

造波された多方向不規則波のコヒーレンスと方向スペクトル

平口博丸*・鹿島遼一**・池野正明*・田中寛好***

1. はじめに

多方向不規則波造波装置の造波特性は、発生波の方向スペクトルが目標値に一致するか否かにより評価される。しかし、多方向波は統計的・空間的な変動性を有するため、1回の計測でしかも1地点のみの方向スペクトル解析結果から造波機の特性を評価することには問題がある。

本研究は、著者らが電力中央研究所に導入したピストンタイプの不連続型造波機の造波特性を評価する目的で、多数の計測点で発生波のコヒーレンスやフェイズを求め、その周波数および空間に対する変動特性を把握すると共に、解析的に導かれる目標値や方向スペクトル解析結果と比較検討したものである。

2. 多方向不規則波のクロススペクトル

多方向不規則波の方向スペクトルは次の様な形で表現されることが多い。

$$S(f, \theta) = P(f) \cdot G(\theta; f) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 f は周波数、 θ は方向、 $S(f, \theta)$ は方向スペクトル、 $P(f)$ は周波数スペクトル、 $G(\theta; f)$ は方向関数である。方向関数としてはいくつかの標準型が提案されているが、代表的なものに光易型方向関数がある。

$$G_M(\theta) = \frac{1}{2\pi} \frac{(2s)!!}{(2s-1)!!} \left(\cos \frac{\theta - \theta_0}{2} \right)^{2s} \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 θ_0 は主波向き、 s は方向集中度を表すパラメータである。一般に、 s は周波数の関数として表される。

磯部ら(1984)は、水面波形に対する任意の波動量の複素伝達関数を用いて、方向スペクトルとクロススペクトルとの間の一般的な関係式を導いている。その関係式を用いると、光易型方向関数で表現された不規則波浪場のクロススペクトルは解析的に表すことができる。例えば、計測された2つの波動量がともに水面波形である場合、クロススペクトル $\Phi_{\eta_1 \eta_2}(f)$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \Phi_{\eta_1 \eta_2}(f) / P(f) &= [J_0(kR) + 2 \sum_{j=1}^{[s/2]} \frac{s! s!}{(s-2j)!(s+2j)!} \\ &\quad \cdot (-1)^j J_{2j}(kR) \cos(2j\delta)] \\ &\quad + i [2 \sum_{j=0}^{[(s-1)/2]} \frac{s! s!}{(s-2j-1)!(s+2j+1)!} \\ &\quad \cdot (-1)^j J_{2j+1}(kR) \cos\{(2j+1)\delta\}] \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

ここに、

$$\delta = \alpha - \pi - \theta_0 \dots \dots \dots (4)$$

であり、 α および R は2地点の相対距離ベクトル ($\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_m$) の方向と距離を表す。また、 k は波数、 $J_n(\)$ は n 次の第一種 Bessel 関数、 $[s/2]$ は括弧内の数を越えない正の整数を表す。

対象とする波動量が水面波形と流速 u 成分あるいは v 成分の場合についても同様にクロススペクトルを解析的に導くことができる(平口, 1990)。

水面波形観測点の1つを座標原点に置き、もう1つの観測点を平面内の種々の地点に動かすことにより、多地点間のクロススペクトルを式(3)から求めた。図-1は、 $\theta_0 = 0^\circ$ 、 $s = 10, 75$ とした場合について、コヒーレンス coh の平面分布とフェイズ θ_{xy} の同位相線 ($\theta_{xy} = 0^\circ$) を計算した一例である。主波向きに対して直角方向に波高計が並ぶ場合、距離に関するコヒーレンスの低下率は非常に大きく、 $s = 10$ の場合には0.8波長程度、 $s = 75$ の場合には2波長程度離れるとコヒーレンスの値は0.1以下となる。それに対し、主波向きの方向にはコヒーレンスの高い領域が広く分布し、コヒーレンスの低下率は最も小さい。同位相線は、 s が小さい場合には原点を中心とする円に近い分布型となるが、 s が大きい場合には主波向きに対して直角な方向に長く伸びた分布型となる。

