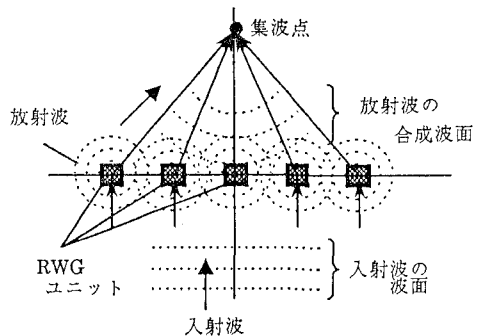


図-1 RWG による集波のモデル図

2. 解析理論

(1) 問題の定義

ばねとダンパーによって支えられ、波によって鉛直 1 自由度の応答をする水平板、および内部を水密とするための周辺固定壁からなる装置を RWG ユニットと呼ぶ (水密性は必ずしも必要としないが、ここでは水密としたユニットを対象にする)。この RWG のユニットを水深 h の海域に複数個並べて設置し、これに波高 H_0 、角振動数 ω の微小振幅波が入射する場合を考える。図-2 に示すように、入射波は x 軸と α の角をなして x 軸の負から正の方向に伝播するものとする。このとき、各ユニットから発生する放射波を任意の点 $P(x_p, y_p)$ に集める。 P 点において各ユニットからの放射波および入射波の位相を一致させることにより、放射波と入射波を重ねた波の場において、 P 点で最大の波高を得ることができる。なお、散乱波は制御することができないが、没水率が大きく、構造物から離れた位置に集波することから、集波に関しては散乱波の影響は無視できる。

流体運動は線形ポテンシャル理論によって記述できる

* 正会員 工博 清水建設(株) 大崎研究室 応用工学グループ

** 正会員 工修 清水建設(株) 大崎研究室 土木工学グループ

*** 正会員 清水建設(株) 技術研究所 環境研究部

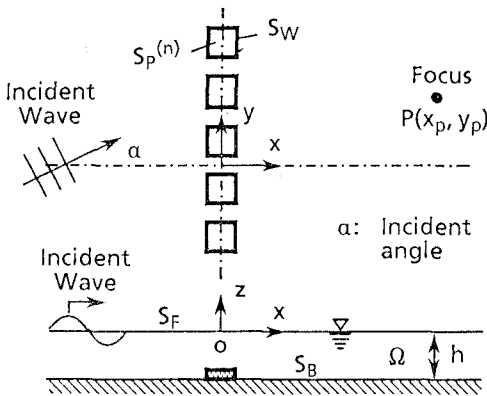


図-2 座標と記号の定義

ものとし、場全体の速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z, t)$ を次のように表す。

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{gH_0}{2\omega} \{ \phi_0(x, y, z) + \phi_s(x, y, z) \} e^{-i\omega t} + \sum_{n=1}^{N_P} \frac{d}{dt} (D_n e^{-i\omega t}) \phi_n(x, y, z) \dots (1)$$

ここに、 g : 重力加速度、 ϕ_0 : 入射波のポテンシャル、 ϕ_s : 散乱波のポテンシャル、 ϕ_n : n 番目の水平板が単位速度振幅で強制上下運動するときの放射波ポテンシャル、 D_n : n 番目の水平板の複素変位振幅、 N_P : 水平板の総数、 i : 虚数単位 ($\equiv \sqrt{-1}$)、 t : 時間。

入射波のポテンシャルは次式で表される。

$$\phi_0(x, y, z) = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{ik(x \cos \alpha + y \sin \alpha)} \dots (2)$$

ここに、 k : 波数 ($k \tanh kh = \nu$, $\nu \equiv \omega^2/g$ の実正根)。

したがって、流体運動の問題は、散乱波ポテンシャル ϕ_s と放射波ポテンシャル ϕ_n ($n=1 \sim N_P$) を求めることにある。そして、集波の問題は、運動方程式を解いて得られる各ユニットの水平板の位相を、それによって発生する放射波の位相が集波点 P において入射波の位相と一致するように決めることにある。

