

規則配列された3次元物体まわりの波浪境界値問題の解析法

中 村 孝 幸*・野 村 周 吾**

1. 序 論

近年、沿岸海域の開発や海洋スペースの有効利用などを目的として、各種の波浪制御構造物に関する研究が進められつつある。しかしながら、従来の研究では、主に堤体の断面形状に着目した1次元的な波変形に着目したものがほとんどで、実際場で必要とされるような堤体の空間的な配置に伴う平面的な波変形の特徴について検討した例は少ない。既に吉田ら(1986)や中村ら(1988)は、任意平面形状を有する直立堤体構造物が規則配列された場合の波浪境界値問題の解析法について明らかにし、堤体列まわりに生じる平面的な波変形の特徴などを検討している。しかしながらこれらの解析法は、堤体形状として水深方向にその断面形状が変化しない直立式の構造物に限定され、浮体式防波堤などのように水深方向に形状が変化する場合には適用できないものとなっている。

本研究は、波浪制御構造物として最も一般的な3次元任意形状物体が、空間的に規則配列された場合の波浪境界値問題の解析法を効率的な Green 関数法に基づき明らかにし、より有効な波浪制御効果を得るための3次元堤体の配置法やその周辺場における平面的な波変形の特徴などを理論的に検討できるようにするものである。

2. Green 関数法に基づく算定法

(1) 波浪境界値問題

解析モデルおよび座標系は、図-1に示すものである。すなわち、一定水深 h の波動場中に左右対称な3次元物体が一定間隔 λ で y 軸方向に規則配列され、これに x 軸の負方向より直角入射波が作用する場合を考える。この際、流体は非圧縮性の完全流体で、波動運動は微小振幅波理論により表現できるものとする。このとき、入射波の速度ポテンシャル ϕ_I は次式のように定義できる。

$$\begin{aligned}\phi_I &= -\frac{igH}{2\omega} \frac{\cosh\{k(h+z)\}}{\cosh(kh)} e^{i(kx-\omega t)} \\ &= -\frac{igH}{2\omega} \phi_I(x, y, z) e^{-i\omega t} \dots\dots\dots (1)\end{aligned}$$

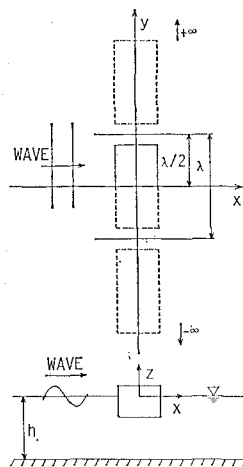


図-1 解析モデルおよび座標系

ここに、 $i = \sqrt{-1}$ 、 g : 重力加速度、 H : 入射波の波高、 k : 入射波の波数 ($=2\pi/L$, L : 波長)、 ω : 角振動数 ($=2\pi/T$, T : 周期) である。

一方、物体列まわりの回折波の速度ポテンシャル ϕ_D は、 ϕ_I の表現と類似させて式(2)のように表すことができる。

$$\phi_D = -\frac{igH}{2\omega} \phi_D(x, y, z) e^{-i\omega t} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 ϕ_D : 無次元化された回折波ポテンシャルの振幅で、求めるべき未知関数である。

この際 ϕ_D は、物体列まわりの波動場が、 y 軸方向に空間的に λ の周期性を有し、しかも1つの物体の左右で対称になることから、式(3)のようにフーリエ余弦展開できる。

$$\phi_D = \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n \phi_{Dn}(x, z) \cos(q_n y) \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1/2: n=0 \\ 1: n \neq 0 \end{cases}$$

ϕ_{Dn} : ϕ_D の複素フーリエ係数、 $q_n = 2n\pi/\lambda$ ($n=0, 1, 2, \dots$) である。

ϕ_D は、その基礎方程式である3次元の Laplace 方程式

* 正 会 員 工 博 愛媛大学助教授 工学部海洋工学科

** 学生会員 愛媛大学大学院 工学研究科

を, ① 水表面および水底の条件, ② 式 (3) で示される空間的な周期性の条件, ③ 無限遠方での発散条件, ④ 式 (4) で示される物体表面上での不透過条件を考慮して解けば求められる。

$$\frac{\partial}{\partial n}(\phi_I + \phi_D) \Big|_{\text{on } S} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに, S : 物体の没水表面, $\partial/\partial n$: S 上での法線微分である。