3. 水理実験

(1) 実験設備

水理実験は、長さ35m、幅45m、深さ1.1mの平面水槽を有する外洋施設波浪実験設備で実施した。本実験設備は、24台の造波機と制御盤、1台の操作盤、およ

* 正会員 工修 (財)電力中央研究所 我孫子研究所 水理部
 ** 正会員 工修 (財)電力中央研究所 水理部主席専門役
 *** 正会員 工博 (財)電力中央研究所 水理部構造水理研究室長

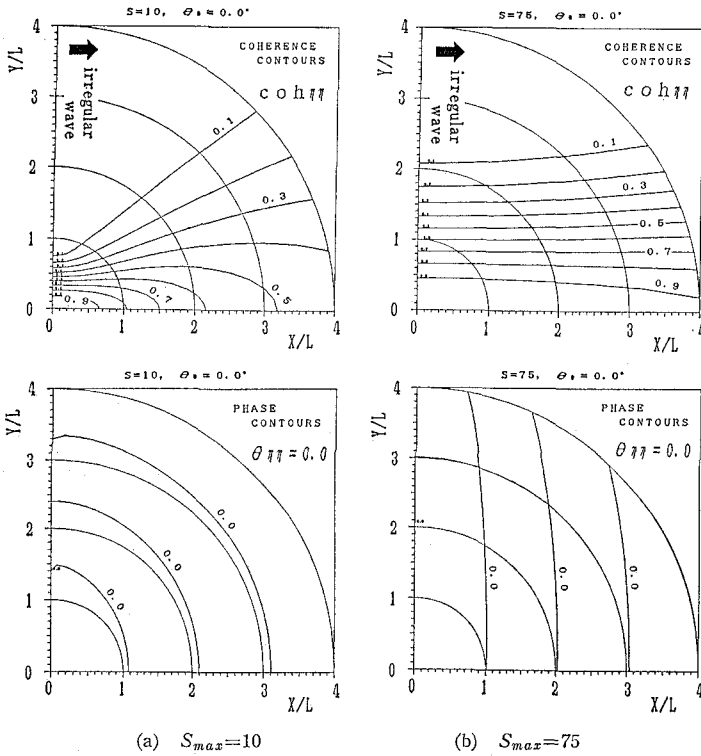


図-1 不規則波浪場のコヒーレンスとフェイズの空間分布

び計算機システムにより構成されている。多方向不規則波の造波機は、幅 40 cm の造波板24枚からなるピストンタイプの不連続型であり、造波機の総延長は 9.6 m である。造波機の制御方式は造波板位置制御および造波板前面の波形データをフィードバックする低反射制御の2種類が選択できる。

(2) 実験条件

$H_{1/3}=10$ cm, $T_{1/3}=1.0$ sec の多方向不規則波を対象とし、低反射制御方式により造波実験を行った。目標波の周波数スペクトルは Bretschneider—光易型、方向関数は光易型とし $s_{max}=10, 75$ の2種類、主波向きは造波機の並ぶ方向に対して直角方向とした。造波信号の作成には1024個の成分波を考慮したシングルサンメーション法を用いると共に、波向きおよび初期位相の設定に用いる一様乱数列を変化させることにより、同一波浪条件下で3種類の波を造波した。ここではこの3種類の波を W-1, W-2, W-3 と表すことにする。なお、各成分波の周波数はエネルギー等分割法により設定した。

クロススペクトルの空間分布を検討するため、図-2 に示す様に、11台の波高計 P1~P11 を 30 cm 間隔に直線状に配置し、水面波形を同時計測した。計測は P1 の波高計を中心にした No. 0~4 の5測線で実施した。以下では $s_{max}=75$ の実験ケースを case-A, $s_{max}=10$ を

