

水面波上の風の場の数値計算

藤間 功 司*・正 宝 敏 彦**・林 建 二 郎***・重 村 利 幸****

1. はじめに

風波の発達とは古くから研究されている重要な問題であるが、風波の発達機構はもちろん、発達機構の議論に必要な風の場の風速分布や乱れ分布でさえ十分に解明されているとは言えない。これは、現地観測において詳細な風速分布の測定が困難であること、また風速分布が波のサイズに大きく関係するため水理実験で現地規模の現象を再現するのが難しいことに起因する。したがって、風の場を把握するには数値実験が適していると考えられ、層流モデルを用いた日野・片岡 (1970) の先駆的な研究や、Gent & Taylor (1976) による 1 次方程式乱流モデルを用いた計算などが行なわれている。しかし、現地規模の風の場を再現し、精度のよい水面の抵抗係数を求めるには、支配方程式や計算方法に関して十分な検討が必要であろう。

波と風の条件に様々な組合せが考えられるため、計算にはある程度の普遍性を持った方程式系を用いる必要があるが、現地規模の計算では格子数が多くなり、計算時間の制約を受け、あまりに高度な方程式系は使えない。そこで本報では、近年工学的手法として定着しつつある $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いた水面波上の風の流れの数値計算手法に関する検討を行なう。

2. 計算方法

波長 L 、波高 H の波の上に計算領域外縁風速 U_∞ の風が吹いているときの風の場を、底面近傍まで拡張された $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いて計算する。ただし、波とともに動く移動座標系を用いる。壁法則を用いなかったのは、波の場合、水表面流速が場所的に異なるため、壁法則をそのまま適応できないためである。したがって、現実と異なり、水面は滑面として扱われるが、境界条件は正しく入れることができる。計算領域の概略を図-1 に示す。

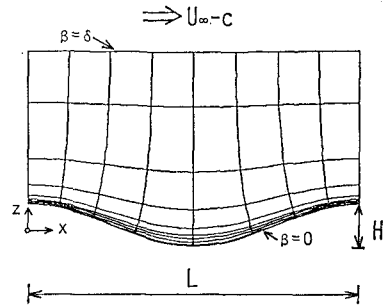


図-1 計算領域の概要

計算手順としては、佐藤ら (1985)、Aydin (1987) が砂漣上の振動流場の解析に用いた方法を採用した。すなわち、等角写像を用いて水面を底面とした直交曲線座標系 α, β に変換し、まず流関数 Ψ 、渦度 ζ 、乱れエネルギー k 、乱れエネルギー消散率 ε について解いて、計算が収束した後に圧力 p を求めた。座標変換には Tanaka (1986) の方法を用いた。支配方程式を以下に示す。

$$\frac{1}{J} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + (\Psi_\beta \zeta_\alpha - \Psi_\alpha \zeta_\beta) = [(\nu + \nu_t) \zeta_\alpha]_\alpha + [(\nu + \nu_t) \zeta_\beta]_\beta + S_\zeta \quad (1)$$

$$S_\zeta + (\zeta_\alpha \nu_{t\alpha} + \zeta_\beta \nu_{t\beta}) - (e_{11}' e_{11} + e_{12}' e_{12})/J \quad (2)$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial k}{\partial t} + (\Psi_\beta k_\alpha - \Psi_\alpha k_\beta) = [(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}) k_\alpha]_\alpha + [(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}) k_\beta]_\beta + S_k \quad (3)$$

$$S_k = (G - \varepsilon - D)/J \quad (4)$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\Psi_\beta \varepsilon_\alpha - \Psi_\alpha \varepsilon_\beta) = [(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}) \varepsilon_\alpha]_\alpha + [(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}) \varepsilon_\beta]_\beta + S_\varepsilon \quad (5)$$

$$S_\varepsilon = [\frac{\varepsilon}{k} (C_{1f_1} G - C_{2f_2} \varepsilon) + E]/J \quad (6)$$

$$J(\Psi_{\alpha\alpha} + \Psi_{\beta\beta}) = -\zeta \quad (7)$$

$$J(\varphi_{\alpha\alpha} + \varphi_{\beta\beta}) = (\zeta^2 - e_{11}^2 - e_{12}^2)/2 + e_{11}' e_{12} - e_{12}' e_{11} + 2J(\nu_{t\beta} \zeta_\alpha - \nu_{t\alpha} \zeta_\beta) \quad (8)$$