(2) 流体運動の基礎方程式と境界条件

未知ポテンシャル ϕ_l ($l=s, n$; $n=1 \sim N_P$) に関する基礎方程式と境界条件は以下のように表される。

$$\nabla^2 \phi_l = 0 \quad (\text{in } \Omega) \dots (3)$$

$$\partial \phi_l / \partial z - \nu \phi_l = 0 \quad (\text{on } S_F) \dots (4)$$

$$\partial \phi_l / \partial z = 0 \quad (\text{on } S_B) \dots (5)$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial n} = \begin{cases} -\partial \phi_0 / \partial n & (l=s) \\ 0 & (l \neq s) \end{cases} \quad (\text{on } S_W) \dots (6)$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial z} = \begin{cases} -\partial \phi_0 / \partial z & (l=s) \\ 1 & (l=n) \quad (\text{on } S_P^{(n)}) \\ 0 & (l \neq n) \end{cases} \dots (7)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} (\partial \phi_l / \partial R - ik \phi_l) = 0 \quad (R = \sqrt{x^2 + y^2}) \dots (8)$$

ここに、 ∇^2 : 3次元ラプラシアン ($= \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$)、 $\partial / \partial n$: 領域に対しての内向き法線方向微分。

式(3)は基礎方程式、式(4)は自由表面 S_F における運動学的・力学的条件、式(5)、(6)はそれぞれ海底面 S_B および RWG 側壁の流体に接している部分 S_W における不透過条件、式(7)は、 $l=n$ のとき n 番目水平板 $S_P^{(n)}$ 上での流速と水平板の運動速度との連続条件。また、 $l \neq n$ は他の水平板上での不透過条件を表している。式(8)は無遠方における放射条件である。式(3)~(8)は、 $l=s$ のとき、散乱波のポテンシャル ϕ_s に関する diffraction 問題、 $l=1 \sim N_P$ のとき、 l 番目の水平板の上下運動によって発生する放射波のポテンシャル ϕ_l ($l=1 \sim N_P$) に関する radiation 問題を表す。

(3) グリーン関数法による流体運動の解法

境界値問題(3)~(8)を散乱波のポテンシャルと N_P 個の放射波ポテンシャルに関する N_P+1 組の積分方程式に変換する。これらを離散化すると係数行列の等しい N_P+1 組の複素係数連立1次方程式が導かれる。

(a) 積分方程式

グリーンの定理とグリーン関数 G を用いて、 ϕ_s および ϕ_n ($n=1 \sim N_P$) に関する次の積分方程式を得る。

散乱波ポテンシャルに関する積分方程式:

$$\gamma \phi_s(P) = \int_{S_W} \left\{ \phi_s(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} + G(P, Q) \frac{\partial \phi_s(Q)}{\partial n} \right\} dS + \sum_{m=1}^{N_P} \int_{S_P^{(m)}} \left\{ \phi_s(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} + G(P, Q) \frac{\partial \phi_s(Q)}{\partial n} \right\} dS \dots (9)$$

放射波ポテンシャルに関する積分方程式:

$$\gamma \phi_n(P) = \int_{S_W} \phi_n(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} dS + \sum_{m=1}^{N_P} \int_{S_P^{(m)}} \phi_n(Q) dS \dots (10)$$

ただし、 $P=(\xi, \eta, \zeta)$ は領域内の任意の点、 $Q=(x, y, z)$ は S_W あるいは $S_P^{(n)}$ 上の点、左辺の係数 γ は P が S_W および $S_P^{(n)}$ 上にあるとき $1/2$ 、その他の場合には 1 。

(b) 積分方程式の離散化

S_W および $S_P^{(n)}$ をそれぞれ要素分割してすべての要素に $1 \sim N$ (N : 総要素数) の番号を順番に付ける。そして、点 P, Q を各要素の中心点とし、各要素上におけるポテンシャル関数を中心点における値で代表させる。また、各要素上での積分は、中心点におけるグリーン関数の値と要素面積の積で近似する。このとき、式(9)、(10)は次の連立1次方程式となる。

$$\frac{1}{2} \phi_s(i) - \sum_{j=1}^N \phi_s(j) \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} \Delta S_j + \sum_{j=1}^N G_{ij} \frac{\partial \phi_s(j)}{\partial n} \Delta S_j \quad (i=1 \sim N) \dots (11)$$

$$\frac{1}{2} \phi_n(j) + \sum_{i=1}^N \phi_n(i) \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} \Delta S_j = - \sum_{j=j(n)}^N G_{ij} \Delta S_j \quad (n=1 \sim N_P, i=1 \sim N) \dots (12)$$

