乱流モデルを用いた温排水水中放流による海底洗掘の予測

牛島　省*・清水隆夫**

1. はじめに

発電所の温排水を効率的に希釈・拡散させるため高速で水中放流すると，砂質海底の海域では放水口前面の海底が洗掘される．この洗掘が放水構造物ならびに埋立護岸などの安定性を損なう可能性があるので，洗掘位置，洗掘広さ，洗掘深さなどを事前に予測することが重要である．高速の流れによる局所洗掘としては水門の水叩き下流部の洗掘が研究されているが，温排水の放流による海底洗掘については，計算でも実験でも従来ほとんど取り扱われていない．これは，数理モデルにおいては高速密度噴流の移流拡散過程がモデル化されておらず，また移動床模型実験においてはスケール効果が洗掘現象を歪ませるためである．本研究では，牛島・守屋（1988）による $k-\varepsilon$ 乱流モデルの成果を適用して温排水の水中放流による海底洗掘を予測する数値解析手法（牛島ら，1990）を開発し，実験結果との比較によってその妥当性を明らかにした．

2. 海底洗掘予測手法

この手法では，まず海底地形を変化させずに定常になるまで温排水の流動の非定常計算を行なう．その後，水深が 1% 程度変化するまで温排水の流動による洗掘を計算する．その間，流動は変化しないものとする．そして，変形した海底地形に対して，定常になるまで再び流動の非定常計算を行なう．この計算を交互に繰り返すことによって流動と洗掘の間の相互作用が考慮でき，洗掘計算結果は平衡状態へ向かう．以下に流動計算の方法と洗掘計算の方法を示す．

2.1 流動計算方法

温排水の拡散予測モデルはいくつか提案されており，それらは運動量や熱に関する乱流拡散係数を半経験的な式に基づいて定めたりするものや（和田ら，1982），$k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いるもの（和田・荒木，1986）などである．本研究では，成層流の乱流計測実験の結果に基づいて改良を加えた $k-\varepsilon$ 乱流モデル（牛島・守屋，1988）により，温排水の流動を計算する．このモデルでは，乱流拡散係数を求める式が解析的に与えられており，また，乱流拡散係数に対する浮力の効果が適切な形で定式化されているところに特長がある．以下にこのモデルの基礎式と解析方法を示す．

（1）流動計算の基礎式

a）海水の連続式

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i}=0 \quad\cdots\cdots(1)$$

ここで，x_1，x_2 は水平座標，x_3 は鉛直座標（上方が正），$\bar{U}_1$，$\bar{U}_2$，$\bar{U}_3$ はそれぞれ x_1，x_2，x_3 方向の平均流速である．

b）運動方程式

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t}+\sum_{j=1}^{3}\bar{U}_j\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}-f_i\{1-\beta(\bar{\Theta}-\Theta_s)\}g+\sum_{j=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}-\overline{u_iu_j}\right) \quad\cdots\cdots(2)$$

ここで，添字 i は 1，2 ならびに 3，t は時間，ρ は海水の密度，$\bar{p}$ は平均圧力，f_1，f_2 は 0，f_3 は 1，β は海水の体積膨張係数，$\bar{\Theta}$ は平均温度，Θ_s は基準温度，g は重力加速度，ν は海水の動粘性係数，u_1，u_2，u_3 は x_1，x_2，x_3 方向の流速変動，上付きバーは時間平均，である．

c）熱の輸送方程式

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t}+\sum_{i=1}^{3}\bar{U}_i\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_i}=\alpha\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial x_i^2}-\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_i}\overline{u_i\theta} \quad\cdots\cdots(3)$$

ここで，θ は温度変動，α は熱拡散係数である．

d）乱れの運動エネルギー k の輸送方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\sum_{i=1}^{3}\bar{U}_i\frac{\partial k}{\partial x_i}=P_k+\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_i}\cdot\left\{\left(\nu+C_k\frac{k^2}{\varepsilon}\right)\frac{\partial k}{\partial x_i}\right\}-\varepsilon+\beta g\overline{u_3\theta} \quad\cdots\cdots(4)$$