$$G = \nu_t(e_{11}^2 + e_{12}^2) \quad (9)$$

* 正 会 員 工 博 防衛大学校助手 土木工学教室

** 学生会員 防衛大学校理工学研究科

*** 正 会 員 Ph.D. 防衛大学校助教授 土木工学教室

**** 正 会 員 Dr. Eng. 防衛大学校教授 土木工学教室

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (10)$$

$$e_{11} = (J\Psi_\alpha)_\beta + (J\Psi_\beta)_\alpha \quad (11a)$$

$$e_{12} = (J\Psi_\beta)_\beta - (J\Psi_\alpha)_\alpha \quad (11b)$$

$$e_{11}' = (J\nu_{t\alpha})_\beta + (J\nu_{t\beta})_\alpha \quad (12a)$$

$$e_{12}' = (J\nu_{t\beta})_\beta - (J\nu_{t\alpha})_\alpha \quad (12b)$$

$$C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (13)$$

$$f_\mu = \exp[-3.4/(1+R_t/50)^2] \quad (14)$$

$$f_1 = 1.0, f_2 = 1 - 0.3 \exp(-R_t^2), R_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon} \quad (15a, b, c)$$

$$D = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial \beta} \right)^2, E = 2\nu \nu_t \left(\frac{\partial \zeta}{\partial \beta} \right)^2 \quad (16a, b)$$

水面 ($\beta=0$) と計算領域外縁 ($\beta=\delta$) における境界条件を、以下に示す。

$$\beta=0: \zeta = -\frac{2}{\beta_1^2} (J\Psi_1 - J^{1/2} u_w \beta_1), k = \varepsilon = \Psi = 0, \quad (17a, b, c, d)$$

$$\varphi_\beta = -\frac{1}{2} \frac{J_\beta}{J} u_w^2 + \nu \zeta_\alpha \quad (17e)$$

$$\beta=\delta: \zeta=0, \frac{\partial k}{\partial \beta} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \beta} = 0, J^{1/2} \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} = U_\infty - C,$$

$$\varphi=0 \quad (18a, b, c, d, e)$$

ただし、 $\varphi = p/\rho + \frac{2}{3}k$, $J = \partial(\alpha, \beta)/\partial(x, z)$ で、 ρ は空気の密度、 x, z はデカルト座標である。添字 α, β は座標 α, β による微分を表す。 ν_t は渦動粘性係数である。 C は波速、 u_w は水表面流速（すなわち、波動流速—波速）である。式 (17a) の β_1, Ψ_1 はもっとも水面に近い計算点での β, Ψ の値である。式 (17a) は底面近傍の Ψ を $\Psi = a\beta^2 + b\beta + c$ とおき、 $\beta=0$ で $\Psi=0$, $J^{1/2}\Psi_\beta = u_w$, $\beta=\beta_1$ で $\Psi_1 = a\beta_1^2 + b\beta_1 + c$ を満たすよう a, b, c を決め、式 (7) を用いると求められる。式 (17e) は β

方向の運動の式から得られる。各係数や関数には、Patel ら (1985) が 8 通りのモデルについて検討し、最も普遍性が高いと結論した Launder ら (1974) のモデルを用いた。

x 方向の境界条件には周期条件を用いた。

初期条件は、水面が平面の場合の分布を当てはめた。すなわち u_* を対数摩擦則から求め、流速分布 ($\beta^+ < 11.6$ で直線分布, $\beta^+ > 11.6$ では対数則 + wake function) から Ψ と ζ の分布を求めた。 k, ε の初期値には $\beta < 0.1\delta$ で次式を用い、 $\beta > 0.1\delta$ では次式の値から $\beta = \delta$ でゼロになる直線分布を与えた。

$$k^+ = \min(0.05 \beta^{+2}, 3.3) \quad (19a)$$

$$\varepsilon^+ = \min(0.025 \beta^+, 1/(\kappa \beta^+)) \quad (19b)$$

ただし、 $\beta^+ = u_* \beta / \nu$, $k^+ = k / u_*^2$, $\varepsilon^+ = \nu \varepsilon / u_*^4$ である。

計算が終了した後、底面に作用する摩擦抵抗 F_s と形状抵抗 F_D がそれぞれ次式から計算される。

$$F_s = \frac{1}{L} \int \tau_0 x_\alpha d\alpha, F_D = \frac{1}{L} \int p_0 z_\alpha d\alpha \quad (20a, b)$$

$$\tau_0 = \rho \nu J^{-1/2} (J^{-1/2} J_\beta u_w - \zeta_0), p_0 = \rho \varphi_0 \quad (21a, b)$$