ここに、 $\phi_s(i)$, $\phi_n(i)$: i 番目要素の中心におけるそれぞれの関数値, G_{ij} : i 番目および j 番目要素の中心点によるグリーン関数値, ΔS_j : j 番目要素の面積である。また、式(12)の右辺の級数和は、 n 番目水平板上の要素 $j(n)$ について和をとることを意味する。

これらを行列表示すると次のようになる。

$$[A]\{\phi_n\}=[B]\{c_n\} \quad (n=0 \sim N_P) \quad \dots\dots\dots(13)$$

ただし、要素 A_{ij} および B_{ij} は次式で求められる。

$$\begin{cases} A_{ij}=(1/2)\delta_{ij}-(\partial G_{ij}/\partial n)\Delta S_j \\ B_{ij}=G_{ij}\Delta S_j \end{cases} \quad \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 δ_{ij} : クロネッカーデルタ ($i=j$ のとき 1, $i \neq j$ のとき 0)。また、式(14)の右辺の $\{c_0\}$, $\{c_n\}$ はそれぞれ次式で定義される定数ベクトル項である。

$$\begin{cases} c_0(i)=\partial\phi_0(i)/\partial n & (i=1 \sim N) \\ c_n(i)=\begin{cases} 0 & (i \neq j(n)) \\ -1 & (i=j(n)) \end{cases} & (n=1 \sim N_P) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(15)$$

3次元波動場のグリーン関数 G としては、よく知られているように John (1950) による級数形, Wehausen & Laiton (1960) による積分形がある。本解析では、収束の速さによって両者を使い分けている。また、 $i=j$ のときはグリーン関数の特異点となり、数値計算上、他の要素と別計算をする必要がある(清川ら, 1988)。

(4) 水平板の運動方程式

水平板に関する運動方程式を立て、その時間微分を実行し整理すると、次のような水平板の変位振幅ベクトル $\{D\}$ に関する連立方程式が得られる。

$$[[k]-i\omega([C]+[N])-\omega^2([m]+[M])]\{D\}=\{E\} \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 $[k]$: ばね定数行列, $[C]$: ダンパーの減衰係数行列, $[N]$: 造波減衰係数行列, $[m]$: 質量行列, $[M]$: 付加質量行列, $\{E\}$: 波強制力振幅ベクトル。

$[k]$, $[C]$ および $[m]$ は、それぞれ、ばね定数, ダンパーの減衰係数, 水平板の質量を成分とする対角行列である。 $[M]$, $[N]$ および $\{E\}$ は、水平板上のポテンシャル値を使って次の式(17), 式(18)より求められる。

$$M_{lm}+(i/\omega)N_{lm}=-\rho \sum_{j=j(n)} \phi_m(j)\Delta S_j \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$E_l=-i\rho\omega \sum_{j=j(n)} \{\phi_0(j)+\phi_s(j)\}\Delta S_j \quad \dots\dots\dots(18)$$

ただし、 M_{lm} , N_{lm} ($l, m=1 \sim N_P$) はそれぞれ m 番目の水平板の動きによる l 番目水平板の付加質量および造波減衰係数, E_l ($l=1 \sim N_P$) は l 番目の水平板に作用する波強制力, ρ は流体密度。

(5) 入射波の位相との matching

n 番目の水平板による放射波のポテンシャルは、式(1)で定義したように、

$$d(D_n e^{-i\omega t})\phi_n/dt=-i\omega D_n \phi_n e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots(19)$$

と表される。この時間項 $e^{-i\omega t}$ に対する位相 ε_n には次

式のような関係がある。

$$e^{i\varepsilon_n}=-i\omega D_n \phi_n/(\omega|D_n||\phi_n|)=e^{i(-\pi/2+\varepsilon_n+\phi_n)} \quad \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 δ_n : 複素変位振幅 D_n の位相 ($D_n=|D_n| \cdot \exp(i\delta_n)$), ϕ_n : 放射波ポテンシャルの集波点での位相 ($\phi_n=|\phi_n| \exp(i\phi_n)$)。集波点における放射波ポテンシャルは、連立方程式(13)を解いて得られる $\phi_n(j)$ を用いて式(10)によって求められる ($\gamma=1$ とする)。

一方、入射波の集波点における位相 ε_0 は、式(1)および式(2)から、

$$e^{i\varepsilon_0}=e^{ik(x_p \cos \alpha + y_p \sin \alpha)} \quad \dots\dots\dots(21)$$

