

サンゴ礁海岸における波高分布推算法

筒井 茂明*・Don. P. Lewis**・長崎 雅哉***

1. 緒 言

港湾や沿岸域などの開領域での波の屈折・回折を考慮した種々の波高分算法が考えられている。基礎方程式としては楕円型の緩勾配方程式 (Berkhoff, 1972) 及びこの式を放物型に変換した方程式系 (Radder, 1979; 平口・丸山, 1986) が用いられる。これらを差分法で解こうとすると緩勾配方程式に対しては陰解法を用いねばならず、境界条件の設定に困難を伴う場合がある。後者はこの点を改良するために導入されたものであるが、適用に際しては座標系に対する特別な注意が必要である (磯部, 1985; Kirby, 1988)。

一方、有限要素法は本質的には差分法と等価なものであるが、この方法の優れた点は任意海岸地形と水深変化などの不均一性の取扱いが比較的容易なことである。特に、複雑な境界条件とか局所的に変数変化が急な場合に威力を発揮することが期待される。

波高分算に対する従前の有限要素モデルにおいては無限遠点を含む開領域を取り扱うため特殊な取扱いが行われている。すなわち、対象海域は有限要素モデルとなる海域とこれを取り囲む周辺海域とに2分され、後者における水深は一定と仮定される。また、無限遠点における幾何光学的な平面波に対する制約があり、現在取扱い可能なものは、入射波のみの場合と入射波と無限長の直線状完全反射壁からの反射波とが共存する場合の2ケースである。このような仮定あるいは制約は、外洋に存在する島のような場合に対しては何ら不都合は生じないが、沿岸域においては次のような問題点が存在する。

(1) 沿岸域においては、一般に海岸に沿って水深変化域が広がっているため、周辺海域における一定水深の仮定を満たすように海域を2分することは困難である。

(2) 海岸線での反射率についても、完全反射と考えられる場合はほとんど無く、上述の仮定と矛盾する。

さらに、有限要素法の適用に際しては次の点にも留意

する必要がある。

(3) 基礎式として緩勾配方程式が多用されるが、サンゴ礁海岸や港湾での浅瀬部分にみられるような水深急変部への適用可能性は未知である。

(4) 実務上の問題として、有限要素網の生成問題が挙げられる。沿岸域においては対象領域が広く、海岸・海底地形とも複雑で、全範囲にわたり有限要素網データを準備することは、多大な時間と労力を必要とする。

本研究では、上述の有限要素モデルにおける理論及び実務上の問題点を解決し、サンゴ礁海岸を含む沿岸開領域での波高分算法を提案する。

2. 基礎方程式と汎関数表示

有限要素モデルにおける開領域に対する種々の取扱い法の中で、ここでは計算時間と容量の節約が可能な境界解法 (Chen & Mei, 1975; Mei, 1983) を用いる。対象海域は、図-1に示すように半円の等深線 C で2領域 $\Omega, \bar{\Omega}$ に区分され、外部領域 $\bar{\Omega}$ での水深は一定と仮定される。また、水深変化領域 Ω を取り囲む閉曲線は、一般に陸側境界 B 、海側境界 C 及び後述する不連続部境界 D で構成される。なお、ここでは Chen & Mei の解法を用いているので、海側境界 C として円弧を用いているが、一般的には任意曲線を用いることができる。

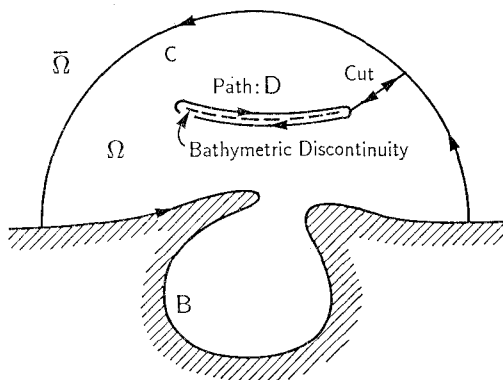


図-1 有限要素モデル海域の定義

* 正会員 工博 琉球大学助教授 工学部土木工学科

** Director, Centre for Water Research, University of Western Australia

*** 正会員 工修 鹿児島県庁

領域 Ω での支配方程式である緩勾配方程式は次式で表わされる。

$$\nabla \cdot (cc_g \nabla \eta) + (c_g/c)\sigma^2 \eta = 0 \quad (1)$$

ここに、 $\nabla: (x, y)$ —水平面での微分演算子、 η : 水面変位、 σ : 角周波数、 c : 波速、 c_g : 群速度である。速度ポテンシャル Φ は次式で定められる。