ここでは, ϕ_D の算定法として任意形状の物体列が対象にできるわき出し分布法を採用した。このような解析では, まず最初に ϕ_D が満足する場の Green 関数を導く必要がある。

(2) Green 関数

図-1 のような波動場の Green 関数 G は, ϕ_D と同様 3次元の Laplace 方程式を基礎方程式として上述した①~③の境界条件を満足する特異解として求められる。その結果のみを示すと式 (5) のようである。

$$\begin{aligned} G(x, y, z; X, Y, Z) &= -\frac{k^2 - \sigma^2}{(k^2 - \sigma^2)h + \sigma} \cosh\{k(h+z)\} \\ &\quad \times \cosh\{k(h+Z)\} \left[\sum_{n=0}^N G_n(x, y; X, Y) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=N+1}^{+\infty} E_{0n}(x, y; X, Y) \right] \\ &\quad - \sum_{m=1}^{+\infty} \left[\frac{k_m^2 + \sigma^2}{(k_m^2 + \sigma^2)h - \sigma} \cos\{k_m(h+z)\} \right. \\ &\quad \left. \times \cos\{k_m(h+Z)\} \left\{ \sum_{n=0}^{+\infty} E_{mn}(x, y; X, Y) \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに, (X, Y, Z) : わき出し点の座標, σ : 沖波相当波数 ($=\omega^2/g$), k, k_m : それぞれ進行波モードおよび減衰定常波モードの波数で式 (6), (7) を解いて与えられる。

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\omega^2 = -gk_m \tan(k_m h) \quad (m=1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (7)$$

また, G_n, E_{0n}, E_{mn} は, 以下の式で定義される。

$$G_n = \frac{2i\varepsilon_n}{\lambda} \cos(q_n y) \cos(q_n Y) \frac{\exp(i\mu_n |x-X|)}{\mu_n} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$E_{0n} = \frac{2}{\lambda} \cos(q_n y) \cos(q_n Y) \frac{\exp(-\nu_n |x-X|)}{\nu_n} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$E_{mn} = \frac{2\varepsilon_n}{\lambda} \cos(q_n y) \cos(q_n Y) \frac{\exp(-\kappa_{mn} |x-X|)}{\kappa_{mn}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} \mu_n &= \sqrt{k^2 - q_n^2} \\ \nu_n &= \sqrt{q_n^2 - k^2} \\ \kappa_{mn} &= \sqrt{k_m^2 + q_n^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

である。ただし, μ_n は, $k > q_n (=2n\pi/\lambda)$ を満足する範囲で定義され, その時の n の最大値が式 (5) の第1項中の級数和の上限 N に相当する。

式 (5) の G の中で, に G_n 比例する項は, 式 (8) からわかるように x 方向に振動的に伝播する進行波モードの成分を, また, E_{0n}, E_{mn} に比例する項は式 (9), (10) に見られるようにわき出し点遠方で指数関数的に減少する減衰定常波モードの成分を各々表す。そして, 物体列の法線方向へ離れた位置 ($|x| \rightarrow \infty$) では, G_n に比例する項のみが残り, この項が物体列による波変形を考える上で重要となる。

さて, この G_n に比例する項に着目すると, その波数は, x 方向成分が μ_n , y 方向成分が q_n である。そして $n \geq 1$ の G_n に比例する項は, y 方向の波数成分をもつことから, 入射波とは異なる方向に進む成分波 (以下斜波成分と称する) を表す。一方, G_0 に比例する項は, y 方向の波数成分が 0 で, x 方向のそれが $\mu_0 = k$ であることから, 入射波と同方向に進む成分波 (以下直進行波成分と称する) であることがわかる。このように, $n \geq 1$ の μ_n が現れるか否かで, 物体列まわりの波変形が2次元的なものとなるか, 1次元的なものとなるかが判定できる。この条件を, λ と L で表すと $\lambda/L \geq 1$ となり, これは中村ら(1988)の規則配列された直立式の堤体構造物の場合と同じになる。そして, 一般的に第 N 次の斜波成分が現れる条件は, $\mu_N \geq 0$ を考えて求められ, 式(12)で与えられる。

$$\lambda/L \geq N \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで等号が成立する条件は, 直立式の堤体構造物の場合と同様に, 第 N 次の横波共振点に一致する。