case-B と呼ぶと共に、測線 No. 0 の実験ケースを case-A0 あるいは case-B0 などと記することにする。

その他、波高計 4 台の星型アレーによる方向スペクトル測定も実施した。アレーの基本長さは 50 cm である。

これら実験時の波の計測時間は約 6.8 分、サンプリング時間間隔は、 $\Delta t=0.05$ sec、データ数は $N=8192$ とした。

(3) データ解析方法

同時計測された P1~P11 のデータからクロススペクトルを計算した。スペクトル解析には FFT 法を用い、 $\Delta t=0.2$ sec および $N=2048$ とした。この時の周波数分解能は、 $\Delta f=0.00244$ Hz である。クロススペクトルの平滑化には Hanning のデジタルウィンドウを用いた。この平滑化を用いた場合の有効バンド幅 b_e は、ウィンドウ作用回数が10以上になると、次式で良く近似される。

$$b_e=2.51 \sqrt{n} \Delta f \dots \dots (5)$$

ここに n はウィンドウの回数である。本研究では、有効バンド幅が約 $15 \Delta f$ と成るように、ウィンドウ回数は40回とした。

クロススペクトルの解析では、乱数列の異なる W-1 ~ W-3 の波の他に、これら3種類の波のアンサンブル平均も計算した。ここで言うアンサンブル平均とは、同一地点で求められた3種類の生のクロススペクトルを平

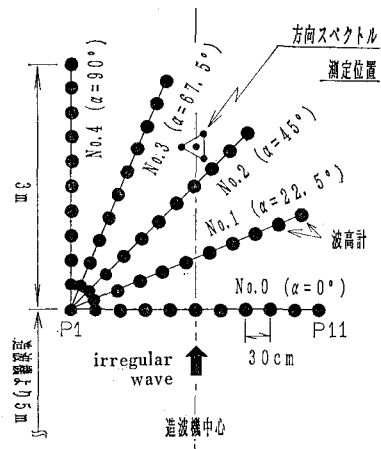


図-2 波浪の計測方法

均し、平均されたクロススペクトルをスペクトルウィンドウにより平滑化することを言う。

方向スペクトルの解析は、磯部ら (1984) の拡張最尤法 (EMLM) および橋本 (1987) のベイズ型モデル (BDM) の2種類を用いた。

4. 実験結果

(1) クロススペクトルの収束性

推定誤差の少ないクロススペクトル値を求めるためには、生のクロススペクトルを平滑化する必要がある。図-3 は、case-B2 の測点 (P1-P3) のピーク周波数 f_p ($=0.95/T_{1/3}$) を対象とし、coh, θ_{xy} および平均パワー P の収束性を比較した一例である。横軸は有効バンド幅であり、図中の $\wedge$ の記号は造波時に目標とした真値を示す。また、 P はクロススペクトルを計算する2地点の平均として定義した。この図より、波向きや初期位相を設定する際の乱数列の種類によりクロススペクトルの収束性および収束値は変化することが分かる。一方、アンサンブル平均の結果は収束性が良く、 $b_e=10\sim 15$ 程度でも安定した推定値が得られることが分かる。