となる。したがって、式(20)と(21)より、集波点で位相が一致するためには、水平板の応答の位相 δ_n は次式で満足する必要があることがわかる。

$$\delta_n=\pi/2-\phi_n+k(x_p \cos \alpha + y_p \sin \alpha) \quad \dots\dots\dots(22)$$

この関係を用いて運動方程式(16)を書き直すと、その第 i 行目は次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} &(-\omega^2 m_i + k_i) - i\omega C_i = (|E_i|/|D_i|) e^{i(\varepsilon_i - \delta_i)} \\ &+ \sum_{j=1}^{N_P} (\omega^2 M_{ij} + i\omega N_{ij}) (|D_j|/|D_i|) e^{i(\delta_j - \delta_i)} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(23)$$

ここに、 τ_i : 波強制力の位相 ($E_i=|E_i| \exp(i\tau_i)$)。

これが、集波点 P において入射波の位相と一致するために満足すべき関係式である。式(23)は m_i , k_i , C_i , $|D_i|$ ($i=1 \sim N_P$) の計 $4N_P$ 個の未知数を含む。各未知数には、 $m_i > 0$, $k_i \geq 0$, $C_i \geq 0$, $|D_i| \geq 0$ ($i=1 \sim N_P$) の条件のみ必要で、評価関数を集波点における波高増幅率とすれば、典型的な非線形計画法の問題である(ただし、アクティブ制御も含めれば $C_i < 0$, $k_i < 0$ も許され、異なった問題となる)。したがって、既往の種々のアルゴリズムを応用して最適化を図ることができる。また、水平板の質量 m_i は自ずと決まるから、決定すべき未知数を減らすこともできる。さらに最適化をやめ、 $|D_i|$ を一定とすると、式(23)は、次のようになる。

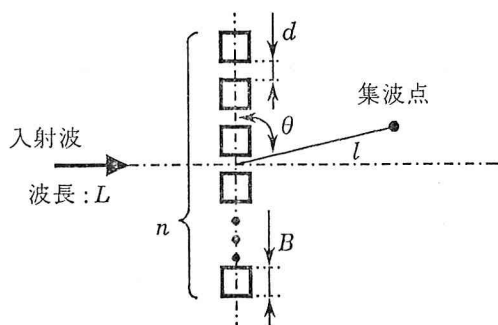
$$\begin{aligned} &k_i - i\omega C_i = \omega^2 m + (|E_i|/|D_i|) e^{i(\varepsilon_i - \delta_i)} \\ &+ \sum_{j=1}^{N_P} (\omega^2 M_{ij} + i\omega N_{ij}) e^{i(\delta_j - \delta_i)} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(24)$$

ここで、 m は水平板の質量、 $|D_i|$ は応答振幅で、各ユニット共通とする。すなわち、水平板の質量および応答振幅を与えれば、式(24)の右辺はすべて既知量となり、ばね定数 k_i , および減衰係数 C_i が決まる。

3. 数値計算結果と考察

(1) 計算条件および検討項目

数値計算結果に基づいて3次元波浪場におけるRWGの集波性能を考察する。計算に用いるモデルを図-3に示す。水平板は幅 B の正方形として、間隔 d で、 n 個のユニットを入射波の進行方向に対して直角に配置し、



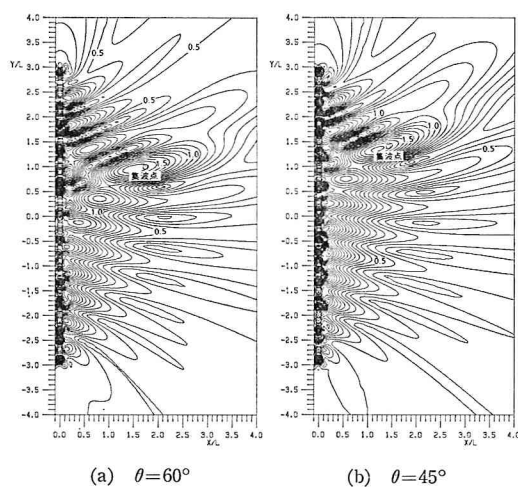
図—3 数値計算モデル

中心点から θ の方向に l 離れた位置に集波する。以下の検討ではすべて $B/L=0.1$ (L : 入射波長) として計算を行った。数値計算では、まず放射波のみの場を示し集波の効果を検討する。その後に入射波と重ね合わせた結果を示す。また、今回の計算では基本特性の検討を目的として、各水平板の運動振幅を入射波の振幅と等しく一定に与え、最適化は行わない。なお、計算では最大要素長が波長の $1/20$ となる矩形要素を用いた。また、波高計算は波長の $1/10$ の格子点で行い、入射波高の 0.1 刻みコンターで表した。