(3) わき出し分布法による ϕ_D の算定

ϕ_D は, わき出し分布法によれば, 上記の G を用いて式(13)のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \phi_D(x, y, z) &= 2 \int_{S_+} f_D(X, Y, Z) \\ &\quad \times G(x, y, z; X, Y, Z) dS(X, Y, Z) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに, S_+ : 物体列中の1物体の没水表面 S を対称面 ($x-z$ 平面) で分割した時の $y \geq 0$ の範囲のもの, f_D : S_+ 上のわき出し強さの分布関数である。なお, この式では, 物体および波動場の面対称性を考慮して, 積分領域を1物体の S からその $1/2$ の S_+ に変形してある。

未知関数の f_D は, G を導く際に考慮しなかった条件である式(4)から決定できる。すなわち, 式(13)を式(4)に代入して導かれる式(14)である。

$$\begin{aligned} 2 \int_{S_+} f_D(X, Y, Z) \frac{\partial}{\partial n} \{G(x, y, z; X, Y, Z)\} dS(X, Y, Z) \\ = -\frac{\partial}{\partial n} \phi_I(x, y, z) \Big|_{\text{on } S_+} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

本研究では実際の算定に当たり、式(13)、(14)に現れる S_+ にわたる面積分は、物体表面 S_+ を J 個の微小面要素 $4S_j$ ($j=1\sim J$) に分割した後に、 $4S_j$ にわたるわき出し強さのその重心点に集同させるという中央点近似法を用いて実行している。

また、式(13)中の G や式(14)中の $\partial G/\partial n$ には、対数型および逆数型などの特異関数が含まれるため、これらの面要素にわたる積分の算定には、 $(x, y, z) \rightarrow (X, Y, Z)$ および $(x, y) \rightarrow (X, Y)$ の特異点の条件下において特別な工夫が必要となる。ここでは、式(5)の右辺第1項が z, Z の関数を除けば中村ら(1988)の直立式堤体構造物に対する Green 関数と同形であることから、この項の算定には E_{0n} の無限級数和を解析的に求めて特異関数を抽出するという中村ら(1988)の方法を用いた。一方、式(5)の第2項の算定は、 E_{mn} の級数和が式(15)に示すような変形された第2種ベッセル関数 K_0 の級数和で置換できることを利用して行った。

$$\sum_{n=0}^{+\infty} E_{mn} = \frac{1}{2\pi} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \{K_0(k_m r_l) + K_0(k_m \hat{r}_l)\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $r_l, \hat{r}_l$ は次式で定義されるものである。

$$\left. \begin{aligned} r_l &= \sqrt{(x-X)^2 + (y-Y+l\lambda)^2} \\ \hat{r}_l &= \sqrt{(x-X)^2 + (y+Y+l\lambda)^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

すなわち、式(15)の右辺は、 $K_0(k_m r_0)$ を除けば、解析領域内 ($0 < y < \lambda/2$) において正則関数で、これらの級数の収束性も良いことから、実用上有限項までの級数和で近似算定できる。そしてこれらの正則関数の級数和の積分は、単に $4S$ を乗じる数値積分で精度よく求められる。また、 $K_0(k_m r_0)$ に比例する項は、既に John (1950) によって導かれている単一物体に対する Green 関数の減衰定常波モードの項と同一であり、この項の算定には Garrison (1978) により紹介されている方法などが利用できる。