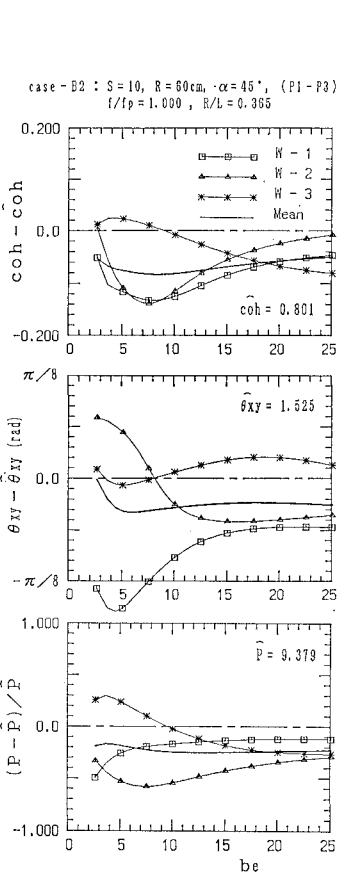


図-3 クロススペクトルの収束性

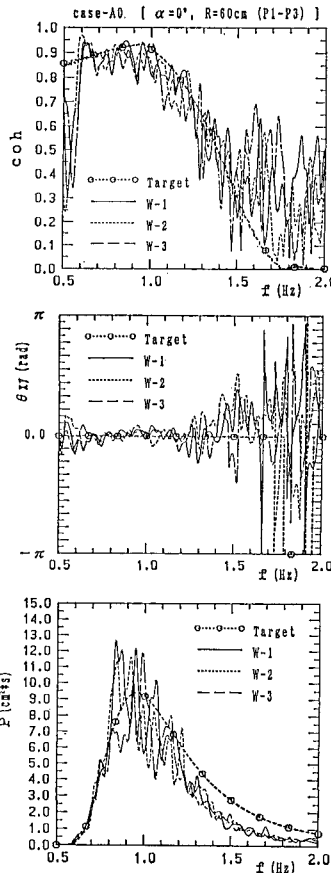


図-4 クロススペクトルの周波数変化

(2) コヒーレンスの周波数変化

図-4 は、case-A0 の (P1-P3) の場合について、クロススペクトルの周波数方向変化を目標値と比較したものである。W-1~W-3 のコヒーレンスが完全に一致することは無く、各々に推定誤差が含まれているが、平均的には目標値に近い値となっている。また、フェイズの理論値は一部の周波数を除いて $\theta_{xy}=0^\circ$ となるが、実験結果も目標値に近くなっている。なおパワーの推定値は、1 Hz 以上の高周波側では目標値よりも小さくなっている。

図-5 は、case-A2 の P1-P2, -P4, -P6 の場合について、アンサンブル平均の結果と目標値とを比較したものである。 $f=0.8, 1.0, 1.2$ Hz における coh の結果は、目標値によく一致しているが、 $f=0.7, 0.9, 1.1$ Hz 付近では coh の値が低下しており、目標値との対応はあまり良くない。ただし、この様な傾向は、測定場所が (P1-P2), (P1-P4), (P1-P6) へと変わっても変化していない。

図-6 は、case-B0 の (P1-P2) を対象として、アンサンブル平均結果と目標値を比較したものである。図中

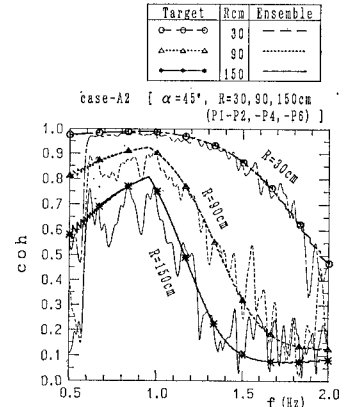


図-5 アンサンブル平均結果の一例 (case-A2)

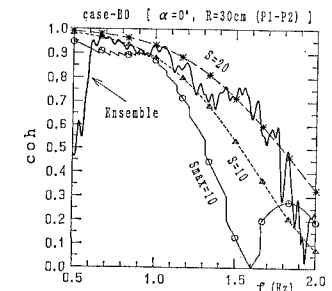


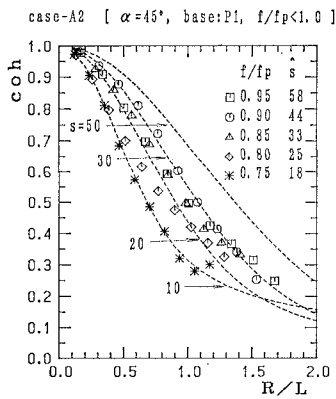
図-6 アンサンブル平均結果の一例 (case-B0)

の実線はアンサンブル平均結果、○印を実線で結んだものは $s_{\max}=10$ の時の目標値である。また、 Δ および * 印を点線および破線で結んだものは、方向集中度が周波数によって変化しない場合として $s=10, 20$ の理論値を参考のために示したものである。なお、目標値が周波数に対して不連続に変化しているのは、 s を整数で与えたためである。ピーク周波数 ($f_p=0.95$ Hz) 付近のコヒーレンスは目標値 $s_{\max}=10$ にほぼ一致しているが、それよりも高・低周波側の実験値は目標値よりも大きい。参考値として示した $s=10, 20$ の理論値によると、造波された波の方向集中度は、 f_p より低周波側で $s \approx 10$ 、高周波側で $s=10 \sim 20$ となっている。