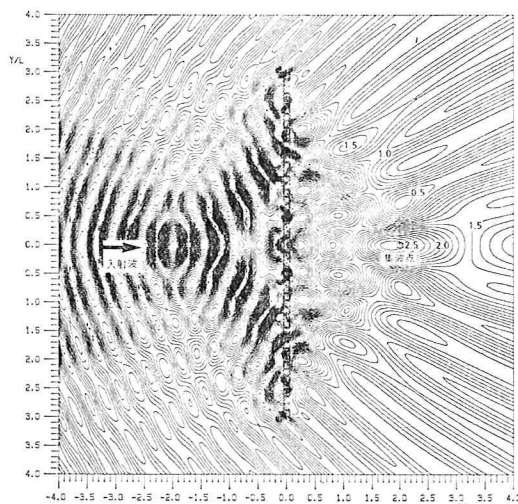
(2) 放射波の集波に関する検討

図—4 に間隔 d を変化させたときの、波高分布の比較を示す。(a) は d/B を 0.2 とした 50 個のユニットにより $l/L=2.0$ の位置に集波を行ったときの波高分布を示している。(b) は同条件において d/B を 0.4 とした場合の結果を表している。(a) の条件の下では、集波が効率よく行われているが、間隔を大きくした (b) の場合は集波点での波高が (a) に比較して高くなっていない。

次に、中心軸から離れた点に集波する場合の集波の効果の検討を行う。図—5 は図—4(a) と同じ条件で集波方



図—5 集波方向を変えた場合の波高分布

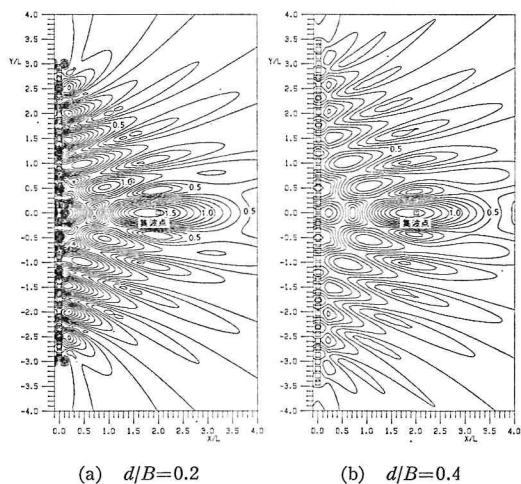


図—6 すべての波を重ね合わせた場の波高分布

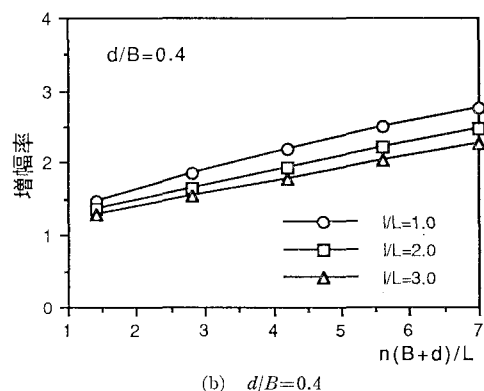
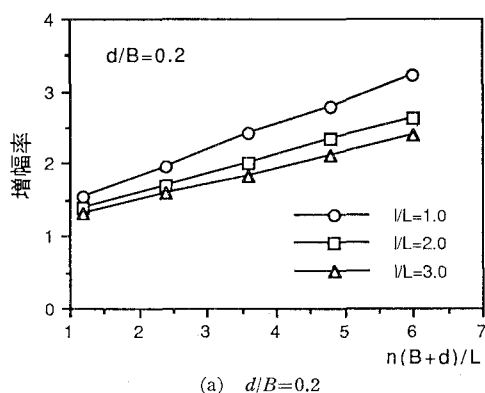
向を $\theta=60^\circ$ および $\theta=45^\circ$ とした場合の波高分布を示しているが、中心軸から離れた点にも集波が可能であることがわかる。