ここで，C_K（$=0.09$）は係数，ε は乱れエネルギーの散逸率，P_K は乱れの生成項であって次式で表される．

* 正会員　工博　電力中央研究所　FBR 部
** 正会員　工修　電力中央研究所　水理部

$$P_k=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\left(-\overline{u_iu_j}\frac{\partial\bar{U}_i}{\partial x_j}\right) \quad \cdots\cdots(5)$$

e) 乱れエネルギーの散逸率 ε の輸送方程式

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\sum_{i=1}^{3}\bar{U}_i\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_i}=\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_i}\left\{\left(\nu+C_\varepsilon\frac{k^2}{\varepsilon}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_i}\right\}+C_{\varepsilon1}\frac{\varepsilon}{k}P_k-C_{\varepsilon2}\frac{\varepsilon^2}{k} \quad \cdots\cdots(6)$$

ここで，$C\varepsilon$ (=0.075), $C\varepsilon_1$ (=1.44), $C\varepsilon_2$ (=1.90) は係数である．

f) レイノルズ応力，乱流熱フラックスの方程式

$$-\overline{u_iu_j}=\varepsilon_M\left(\frac{\partial\bar{U}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\bar{U}_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}k\delta_{ij} \quad \cdots\cdots(7)$$

$$-\overline{u_i\theta}=\varepsilon_H\frac{\partial\bar{\Theta}}{\partial x_i} \quad \cdots\cdots(8)$$

ここで，添字 i と j は 1, 2 ならびに 3 の組合せ，δ_{ij} はクロネッカーのデルタ，ε_M は渦動粘性係数，ε_H は乱流熱拡散係数である．

牛島・守屋 (1988) は温度成層流の乱流計測を行ない，乱流拡散係数や乱流プラントル数に対する成層度の影響について検討を行なっている．その結果を用いると，式 (7), (8) 中の渦動粘性係数と乱流熱拡散係数はそれぞれ次のように表される．

$$\varepsilon_M=C_\nu f_b\frac{k^2}{\varepsilon} \quad \cdots\cdots(9)$$

$$\varepsilon_H=\frac{\varepsilon_M}{p_{rt}} \quad \cdots\cdots(10)$$

ここで，C_ν (=0.09) は係数，P_{rt} は乱流プラントル数，f_b は ε_M に対する成層度の影響を表すパラメータであって，次式で表される．

$$f_b=\frac{1}{1+0.2B_L} \quad (B_L\geqq 0) \quad \cdots\cdots(11)$$

ここで，B_L は Launder (1975) によって提案された成層度の強弱を表すパラメータであって，次式で定義される．

$$B_L=\beta g\left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^2\frac{\partial\bar{\Theta}}{\partial z} \quad \cdots\cdots(12)$$

また，乱流プラントル数も B_L の関数として次式で表される（牛島・守屋，1988）．

$$\frac{1}{P_{rt}}=\frac{1.6}{1+0.24B_L} \quad (B_L\geqq 0) \quad \cdots\cdots(13)$$

なお，$B_L<0$ となる場合は式 (11), (13) 中で $B_L=0$ とした関係式を用いる．

(2) 基礎式の解析方法

数値解析は有限差分法 (FDM) に基づいている．基礎式中の非線形項の解法には特性曲線法を用いる（牛島，1989）．運動方程式は時間について Semi-Implicit 法により差分化する．運動方程式と連続式から導かれる圧力のポアソン方程式の解法には前処理付きの双対共役勾配法 (MILUBCG 法)（日本物理学会編，1988）を用いる．

なお，海底付近の流速についてはノンスリップ条件とスリップ条件で試算し，実験データと比較した結果，計算メッシュが粗いと前者の計算流速が過小となるため，後者すなわちスリップ条件を仮定することとした．

2.2 洗掘計算の方法

洗掘の計算では，掃流砂量と浮遊砂量から砂の連続式を介して砂面高さの変化を求めた．洗掘計算の基礎式を以下に示す．

(1) 砂の連続式

$$\frac{\partial B}{\partial t}+\sum_{i=1}^{2}\frac{\partial q_i}{\partial x_i}=0 \quad \cdots\cdots(14)$$