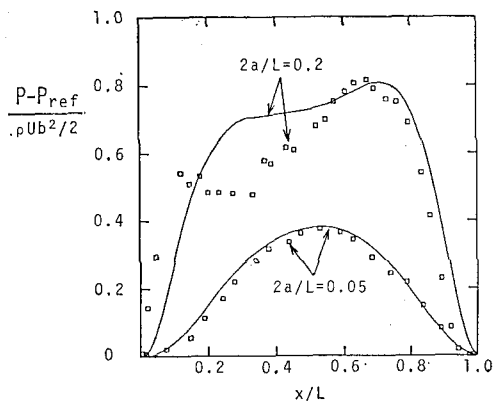


図-3 底面圧力分布の比較 (—: 計算値, □: 実験値)

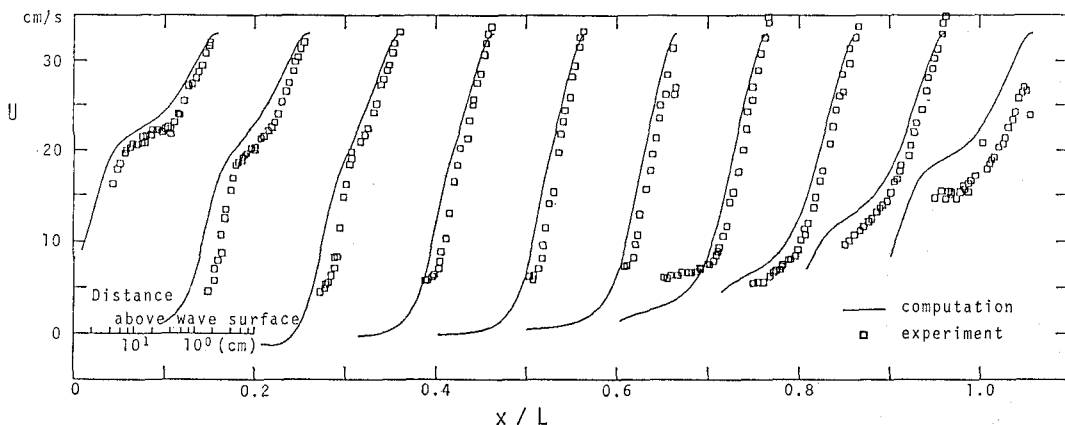


図-2 流速分布の比較 (—: 計算値, □: 実験値)

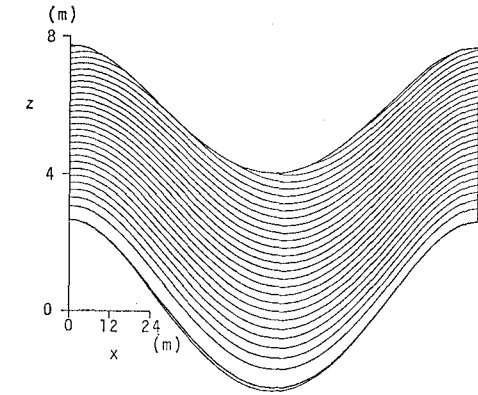
ただし、積分は水面に沿った積分、添字 0 は水面での値を表わす。また、 x, z 方向の流速 U, V はそれぞれ次式で計算できる。

$$U = J(\Psi_\beta x_\alpha - \Psi_\alpha x_\beta) \dots \dots \dots (22, a)$$

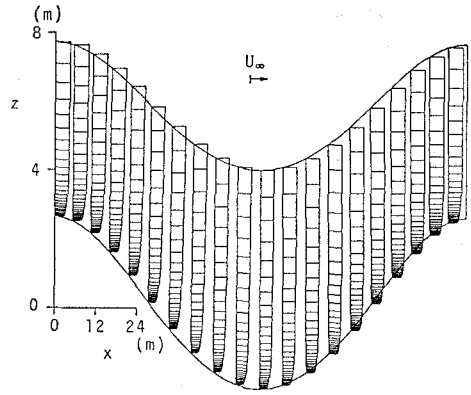
$$V = J(\Psi_\beta z_\alpha - \Psi_\alpha z_\beta) \dots \dots \dots (22, b)$$