(4) 波高分布の算定法

物体列まわりの波高分布は、回折係数 K_D で表すと無次元化された速度ポテンシャル ϕ_I と ϕ_D を用いて次式により算定できる。

$$K_D(x, y) = |\phi_I + \phi_D|_{z=0} \quad \dots\dots\dots (17)$$

中村ら(1989)は、直立式の堤体列を対象に $\lambda/L > 1$ の平面的な波変形が生じる場合、透過率や反射率に代わる量として K_D の配列方向における rms 値を用いている。このような波高比の rms 値は、3次元物体列についても導くことができ、透過波側での波高比の rms 値 K_T のみについてその算定式を示すと式(18)のようである。

$$K_T = \sqrt{1 + 4 \operatorname{Real} \left[\int_{S_+} f_D g_0 dS \right]}$$

$$+ 4 \left| \int_{S_+} f_D g_0 dS \right|^2 + 2 \sum_{n=1}^N \left| \int_{S_+} f_D g_n dS \right|^2 \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 g_n は式(5)中の G_n に比例する項に関係するもので、式(19)で定義される。

$$g_n = -\frac{2i\varepsilon_n}{\lambda\mu_n} \frac{k^2 - \sigma^2}{(k^2 - \sigma^2)h + \sigma} \cosh(kh) \cosh\{k(h+Z)\} \\ \times \cos(q_n Y) \exp(-i\mu_n X) \\ (n=0, 1, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (19)$$

なお、式(18)の平方根中の第1～3項までの和が上述した直進行波成分の効果を、第4項が斜波成分のそれを各々表す。そして詳細については割愛するが、この平方根中の総和は、 y 方向に平均化された透過波の全エネルギーに比例する量を表し、上記の各波向き別の項とこの総和との比は、波向きに着目したエネルギー比、すなわち方向スペクトルの方向特性を表す量に一致するものである。そして本研究では、このような透過波の各波向き成分波のエネルギー比 T_i ($i=0$; 直進行波成分, $i \geq 1$; 斜波成分) についても算定を行った。

(5) 作用波力の算定法

物体表面上の圧力 P は、 ϕ_I と ϕ_D を線形化された圧力方程式に代入して算定できる。そして、物体に作用する波力は、この圧力の作用方向を考慮して没水面にわたる積分を実行すると求められ、面对称物体の場合に現れる水平波力 (F_x) および鉛直波力 (F_z) について示すと式(20)のようである。

$$(F_x, F_z) = -2 \int_{S_+} P(n_x, n_z) dS \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 n_x, n_z : 没水面に立てた単位法線ベクトルの x, z 成分である。

3. 規則配列された矩形浮体への適用性

(1) 実験装置および実験方法

実験は、実際場で多列形式に配置されるのが通例となっている浮体式防波堤を想定して行い、規則配列された矩形浮体まわりの波高分布および作用波力を測定した。なお、ここでは実験装置の制約から、浮体が固定された状況下での回折散乱波問題に関する検討のみに限定した。模型堤体は鏡像原理により、図-2に示すように堤体中心間距離 λ の $1/2$ の幅の長水路(水路幅 1 m)に、想定した堤体の $1/2$ (長さ 80 cm, 幅 35 cm, 高さ 40 cm) のものをきつ水 d が 20 cm, 開口率が 20% となるように設置した。堤体に作用せしめた入射波の周期 T は 0.7～2.9 sec の 22 種類、入射波高 H は 5 cm とした。また実験時の水深 h は 70 cm と一定にした。

(2) 実験結果と算定結果の比較

a) 波高分布に関する比較

図-3 は、矩形浮体列の透過波側における K_T の実験

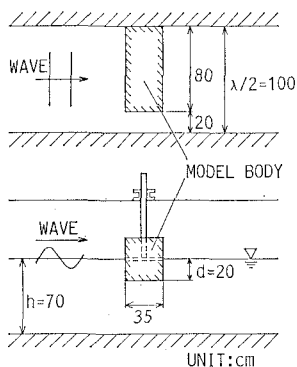
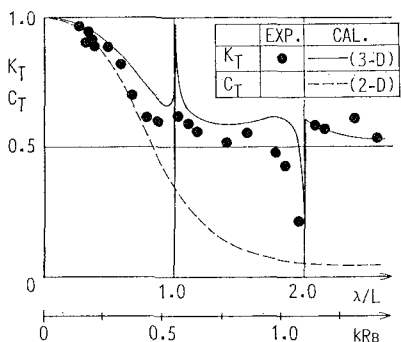
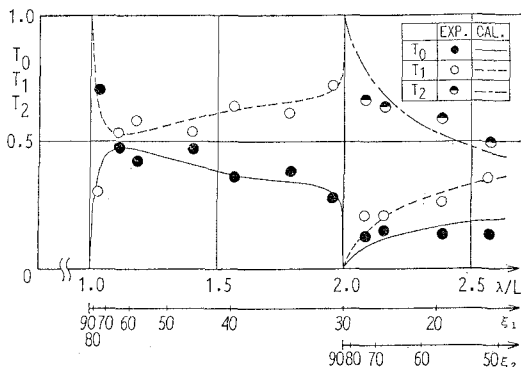