ここで，B は砂面の高さ，q_1, q_2 は砂の移動量の x_1 方向成分と x_2 方向成分であって，さらにそれが次式のように掃流砂量と浮遊砂量の和で表される．

$$q_i=q_{Bi}+q_{Si} \quad \cdots\cdots(15)$$

ここで，添字 i は 1 と 2, q_{B1}, q_{B2} は掃流砂量の x_1 方向成分と x_2 方向成分，q_{S1}, q_{S2} は浮遊砂量の x_1 方向成分と x_2 方向成分である．

(2) 掃流砂量算定式

掃流砂量算定式には種々のものがあるが，ここでは芦田ら (1978) の式を用いた．

$$\frac{q_B}{(sgd^3)^{1/2}}=12\tau_*^{3/2}\left(1-0.85\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right)\left(1-0.92\frac{u_{*c}}{u_*}\right) \quad \cdots\cdots(16)$$

ここで，q_B は単位時間，単位幅当たりの掃流砂量，その方向は底面の平均流速と同じ，s は砂の海水中における比重，d は砂の粒径，τ_* は無次元掃流力，τ_{*c} は無次元の限界掃流力，u_* は底面摩擦速度，u_{*c} は限界底面摩擦速度であって，s, τ_* ならびに τ_{*c} は次式で定義される．

$$s=\frac{\sigma}{\rho}-1 \quad \cdots\cdots(17)$$

$$\tau_*=\frac{u_*^2}{sgd} \quad \cdots\cdots(18)$$

$$\tau_{*c}=\frac{u_{*c}^2}{sgd} \quad \cdots\cdots(19)$$

ここで，σ は砂の密度，ρ は海水の密度である．限界底面摩擦速度 u_{*c} は岩垣 (1956) の式で求めた．

底面摩擦速度 u_* は乱流境界層外縁の流速を用いて 1/7 乗則（例えば岩佐，1980）に基づく次式で求めた．

$$u_*=A_1\left\{\frac{\nu(\bar{U}_{1L}^2+\bar{U}_{2L}^2)^{7/2}}{x_{3L}-B}\right\}^{1/8} \quad \cdots\cdots(20)$$

ここで，$\bar{U}_{1L}$, $\bar{U}_{2L}$ は底面に一番近い計算点の x_1 方向と x_2 方向の平均流速，x_{3L} はその計算点の x_3 座標，A_1 は係数であって滑面管路内では 0.15 であるが（例えば岩佐，1980），試算の結果 0.375 とした．

式 (20) で u_*, 式 (16) で q_B を求め，次式で q_{B1},

q_{B2} を計算する.

$$q_{Bi}=\frac{\bar{U}_{iL}}{\sqrt{\bar{U}_{1L}^2+\bar{U}_{2L}^2}}q_B \quad\cdots\cdots(21)$$

ここで，添字 i は1と2である.

（3）浮遊砂量算定式

浮遊砂の輸送過程は次式で表される.

$$\frac{\partial\bar{C}}{\partial t}+\sum_{i=1}^{3}(\bar{U}_i-f_i w_0)\frac{\partial\bar{C}}{\partial x_i}=\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_i}\cdot\left(\lambda\frac{\partial\bar{C}}{\partial x_i}-\overline{u_i c}\right) \quad\cdots\cdots(22)$$

ここで，$\bar{C}$ は平均浮遊砂濃度（質量濃度），w_0 は砂の沈降速度，λ は浮遊砂濃度に関する分子拡散係数，c は浮遊砂濃度の変動である.