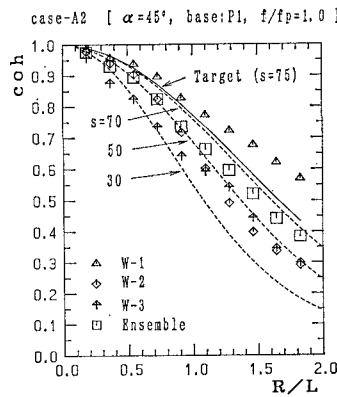
(3) コヒーレンスの空間変化

図-7 および 図-8 は、case-A2 および case-B2 の場合を対象として、アンサンブル平均結果の空間分布を示したものである。各図の (a) は f_p より低周波側 ($f/f_p=0.95 \sim 0.75$)、(b) は $f=f_p$ 、(c) は高周波

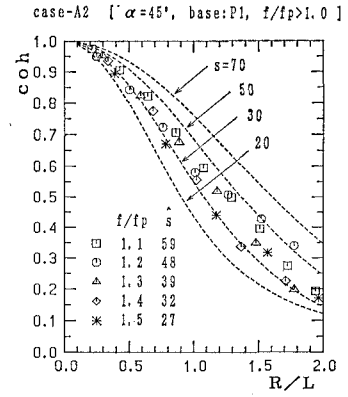
側 ($f/f_p=1.1 \sim 1.5$) での結果であり、図中の値 s は各周波数に対する目標方向集中度を表す。また図中の点線は、 $s=50, 30, 20, 10$ としたときの理論値を参考のために示したものである。なお、図 (b) には W-1~W-3 の結果も示されている。図-7 の場合、コヒーレンスの空間分布から判断すると、造波された波の方向集中度は全ての周波数で目標値の s よりも小さく、 f_p 付近で $s=50$ 前後である。ただし、ピーク周波数から離れるにしたがい方向集中度が低くなるという目標値の傾向は実験結果にも見られる。図-8 の場合、造波された波の方向集中度は目標値に近い値となっており、 f_p 付近で $s=8$ 前後、他の周波数でも $s=5 \sim 10$ 程度である。この実験結果は測点 P1 を基準として空間分布を示したものであるが、P11 を基準とした場合には、 f_p 付近で $s=17$ 前後、他の周波数では $s=10 \sim 20$ となっており、造波された波の方向集中度は目標値よりも若干大きくなっていた。なお、このような測定場所による違いは 図-9



(a) 低周波側

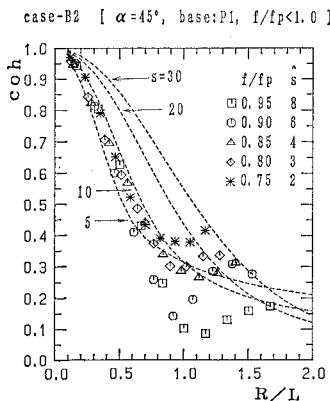


(b) ピーク周波数

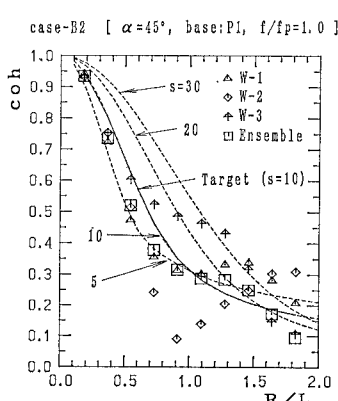


(c) 高周波側

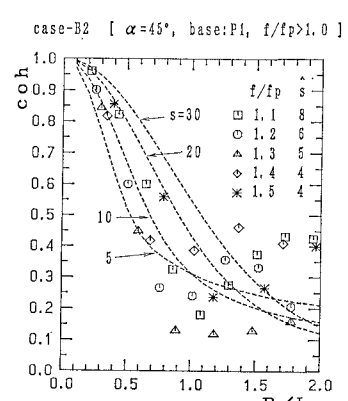
図-7 アンサンブル平均結果の空間分布 (case-A2)



(a) 低周波側



(b) ピーク周波数



(c) 高周波側

図-8 アンサンブル平均結果の空間分布 (case-B2)