$$\Phi = \frac{ig\eta}{\sigma} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{i\sigma t} \quad (2)$$

ここに、 z : 静水面に原点を置く鉛直座標、 t : 時間、 g : 重力加速度、 h : 局所水深、 k : 波数、 i : 虚数単位である。

境界条件は以下のようになる。外部領域 $\bar{\Omega}$ での支配方程式は一定水深の仮定により Helmholtz 方程式となるので、そこでの級数解を求めることができる。境界解法では、この級数解と内部領域 Ω における有限要素解とが等深線境界 C 上で結合される。この境界条件は、水面変位及び流速の連続条件として次式で与えられる。

$$\eta, \frac{\partial \eta}{\partial n}: C \text{ 上で連続} \quad (3)$$

ここに、 n は外向き法線である。また、陸側境界 B での波の反射は次のように評価される。境界での外向き法線方向の水粒子速度は次式 (Bettess & Zienkiewicz, 1977) で与えられる。

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_B = -\frac{\alpha}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (4)$$

ここに、 α は無次元パラメータで、完全反射のときには0、完全消波のときには1であって、 α と反射率 r との間には $\alpha = (1-r)/(1+r) \cdot \sin \theta$ (θ : 反射壁に対する波の入射角) なる関係がある。式(4)に式(2)を代入し水深平均を行うと、反射壁前面の海底勾配の影響を考慮した境界条件式(5)が得られる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial n} = \left(-i\alpha + \frac{\tanh kh}{1 + \cosh kh} \cdot \frac{\partial h}{\partial n} \right) k\eta \quad (B \text{ 上}) \quad (5)$$

支配方程式(1)、境界条件式(3)、(5)に対する汎関数は次式である。

$$J = J_1 + J_2 + J_3 \quad (6)$$

$$J_1 = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \left\{ cc_g (\nabla \eta)^2 - \frac{c_g}{c} \sigma^2 \eta^2 \right\} dx dy \quad (7.1)$$

$$J_2 = \int_C cc_g \left\{ \left(\frac{1}{2} \bar{\eta}^s - \eta^s \right) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial n} - \frac{1}{2} \bar{\eta}^s \frac{\partial \eta^s}{\partial n} \right\} ds \quad (7.2)$$

$$J_3 = - \int_B \frac{1}{2} \sigma c_g \left\{ -i\alpha + \frac{\tanh kh}{1 + \cosh kh} \cdot \frac{\partial h}{\partial n} \right\} \eta^2 ds \quad (7.3)$$

関数 J_1, J_2 はChen & Meiにより既に提示されている式であり、上添字 I, S はそれぞれ幾何学的平面波と散乱波を表し、 $\eta = \eta^I + \eta^S$ (領域 Ω)、 $\bar{\eta} = \eta^I + \bar{\eta}^S$ (領域 $\bar{\Omega}$)である。

次に、海域 Ω 内にステップ状の水深不連続部が存在する場合を考える。この境界条件として、波の浅水変形理論と同様に、水面変位及びエネルギーフラックスの連続条件を採用できることが以下のように証明される。エネルギーフラックスは定義により

$$W = \frac{\rho g}{2\sigma} cc_g \operatorname{Im} \left(\eta \frac{\partial \eta^*}{\partial n} \right) \quad (8)$$