準定常状態を考え，また，分子拡散が乱流拡散に比較して無視できるとすると，上式は次のようになる.

$$\sum_{i=1}^{3}(\bar{U}_i-f_i w_0)\frac{\partial\bar{C}}{\partial x_i}=\sum_{i=1}^{3}\left(-\frac{\partial}{\partial x_i}\overline{u_i c}\right) \quad\cdots\cdots(23)$$

さらに，浮遊砂の乱流拡散係数 ε_s を用い，鉛直方向の濃度勾配が卓越すると考えると上式は次のようになる.

$$(\bar{U}_3-w_0)\frac{\partial\bar{C}}{\partial x_3}=\frac{\partial}{\partial x_3}\left(\varepsilon_s\frac{\partial\bar{C}}{\partial x_3}\right) \quad\cdots\cdots(24)$$

鉛直方向の平均流速が砂の沈降速度に比べて十分小さく，また，乱流シュミット数を1と仮定し，浮遊砂の乱流拡散係数 ε_s が乱流拡散係数 ε_M で置き換えられるとすると，上式を x_3 で1回積分して次式が得られる.

$$-w_0 C=\varepsilon_M\frac{\partial\bar{C}}{\partial x_3} \quad\cdots\cdots(25)$$

さらに，上式を海底（$x_3=B$）からある高さまで積分することによってその高さの浮遊砂濃度が次式の形で得られる.

$$\bar{C}(x_3)=C_0\exp\left(-\int_B^{x_3}\frac{w_0}{\varepsilon_M}dx_3\right) \quad\cdots\cdots(26)$$

ここで，C_0 は底面のごく近傍の浮遊砂濃度である.

浮遊砂量は浮遊砂濃度と平均流速の積を海底から海面（$x_3=S$）まで積分した次式で得られる.

$$q_{si}=\int_B^S\frac{\bar{U}_i\bar{C}}{\sigma(1-\gamma)}dx_3 \quad\cdots\cdots(27)$$

ここで，添字 i は1と2，γ（=0.4）は砂の空隙率である.

底面近傍の浮遊砂濃度 C_0 の算定法には種々のものがあるが，ここでは Lane・Kalinske の式（土木学会編，1985）を用いた.

$$C_0=5.55\,\Delta F(w_0)P_*^{1.61} \quad\cdots\cdots(28)$$

$$P_*=\frac{1}{2}\frac{u_*}{w_0}\exp\left(-\frac{w_0^2}{u_*^2}\right) \quad\cdots\cdots(29)$$

ここで，ΔF（w_0）は沈降速度 w_0 の砂粒の含有率である．均一な砂では 100% である.

3. 実験結果との比較

庄子（1984）と佐々木ら（1990）の実験結果と海底洗掘予測手法による計算結果を比較して予測手法の妥当性を検討した．以下に，3次元流動実験（庄子，1984），2次元洗掘実験（佐々木ら，1990）ならびに3次元洗掘実験（庄子，1984）の結果との比較を示す.

3.1 3次元流動実験との比較

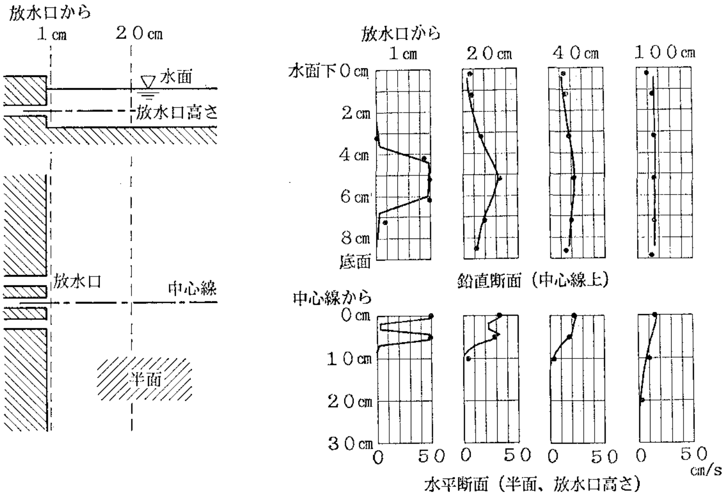
幅 116 cm，長さ 235 cm，深さ 10 cm の水槽に温度差 7°C の温水を円管3本から放流した3次元固定床流動実験の結果と計算結果を比較した．管の内径は 2.7 cm，放水口の間隔は 5 cm，放水口の中心高さは水面下 5.2 cm，放流流速は 50 cm/s である．この実験諸元は現地の 1/100 程度のスケールである．図—1 の右部分に放流方向の水平流速の実験値を黒丸で，同じく計算値を曲線で示した．上段が放流の中心線上の鉛直分布，下段が放水口高さの水平分布である．鉛直分布，水平分布とも左から順番に放水口から放流方向へ 1 cm，20 cm，40 cm，100 cm 離れた地点の断面である．水平分布は放水口に向かって左半分が示されている．図—1 の左部分には放水口付近の鉛直断面と水平断面の概念図を示した．実験の流速と計算の流速は鉛直分布，水平分布ともに良く一致している.