についても若干見られた。

(4) 方向スペクトル

磯部・泉宮ら(1988)は、方向スペクトル解析結果から周波数毎の方向集中度 $\gamma(f)$ を求め、次式により光易型方向関数の方向集中度 s に換算している。

$$s = \left(\frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{\gamma^4} - \frac{3}{4} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (6)$$

アンサンブル平均されたクロススペクトルから方向スペクトルを求め、式(6)を用いて case-A および case-B の周波数毎の s を評価した。解析結果を図-9に示す。EMLM による方向スペクトルの解析結果は BDM に比べて方向分散性が大きく推定される傾向にある。図-9(b)に示す case-B の場合、BDM の解析結果の s は目標値よりも10程度大きく、図-8のコヒーレンスの空

間分布から予想される値とは相違している。ただし、方向スペクトルの測定位置に近い場所である P11 を基準としたコヒーレンスの空間分布結果は、前述したように、目標値よりも s にして約10大きく、図-9(b)の結果とよく一致している。このような場所的な相違はあるが、case-B の場合については目標とする波浪がほぼ造波されているものと判断される。

一方、図-9(a)に示す case-A の場合、コヒーレンスの空間分布から予想される方向集中度はピーク周波数付近で $s=50$ 前後であったが、BDM による解析結果では $s=27$ 程度にしかならない。この差は測定場所の違いだけでは説明できない。この原因としては以下のことが考えられる。方向スペクトルの解析は波高計間隔が数十cmと比較的狭い区間のデータ、即ち図-7で言えば R/L が 0.5 以下のデータを主に使用している。この区間内ではコヒーレンスの低下に伴う方向集中度 s の変化は激しいため、少しのコヒーレンスの低下が方向集中度を低く推定してしまう要因となることが考えられる。

5. まとめ

本研究の結果、造波機の造波特性を判断するにはアンサンブル平均が有効であることや、方向分散性の比較的大きな風波については実験水槽内で再現可能であることが分かった。しかし、方向集中度の大きなうねり性の波浪については、目標とする方向集中度を持つ波が造波されていなかった。特に、方向スペクトル解析結果の方向集中度とコヒーレンスの空間分布から予想される方向集中度との間に違いがみられた。これについては、造波機の総延長を約 20m と延ばし、一様な波浪場をより広く造波できるようにした状態で、詳しく検討する予定である。

参考文献

- 磯部雅彦・近藤浩右・堀川清司 (1984): 方向スペクトルの推定における MLM の拡張, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 173~177.
- 磯部雅彦・泉宮尊司・堀川清司・清水琢三・大下哲則・関本恒浩 (1988): 屈折・回折領域における波浪場の現地観測, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 108~112.
- 橋本典明 (1987): ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定, 第 34 回海岸工学講演会論文集, pp. 126~130.
- 平口博丸 (1990): 造波された多方向波のコヒーレンスと方向スペクトル, 電力中央研究所研究報告, (準備中).

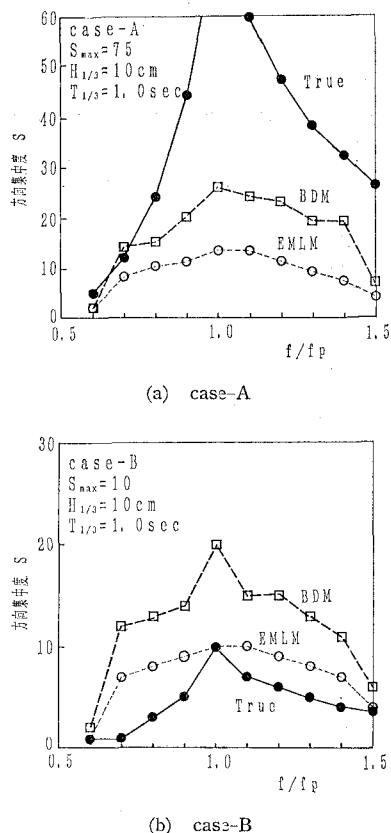


図-9 方向スペクトルから求められた方向集中度