となる。ここに、 Im 及び $*$ はそれぞれ虚数部及び共役複素数を表わしている。したがって、水深不連続部での境界条件を次式で表わすことができる。

$$\eta, cc_g \frac{\partial \eta}{\partial n}: D \text{ 上で連続} \quad (9)$$

しかるに、図—1に示すように不連続部に沿って切断を作り、それに沿う閉曲線 D を考えると、汎関数(6)において上式に関係する成分は、第一変分 δJ_1 から得られる線積分

$$\delta J^D = \int_D cc_g \frac{\partial \eta}{\partial n} \delta \eta ds \quad (10)$$

のみである。切断を対称軸とする合い隣の曲線上では法線ベクトルの方向が逆になるので第一変分 $\delta J^D = 0$ は境界条件式(9)の第2式を満たす。したがって、水面変位の連続性が保たれれば、水深不連続部での境界条件式(9)が成立する。

この境界条件は、水深が一定のときには式(3)と同値であること及び極限の場合として水深不連続部が消失する場合を考えれば、海域での境界条件として、一般に、水面変位の連続及びエネルギーフラックスの保存則が成立することを示している。緩勾配方程式がその成立条件を越えて良好な結果を与えることが知られているが、ここにその理由の1つがある。また、ステップ状の水深不連続部でなく海底勾配が急な場合にも、要素サイズを十分小さくすることにより、数値計算結果の高精度が期待される。

最後に、砕波については便宜的に次のように取り扱う。砕波点より沖側に仮想的な鉛直壁を考え、そこでの波の反射率を与えることにより境界条件(5)を用いる。

3. 有限要素モデルの設定

1.で述べた有限要素モデルの前提条件に起因する問題点(1)、(2)は図—2に示すように有限要素モデルを設定すれば解決される。

1)対象海域の一方に仮想壁(通常は x 軸)を置き、その方向を入射波の方向と平行にする。

2)他方にもまた入射波の方向と平行な仮想壁を設け、その沖側先端部は一定水深と仮定した等深線に達する地点まで延長する。また、他端は x 軸に達するように延長する(ここでは円弧を用いている)。