3.2 2次元洗掘実験との比較

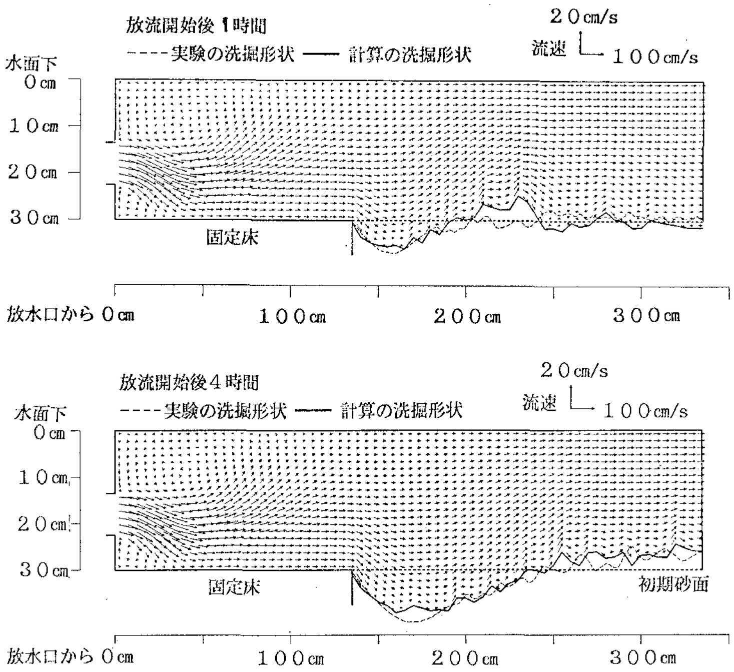
幅 70 cm，深さ 100 cm，長さ 26 m の水路の中に砂を敷き，上流端の放水口から常温水を放流した2次元移動床洗掘実験の結果と計算結果を比較した．ただし，放水口から 130 cm 下流までは洗掘防止工を想定した固定床である．砂の粒径は 0.2 mm，砂層の厚さは 60 cm，水深は 30 cm である．放水口は高さ 9 cm，幅は水路幅と同じ 70 cm の長方形，放水口の中心高さは水面下 17.3 cm，放流流速は 90 cm/s である．この実験諸元は現地の 1/30 程度のスケールにあたるが，底質は現地スケール程度である．図—2 に放流開始後1時間と4時間の実験結果と計算結果を比較して示した．矢印が流速ベクトルの計算値，点線が初期砂面，破線が実験の洗掘形状，実線が計算の洗掘形状である．実験と計算の洗掘過程と洗掘形状は微地形を除いて良く一致している．なお，計算において浮遊砂量は掃流砂量の 1/10 程度であった.

3.3 3次元洗掘実験との比較

幅 8.5 m，長さ 9 m，深さ 70 cm の水槽の中に砂を敷き，常温水を円管3本から放流した3次元移動床洗掘実験の結果と計算結果を比較した．砂の粒径は 0.2 mm，砂層の厚さは約 10 cm，砂面勾配は 1/200，水深は約 45 cm である．放水口の内径は 13.4 cm，放水口の間隔は 25 cm，放水口の中心高さは水面下 26 cm，放