図-2 模型堤体およびその設置状況

図-3 矩形浮体列による透過波の変動特性
(開口率 20%, $H/h=0.07$, $H=5$ cm, $\lambda=200$ cm)

結果と算定結果との比較を、第 1, 2 横軸にそれぞれ λ/L , kR_B (R_B : 堤体の代表長で堤体幅の 1/2 の長さ) をとり表すものである。なお、 K_T は $\lambda/L < 1$ の 1 次元的な波変形となる場合、従来よりの透過率 C_T の定義に一致する。そして、図中には開口部の効果を見放した中村ら (1983) の解析法による 2 次元堤体の C_T の算定結果についても比較のため併せ示した。まず K_T の実験結果と算定結果を比較すると、実験値の方が算定値より多少低い値をとるものの、両者はほぼ一致していることが認められる。次に透過波に及ぼす開口部の効果を検討すると、 $\lambda/L < 1$ の 1 次元的な波変形が生じる条件下では、2 次元および 3 次元解析による結果にそれほど大きな差はないが、 $\lambda/L > 1$ の 2 次元的な波変形が生じる条件下では、3 次元解析による K_T の方がかなり大きくなるなど顕著な差異が認められる。

次に 図-4 は、矩形浮体列の透過波の波向き特性 T_i ($i=0, 1, 2$) の実験結果と算定結果との比較を示すものである。なお、第 1, 2 横軸の ϵ_1, ϵ_2 はそれぞれ T_1, T_2 成分の波向き角度を表す。算定結果に着目すると、斜波成分が 1 つの $1 \leq \lambda/L < 2$ の領域では T_1 が、それが 2 つの $\lambda/L \geq 2$ では T_2 が各々卓越し、このような領域では、

図-4 矩形浮体列による透過波の波向き特性
(開口率 20%, $H/h=0.07$, $H=5$ cm, $\lambda=200$ cm)

矩形浮体列の透過波側において波向き ϵ_i が 1 番大きな斜波成分が卓越することがわかる。実験結果と算定結果を比較すると、各波向き成分の卓越度は、横波共振点付近を除き、ほぼ一致していることが認められる。そして、図-3 に見られるような 3 次元解析と 2 次元解析との透過波側での波高に関する顕著な差異は、3 次元解析で示されるような T_1, T_2 などの斜波成分が卓越して現れることが主要な原因と言えよう。

以上のような検討から、矩形浮体列による波浪制御効果は無限の堤体長を想定した 2 次元解析で予測することは困難で、開口部の効果を考慮した 3 次元解析が是非必要になることや、このような 3 次元解析には本解析法が適用できることなどが判明した。

b) 作用波力に関する比較

図-5 は、水面に固定された矩形浮体列中の 1 堤体に作用する水平波力 F_x に関する実験結果と算定結果の比較を示すものである。なお、波力は次式で定義される無次元波力 F_x^* で示してある。

$$F_x^* = F_x / \left(\frac{1}{2} \rho g H R_B^2 \right) \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 ρ : 流体密度である。

また、実験値としては正、負両ピーク値の平均値を採用した。図より、 F_x^* は実験結果、算定結果の両者ともに $\lambda/L=1$ の第 1 次横波共振点で最大となり、これより長周期波側、短周期波側で減少する変動傾向を示す。また、 $\lambda/L < 0.5$ の長周期波側で両結果はよく一致しているものの、 $\lambda/L=1$ 付近およびそれ以上の領域では算定値が実験値より 1 割程度大きく、安全側の予測値となっていることがわかる。