3)最後に、一定水深部を設けるために海側境界 C を置く。

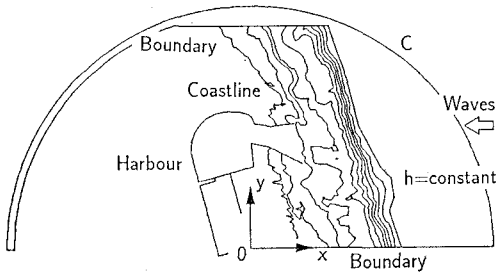


図-2 有限要素モデルの設定方法

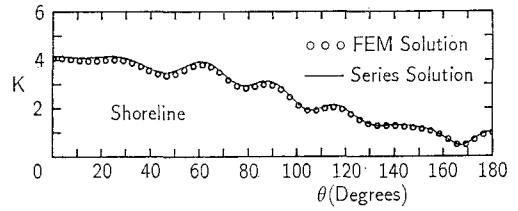


図-4 円形島汀線沿いの波高分布

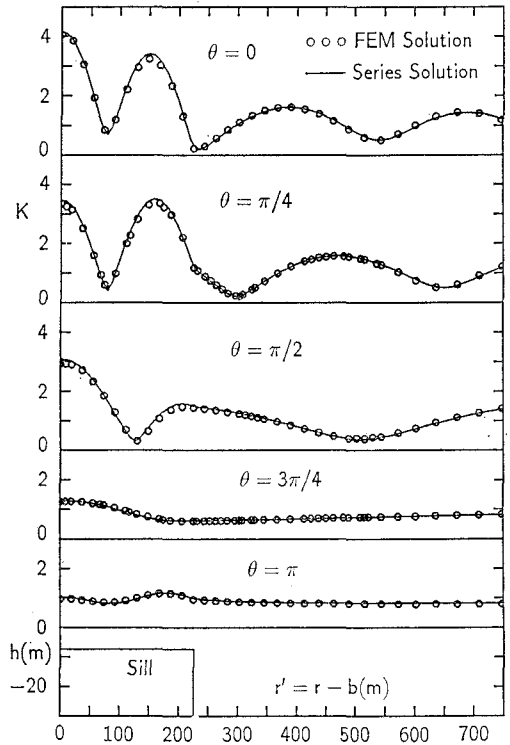


図-5 円形島周辺海域での波高分布

比較を行う。図-4, 5 はそれぞれ島の汀線沿い及び沖方向の波高分布を示すものである。ただし、 K は入射波高に対する波高比であり、周期は35秒、波は $\theta=0$ の方向から入射している。有限要素解と級数解は良く一致しているが、汀線沿い及びシル上の極大点付近での有限要素解による波高比がやや小さくなっている。これらの僅かな差異は級数解が線形長波理論に基づくことに原因があり、周期が長くなると消失する。したがって、水深不連続部における有限要素モデルの設定方法は妥当であると判断される。

5. 現地への適用例

本モデルは、西オーストラリア州南部のエスペランス港に適用された(Lewis ら, 1989)。図-6 はエスペラン

1)の結果、半平面 $y \geq 0$ に入射波のみが存在する波動場が得られる。また、これら仮想壁は、平面水槽における模型実験での水槽側壁あるいは消波工と見なすことができる。したがって、仮想壁及び陸側境界において波の反射率を設定すればよい。

海域 Ω 内に水深不連続部が存在する場合には次のように要素分割を行う必要がある。水面変位については通常のように要素分割を行えばその連続条件は必然的に満たされる。エネルギーフラックスの連続条件を満足するためには、法線ベクトルの方向が逆になるようにする必要がある。海底地形の要素分割において閉曲線 D 上の節点を切断に対して対称となるようにとる。実際には切断上にあたかも2重節点があるかのように考え、切断の左右の要素に応じた水深を採用すればよい。

最後の問題点(4)は、有限要素網の自動生成プログラムを開発することにより解決される。ここでは、この要素網生成ルーチン、有限要素解析ルーチン及び海底地形と波高分布の平面図・断面図の出力ルーチンを合わせた波浪解析システム(Tsutsui, 1989)を作成し、使用した。

4. 水深不連続部の取扱いに対する検証

前述の水深不連続部の取扱いを検証するため、図-3に示すように円形島をステップ状のシルが取り囲んでいる場合について、有限要素解と級数解(筒井, 1985)との

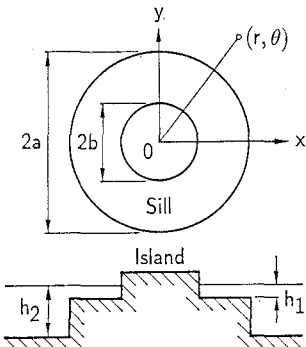


図-3 ステップ状のシルで囲まれた円形島
($h_1=7.5$ m, $h_2=30$ m, $a=562.62$ m, $b=337.57$ m)

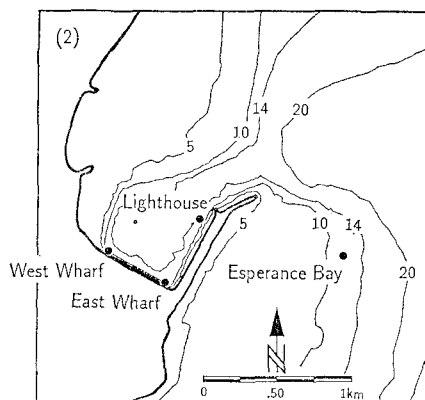
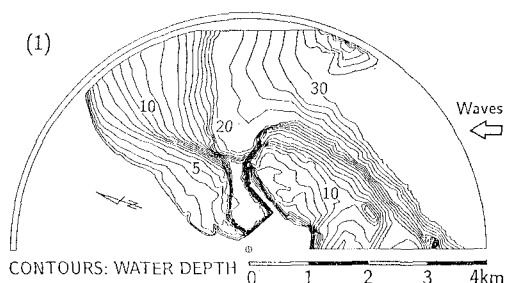