3. 波状曲面上の流れの計算

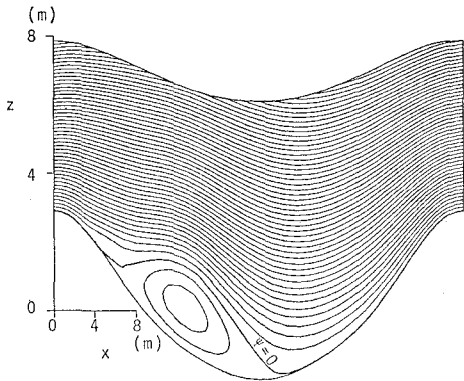
計算方法が適当であることを確認するため、Zilker ら (1979) の波状曲面固定床土の実験との比較計算を行った。この場合の方程式は、式 (1)–(21) において $C = u_w = 0$ としたものである。図-2 は $Re = 8000, 2a/L =$



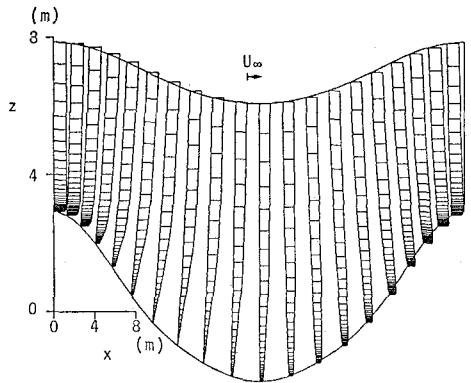
(a) Case A (コンター間隔 $2 \text{ m}^2/\text{s}$)



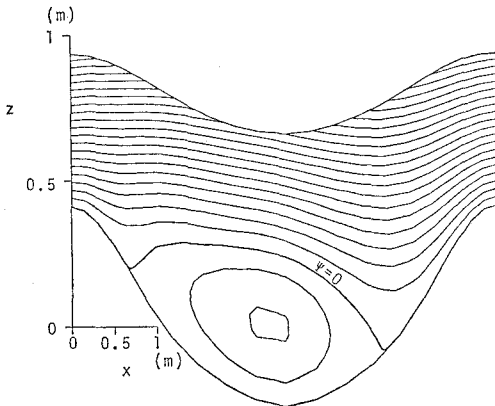
(a) Case A



(b) Case B (コンター間隔 $2 \text{ m}^2/\text{s}$)

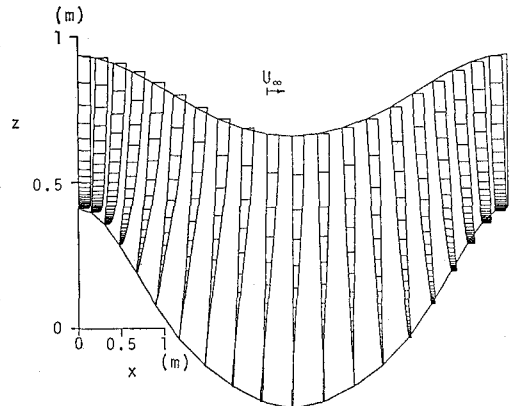


(b) Case B



(c) Case C (コンター間隔 $0.5 \text{ m}^2/\text{s}$)

図-4 流線



(c) Case C

図-5 流速分布

0.125 の場合の平均流速の比較である。ただし、 $Re = U_b h / \nu$ で、 U_b は波状曲面を平面に置き変えたときの断面平均流速、 $h (= 2.54 \text{ cm})$ は水路の高さの $1/2$ 、 a は波状曲面の振幅、 $L (= 5.08 \text{ cm})$ は波長である。計算条件は、実験値から $\delta = h$ 、 $U_\infty = U(h) = 0.33 \text{ m/s}$ と与えた。図から、平均流速に関しては、本計算がほぼ実験値を再現していることが分かる。

図-3 は $Re = 30000$ 、 $2a/L = 0.05$ および 0.2 の場合の底面圧力分布の比較である。計算条件は、いずれも $\delta = h$ 、 $U(h) = 1.35 \text{ m/s}$ と与えた。ただし、計算値を無次元化している流速は $2a/L = 0.05$ の場合の断面平均流速（計算値）である。図から、 $2a/L = 0.2$ の場合の $x/L = 0.2 \sim 0.6$ の範囲で実験と計算の結果がずれていることが分かる。これは、両者における剥離点のずれに起因している。（実験では $x/L = 0.1$ 、計算では $x/L = 0.3$ 付近で剥離が生じている。付着点は両者とも $x/L = 0.6$ 付近であり、一致している。）剥離点の不一致の原因として、本計算方法の精度の他に、実験では波状曲面による抵抗の増大により $U(h)$ が計算条件より小さくなっていることも考えられる。しかし、全般的にみれば、圧力分布に関しても本計算が実験値を再現していると言える。