図—1 3次元流動実験との比較



図—2 2次元洗掘実験との比較

流流速は 111 cm/s である．この実験諸元は現地の 1/20 程度のスケールである．図—3 に放流開始後30分の砂面の平面形状について実験結果と計算結果を比較して示した．右半面が実験結果，左半面が計算結果で，一点鎖線が放流中心線である．中央の下部に放水口が描かれている．コンターは放水口地点の初期砂面を基準とした砂面高（単位は cm）である．実験結果と計算結果の洗掘位置，洗掘広さ，洗掘深さがほぼ一致し，洗掘に関する本解析法の妥当性が認められる．ただし，洗掘形状と堆積位置については実験結果と計算結果が一致していない．特に，実験では3管で放流しているにもかかわらず洗掘孔が2つになっている．

4. まとめ

本研究で得られた結果を以下にまとめる．

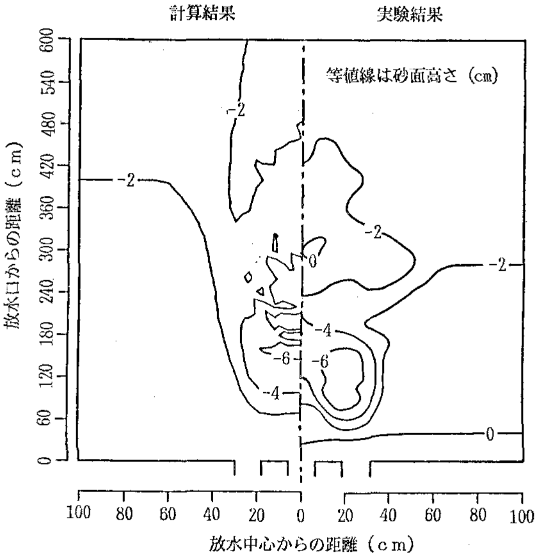
（1）底面流速にスリップ条件を与え，$k-\varepsilon$ 乱流モデ

ルを用いることによって水中放流された温排水の放水口近傍の流動を精度良く計算できることがわかった.

（2）乱流モデルを用い，かつ流動と地形変化の相互作用を考慮した海底洗掘予測手法を開発した．この手法を適用すれば，水中放流された温排水による海底洗掘の洗掘位置，洗掘広さ，洗掘深さをかなりの精度で予測できることがわかった.

なお，今後は海底洗掘予測手法の現地適用性を検討していきたい.

最後に，実験結果を提供してくださった東北電力株式会社電力技術研究所の氏家久芳氏と佐々木明氏に厚く感謝します.



図—3 3次元洗掘試験との比較

参考文献

芦田和男・高橋　保・水山高久（1978）：山地河川の掃流砂量に関する研究，新砂防，No. 107, pp. 9～17.

岩垣雄一（1956）：限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文集，第41号，pp. 1～21.

岩佐義朗（1980）：水理学，朝倉書店，p. 67.

牛島　省・守屋祥一（1988）：2方程式乱流モデルの成層流への適用性，電力中央研究所報告，No. U87070, 19p..

牛島　省・清水隆夫・佐々木明・瀧澤靖彦（1990）：温排水の水中放流による局所洗掘現象の予測手法の開発，電力中央研究所報告，No. U 89047, 63p.

佐々木明・瀧澤靖彦・清水隆夫（1990）：水中放流による放水口前面の洗掘について，土木学会東北支部技術研究発表会予講集，pp. 200～201.

庄子　隆（1984）：能代火力発電所冷却水放流設備の検討，東北電力株式会社総合研究所，依頼研究報告，No. 84011, 45p..

土木学会編（1985）：水理公式集，p. 227.

日本物理学会編（1988）：スーパーコンピュータ，培風館，278 p.

和田　明・片野尚明・荒木　洋（1986）：3次元数理モデルによる排水プルームの挙動解析（単一放流管の場合），電力中央研究所報告，No. 378031, 37p.

和田　明・荒木　洋（1986）：冷却水放水口近傍での高温領域拡散予測手法の開発，電力中央研究所報告，No. 385034, 37p.

Launder, B. E. (1975): On the effects of a gravitational field on the turbulent transport of heat and momentum, J. Fluid Mech., Vol. 67, pp. 197～202.