図-6 エスペランス港周辺の海底地形
及び波高計設置地点

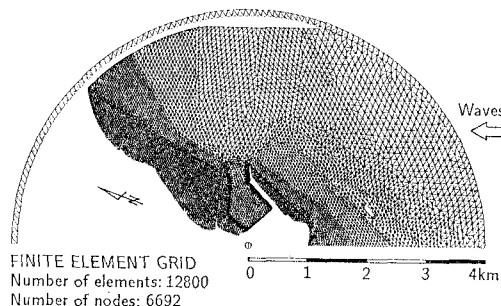


図-7 エスペランス港に対する有限要素モデル

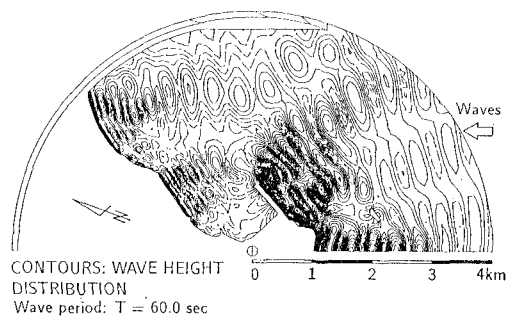


図-8 エスペランス港周辺の波高分布 (T=60秒)

ス港周辺の海底等深線を示している。同図から判るように、この港の周辺は遠浅海岸で、湾口部は浅瀬が切れ込んだ部分にあり、サンゴ礁海岸と類似している。また、港内には水深確保のための浚渫部があり、前述の問題点をすべて含み、本モデルの検証に適している。

同港では係留船舶の揺動のため平常時の荷役作業に支障をきたしており、実効的な対策を立案するため、港内静穏度を調べることになった。そこで波の周期の範囲を15—120秒とし、短周期波及び長周期波用の2種類の有限要素モデルを設定した。図-7は長周期波用の有限要素網を示すもので、モデル領域は埠頭の西端(図中の⊕印)に座標原点を置く半径4kmの範囲である。要素数は12800、節点数は6692である。図-8は周期60秒の入射波に対する波高分布を例示するものである。実線は波高比 $K \geq 1$ 、破線は $K < 1$ の場合で、描画ステップは0.2である。港外東側及び港内北側の浅瀬において波高増幅率が大きくなっている。

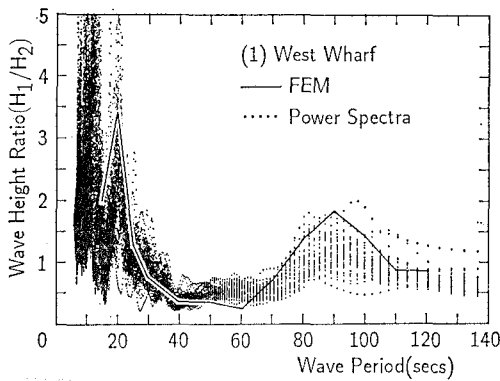
一方、現地観測は、1989年12月19日—1990年1月23日の間、図-6(2)に示した4測点(1点は港外、1点は港口部の燈台前方、他の2点は埠頭前面)において圧力式波高計を用いて実施された。計測は3時間おきに68.3分間(サンプリング間隔:2秒、データ数:2048)行われた。

有限要素モデルによる推算値と比較するためには各周

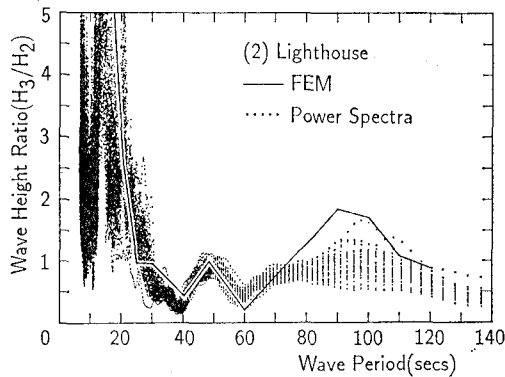
波数成分に対する波高を求める必要があるが、これらはパワースペクトルから次式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} H_k &= 2\varepsilon_k \sqrt{2S_k \Delta f}, \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_n = 1/2, \varepsilon_{k \neq 1, n} = 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $S_k (k=1, 2, \dots, n)$ はパワースペクトルの k 成分、 Δf は周波数間隔である。しかし、パワースペクトルは通常ウィンドウによる平滑化が行われており、さらに現地における入射波高は定かでないで、これらは推算結果と直接比較できない。したがって、ここでは平滑化されたパワースペクトルから各周波数成分に対する波高を求め、港内の東埠頭での波高(H_2)を基準とする波高比を用いて推算波高との比較を行った。図-9は西埠頭(波高 H_1)及び燈台(波高 H_3)における港内波高の周期応答を示すものである。実線が本モデルによる推算値、描点が式(11)によりパワースペクトルから算定した波高を用いた結果である。ただし、ここでは全観測データの中で波高が比較的大きい37個のパワースペクトルに対するデータがプロットされている。周期60秒以下の波に対する推算値は、実測値における発生頻度の高い値と良く一致している。長周期波に対しては、推算値は実測値の包絡線となる傾向を示している。自然界では、長周期波が長時間卓越し、波高分布が定常状態に達することは希であろうから、これら推算値は、個々の周期成分のエネルギーが飽和状態のときに発生するであろう波高を