したがって、水面波上の風速に関しても本研究で提案した計算手法で適切な計算が可能であると推定できる。

4. 水面波上の風場の計算

計算ケースは、表-1 に示す3ケースである。Case A は波形勾配の小さな場合、Case B は波形勾配の大きな場合、Case C は波形勾配が大きく、周期の非常に短い波の場合である。

水面の波形、 u_w, C などは Stokes 波の3次近似によ与えた。計算領域外縁では、管路流と同様、対称条件を課したため、wake function の影響が高さ 10 m の地点に及ばないように、計算領域外縁を 150 m とした。 β 方向の格子は水面付近で細かく、 ν/u_* 程度の大きさにし、徐々に大きくして最大で 2 m 程度とした。格子数は、Case A, B では α 方向が 42 、 β 方向が 151 、Case C では 21×151 とした。

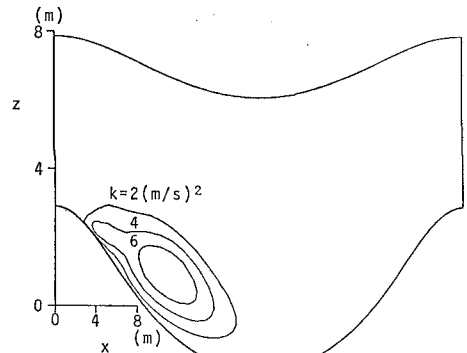
抵抗係数 C_{10} は、高さ 10 m の地点の風速 U_{10} を用いて $C_{10} = (u_* / U_{10})^2$ で定義した。 u_* は摩擦抵抗と形状抵抗の和から計算される摩擦速度である。

(1) 流速分布

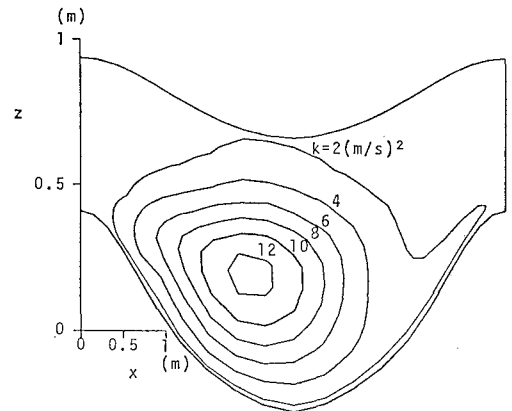
各ケースの水面付近の流線を図-4(a)~(c) に示す。また、空間に固定した座標からみた風速 $(U+C)$ の分布を図-5(a)~(c) に示す。Case A では波長が長いいため、風は波面に沿い波の山（谷）に対してほぼ対称に流れるが、波長の短い Case B, C では風の流れる非対称になる。図-5 を見ると、Case C では逆流域が存在し、

表-1 計算ケース

ケース	L (m)	H (m)	U_∞ (m/s)	U_{10} (m/s)	C_{10}
Case A	120	5	30	25.4	0.00081
Case B	40	5	30	26.2	0.0053
Case C	5	0.7	30	25.5	0.0062



(a) Case B (コンター間隔 $2 \text{ m}^2/\text{s}^2$)



(b) Case C (コンター間隔 $2 \text{ m}^2/\text{s}^2$)

図-6 乱れエネルギー分布

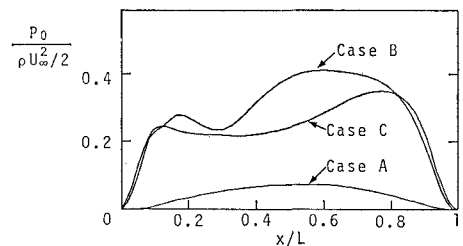


図-7 底面圧力分布

剝離が生じていることが分かる。Case B も逆流こそ生じていないが、限界に近い状態であり、Case C と同様。波頂背後の流速分布は混合層と似た形になっている。(Case B においても波の谷では水面流速が負になるため、厳密には逆流する薄い層が存在するが、底面付近で流速勾配がつねに正であり、剝離とは言えない。)ここでは、Case B, C に見られる混合層のような流速分布を持つ領域を混合層領域と呼ぶことにする。混合層領域は領域の大部分が波頂より下にあり、実験や実測で捉えるのは困難であろう。このことから波の上の風の場の把握に数値実験が有効であることが分かる。