(3) 入射波および散乱波との重ね合わせ

(2)で行った $l/L=1.0$, $d/B=0.2$, $\theta=0^\circ$ の場合について、すべての波の重ね合わせにより生じる実際の波浪の場の波高分布を図—5 に示す。RWG の波下側で波が曲げられて、集波点の波高が高くなっていることがわかる。このときの各ユニットのばね定数および減衰係数を見ると、ばね定数が負となるユニットが約半数 (26 個) 存在している。これは、各ユニットの水平板の応答振幅を一定に与えたことにより生じた結果で、それらのユニットに対しアクティブな制御を行うことにあたる。つまり、完全にパッシブな集波を行うためには、各ユニット



図—4 ユニット間隔による波高分布の比較

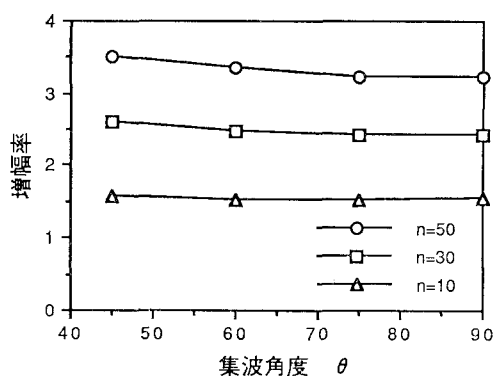


図一七 集波幅の波高増幅率におよぼす影響

について応答振幅を変化させ最適化を行う必要があることになる。

図一七は、無次元集波幅を $n(B+d)/L$ と定義し、集波幅に対する集波点での波高の増幅率を表している。(a) は $d/B=0.2$ 、(b) は $d/B=0.4$ とした場合の結果で、集波方向は $\theta=0^\circ$ として、波長の 1, 2, 3 倍離れた点に集波した結果を比較している。集波幅は増幅率に大きく影響を及ぼし、どのケースも増幅率は、集波幅 $n(B+d)$ に対して線形の関係があることがわかる。また、間隔 d を大きくした場合は、集波幅の増加にともなう増幅率の上昇が小さく、集波幅を広くすることの効果が小さくなっている。

図一八に、集波方向に対する集波点における増幅倍率の応答を示す。 $l/L=1.0$ 、 $d/B=0.2$ として、個数 n を 10, 30, 50 個とした場合の比較を行っている。どの場合も集波角度に対する増幅率の変化は小さく、任意の点に集波が可能である。



図一八 集波方向の波高増幅率におよぼす影響

4. 結 語

以上、本論文では著者らが考案した波浪制御構造物である RWG を用いて、集波を行う手法を提案し、その可能性を理論的に評価した。そして、集波を行うための理論を導き、数値計算により集波に必要な条件およびその効果の検討を行った。その結果、RWG は任意の点への集波が可能であり、集波構造物としても有効であることが明らかとなった。今後、最適化を含めて検討していきたい。

参 考 文 献

- 今井貫爾・秋山義信・工藤君明・綴辰之介 (1988): クレセント型没水平板に働く波力特性に関する研究, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 522~526.
- 清川哲志・三俣正和・田中正博・大山 巧 (1987): 水平板型 Radiation Wave Generator による波浪制御, 第 34 回海岸工学講演会論文集, pp. 472~476.
- 清川哲志・田中正博・大山 巧 (1988): 3 次元波浪場における可動水平板式 Radiation Wave Generator の消波特性, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 517~521.
- 工藤君明・綴辰之介・今井貫爾・秋山義信 (1986): 没水平板の集波効果に関する研究, 日本造船学会論文集第 160 号, pp. 35~43.
- 田中正博・清川哲志・大山 巧 (1986): 球面人工礁による波の制御について, 土木学会第 41 回年次講演会概要集 第 2 部, pp. 625~626.
- John, F. (1950): On the motion of floating bodies II, Comm. Rure & Appl. Math 3.
- Laiton, E. V. and J. V. Wehausen (1960): Surface waves, Encyclopedia of Physics, Ed. S. Flugge, Vol. 9, Fluid Dynamics IJ, Springer-Verlag.
- Stamnes, J.J., et al. (1983): Nonlinear focusing of surface waves by a lens-theory and experiment, J. Fluid Mech., vol. 135, pp. 71~94.