(1) 西埠頭



(2) 燈台

図-9 エスペランス港内波高の周期応答

示していると考えらるべきである。したがって、本モデルの推算結果と現地データは良好な一致を示すと判断される。

6. 結 言

沿岸海域での波高分布推算法として、緩勾配方程式を用いた有限要素モデルが以下の議論に基づき提案された。

- (1) 緩勾配方程式においては海域でエネルギーフラックスの保存測が成立することを証明した。
- (2) この結果に基づき、水深不連続部での要素分割法を述べ、その検証を行った。
- (3) 従前の有限要素モデルの前提に起因する問題点を解

決するためのモデル設定法を述べた。

- (4) 本モデルは現地データとの比較によりその妥当性が確認された。

この波高分布推算法は、サンゴ礁海岸を含む任意の海底地形の海域に適用できるものである。ただし、沿岸海域で重要な砕波の取扱いに不十分な点があり、この取扱いについては今後の課題である。

最後に、本研究の一部は西オーストラリア大学水理研究所でのエスペランス港プロジェクトの一貫として行われたものであることを明記し、同研究所長 J. Imberger 教授、エスペランス港湾局 C. Stewart 氏、ならびに現地データの解析・整理にご協力いただいた西オーストラリア大学大学院学生 M. Morison 君に対し謝意を表する。

参 考 文 献

- 磯部雅彦 (1985): 波向線座標における放物型方程式を用いた屈折・回折の計算法, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 95~99.
- 筒井茂明 (1985): シルを有する円形島周辺での長波の Trapped modes, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 119~123.
- 平口博丸・丸山康樹 (1986): 斜め入射に対する放物型方程式の適用性の拡張, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 114~118.
- Berkhoff, J. C. W. (1972): Computation of combined refraction diffraction, Proc., 13th Conf. on Coastal Eng., pp. 471~490.
- Bettess, P. and O. C. Zienkiewicz (1977): Diffraction and refraction of surface waves using finite and infinite elements, Inter. Jour. for Numer. Methods in Eng., Vol. 11, pp. 1271~1290.
- Chen, H. S. and C. C. Mei (1975): Hybrid-element method for water waves, Proc. of the Modelling Techniques Conf. (Modelling 1975), Vol. 1, pp. 63~81.
- Kirby, J. T. (1988): Parabolic wave computations in non-orthogonal coordinate systems, Jour. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol. 114, pp. 673~685.
- Lewis, D. P., S. Tsutsui, M. Morison and J. Imberger (1989): Esperance harbour ship motion study, Final Report, Vol. I, Centre for Water Research, University of Western Australia, Report No. WP-297-DL, 127 p.
- Mei, C. C. (1983): The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, John Wiley and Sons Inc., New York, 740 p.
- Radder, A. C. (1979): On the parabolic equation method for water-wave propagation, Jour. Fluid Mech., Vol. 95, pp. 159~176.
- Tsutsui, S. (1980): CATWAVES-Wave analysis system, Centre for Water Research, University of Western Australia, Report No. WP-318-ST, 61 p.