(2) 乱れエネルギー

図-6(a), (b) に Case B, C の乱れエネルギーの分布を示す。図-5 と比較すると、乱れの大きな領域と、混合層領域がほぼ一致することが分かる。Case A では、乱れの大きな領域は底面近傍に限られ、これは本計算で水面を滑面として取り扱ったためと考えられる。

(3) 底面圧力分布の比較

各ケースの底面圧力分布を 図-7 に示す。Case A ではほぼ左右対称な分布となり、Case B, C では非対称な分布となる。図-5 と比較し、Case B, C で圧力がほぼ一定となる領域は混合層領域と一致することが分かる。したがって、混合層領域の有無が形状抵抗に重要な影響を及ぼすと言える。

(4) 水面の抵抗係数

本計算で得られた抵抗係数と本多・光易の実験式との比較を 図-8 に示す。Case A の抵抗係数は、界面活性剤を使用して風波の発生を抑制した場合の式に近い、これは水面を滑面としたためであると考えられる。混合層領域が形成される Case B, C では、形状抵抗の増大により界面活性剤を使用しない実験から決めた高風域の式よりさらに大きな値が得られた。また、図-7 で見られるように Case B, C では圧力分布にかなり差があるが、抵抗係数では 20% しか変わらない。このことから、すでに 図-3 で見たように本計算方法は剝離点の予測では精度が落ちるが、これは実用的にはあまり問題にならないと考えられる。

5. おわりに

本論文では底面まで拡張された $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた水面波上の風の場の数値計算手法を示した。本計算

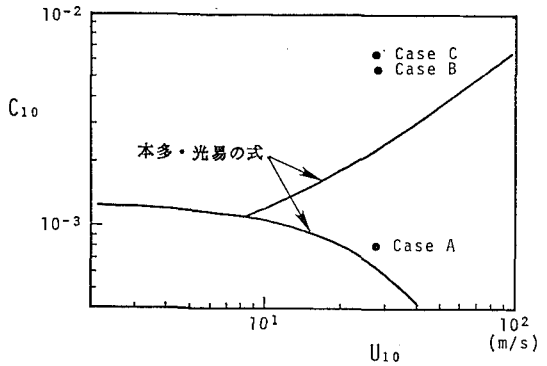


図-8 抵抗係数

方法は、剝離点の予測まで精度をよく行うことはできないが、実用的には十分供し得る。したがって、風波の発達に関する研究手段として有効であると考えられる。

謝辞：本研究を行うにあたり貴重なご助言を頂いた運輸省港湾技術研究所 後藤智明 海洋エネルギー利用室長に謝意を表します。

参考文献

- 佐藤慎司・上原啓史・渡辺 昇(1985): 乱流モデルによる砂礫上の振動流境界層の数値シミュレーション, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 26~30.
- 日野幹雄・片岡真二(1970): 波面上の風速分布に関する数値計算, 第17回海岸工学講演会論文集, pp. 9~14.
- Aydin, I. (1987): Computation and analysis of unsteady turbulent flow on flat bottom and over rigid ripples, doctor thesis of Tohoku University, pp. 72~79.
- Gent, P. R. and P. A. Taylor (1976): A numerical model of air flow above water waves, J. Fluid Mech., Vol. 77, part 1, pp. 105~128.
- Lauder, B. E. and B. I. Sharma (1974): Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc, Letter in Heat and Mass Transfer, Vol. 1, pp. 131~138.
- Patel, C., W. Rodi and G. Scheuerer (1985): Turbulent models for near-wall and low Reynolds number flows: A review, AIAA Jour., Vol. 23, No. 9, pp. 1308~1319.
- Tanaka, H. (1986): A Conformal mapping of a finite region bounded by wavy wall, Proc. of JSCE, No. 369/II-5, pp. 319~322.
- Zilker, D. P. and T. J. Hanratty (1979): Influence of the amplitude of a solid wavy wall on a turbulent flow. Part 2. Separated flows, J. Fluid Mech., Vol. 90, part 2, pp. 257~271.