図-6 は、無次元鉛直波力 F_z^* を水平波力の場合と同様に示すものである。 F_z^* についても、 F_x^* と同様に長周期波側で両結果はよく一致しているが、短周期波側では逆に実験値が算定値を 1 割程度上回るようになる

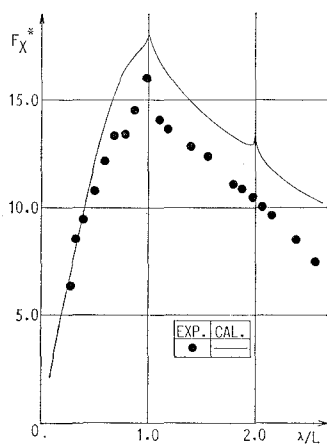


図-5 矩形浮体列中の1堤体に作用する水平波力 F_x^*
(開口率 20%, $H/h=0.07$, $H=5$ cm, $\lambda=200$ cm)

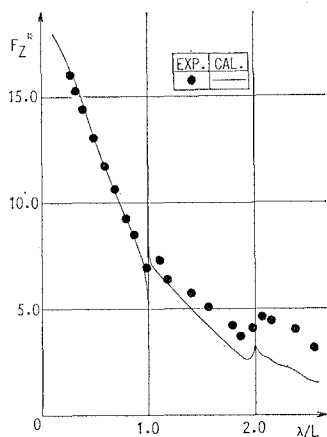


図-6 矩形浮体列中の1堤体に作用する鉛直波力 F_z^*
(開口率 20%, $H/h=0.07$, $H=5$ cm, $\lambda=200$ cm)

など F_x^* の場合と異なっている。しかしながら、 F_z^* の場合、その絶対値は λ/L の増加に伴い減少することを考えると、設計波力など重要となる波力の予測にはほぼ本解析法が適用できるものと言えよう。

4. 結 語

以上、本研究は規則配列された3次元物体まわりの波

浪境界値問題の解析法を、効率的な算定法である Green 関数法に基づき明らかにすると共に、その適用性を水面に固定された矩形浮体列を対象にした水理実験結果との比較から検討してきた。これらの検討結果ならびに考察結果をとりまとめると以下のように結論される。

i) 規則配列された3次元物体まわりの波浪境界値問題は、本研究で導いた Green 関数を核関数とする Green 関数法に基づき精度よくしかも効率的に解析できる。またこの Green 関数の表示式から、物体まわりの波変形が1次元的なものから2次元(平面的)なものへと変化する条件を明確に求められる。

ii) 矩形浮体列による波変形は、それが2次元なものとなる場合を含め、本解析法により予測できる。また、矩形浮体に作用する波力についても本解析法を用いてほぼ算定できる。

iii) 2次元な解析法により、開口部の効果を無視して矩形浮体列の透過波を近似算定すると、特に平面的な波変形が生じる条件下で透過波高を過小評価することや斜波成分の効果を考慮することができないなど不十分である。

なお、本研究は、文部省科学研究費一般研究Cによる成果の一部であることを付記しておく。

参 考 文 献

- 中村孝幸 (1983): 薄肉物体まわりの波浪境界値問題に関する解析法, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 410~414.
- 中村孝幸・小野正順 (1988): 規則配列された沖合消波堤まわりの波浪共振の特性とその解析法, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 527~531.
- 中村孝幸・小野正順・長田和久 (1989): 共振装置を設けた堤体列による波浪の制御効果について, 海岸工学講演会論文集, 第36巻, pp. 484~488.
- 吉田明徳・飯田典生 (1986): 任意断面の鉛直柱体列による波の散乱と波力の解析法, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 521~525.
- Garrison, C. J. (1978): Hydrodynamic loading of large offshore structures: Three-dimensional source distribution methods, Numerical Methods in offshore Engineering, eds. O. C. Ziekiewicz, M. W. Lewis and K. G. Stagg, Wiley, England, pp. 97~140.
- John, F. (1950): On the motion of floating bodies II, Comn. Pure and Applied Mathematics, Vol. 3, pp. 45~101.