

## 実務における屈折・回折・碎波計算への 放物型方程式の適用性

芹沢真澄\*・小沢和男\*\*・三船修司\*\*\*・磯部雅彦\*\*\*\*

## 1. 序 論

近年、浅海域における波浪変形の計算法のひとつとして、屈折・回折の支配方程式である緩勾配方程式を放物型方程式に近似して用いる数値計算法がさかんに提案されている（磯部、1986a；土屋ら、1987など）。適用条件の拡張が進められ、磯部（1986a）により不規則波の屈折、回折、碎波を同時に計算できるようになった。

放物型方程式は、基本式である緩勾配方程式あるいは非定常緩勾配方程式(渡辺ら, 1984)のように反射の卓越する波浪場までは扱えないが、これらに比べて数値計算に要する演算時間及び記憶容量がずっと少く取り扱いも簡単である。このため、広範囲の領域を対象として不規則波を扱うことが求められている実務の波浪計算への開発利用が今後広く進むことが予想される。

そこで当研究では、実務に利用する立場から放物型方程式の適用性を明らかにすることを目的として、不規則波の屈折、球面浅瀬による波の変形、回折、碎波について磯部(1986a)の放物型方程式を用いた数値計算を行い、従来から実務において指針的に用いられている基本的な図表及び現地観測結果と検証比較し、適用性を総合的に検討した。

## 2. 数値計算法

不規則波の屈折、回折、碎波を取り扱うことのできる磯部(1986a)による数値計算モデルを用いた。

### (1) 放物型方程式

磯部(1986a)と同一の放物型方程式を用いた。座標軸として波向線座標と呼ばれる直交曲線座標系(磯部, 1935)を用いた。エネルギー逸散項を含む放物型方程式である。入射波を分割した各成分波に対し適用される。

(2) 碎波減衰率  $f_d$

放物型方程式の碎波減衰項に用いる碎波減衰率  $f_D$  も、磯部(1986a)において、波別解析法による個々の波の平

均として取り扱うことにより不規則波に対して定式化されたものと同じものを用いた。碎波率の算定に対しても同様に、限界流速波速比の値を規則波におけるものの0.8倍としたものを用いた。

### ( 3 ) Wave-setup

岸沖方向の断面2次元問題として、碎波変形の検証計算を行うに当って、wave-setupを考慮できるようにした。ラディエーションストレス $S_{xz}$ は

$$S_{xx} = E \left( \frac{1}{2} + \frac{2 k_{1/3} d}{\sinh 2 k_{1/3} d} \right) \dots \dots \dots (1)$$

で求め、平均水位 $\bar{h}$ の変化は次式で計算した。

$$\frac{d\eta}{dx} = -\frac{1}{\rho gd} \frac{dS_{xx}}{dx} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

ここに  $x$  は岸沖方向の座標,  $E$  は放物型方程式の計算結果を重ね合わせて求まるエネルギー,  $d$  は静水深に水位  $\eta$  を加えた水深,  $k_{1/3}$  は有義波周期と水深から求めた波数,  $\rho$  は水の密度,  $g$  は重力加速度である.

(4) エネルギーから有義波高への換算法

非線型性の強い浅水・碎波変形を扱う場合、エネルギー  $E$  から有義波高  $H_{1/3}$  への換算に微少振幅波理論の関係式を用いると、波高を過小評価することになる。このため、碎波していない波はクノイド波第一次近似解を適用し、碎波後の波は微小振幅波理論によるものの1.25倍として、磯部(1986a)で定義された碎波率  $P_B$  を用いて次式で換算した。

$$H_{1/3} \equiv P_p \times 1.25 H_{1/3}^* + (1 - P_p) (H_{1/3})_{CN} \quad \dots \quad (3)$$

ただし、 $H_{1/3}^*$  は微小振幅波理論で換算したものであり

である。また  $(H_{1/8})_{CN}$  はクノイド波第 1 次近似解による換算法(磯部, 1986 b)で求めたものである。

### (5) 計算条件

入射波の方向スペクトルには Bretschneider-光易型の周波数スペクトルと光易型の方向関数を組み合わせたものを用いた。入射波の成分波への分割方法は、周波数スペクトルについてはエネルギーの等分割、方向関数については方向角を等分割する方法(合田・鈴木, 1975)を用い、分割数は計算の経済性も考慮してそれぞれ周波数分割

\* 正会員 パシフィックコンサルタンツ(株) 港湾事業部海岸課

\*\* 日本データサービス(株) 総合解析室

\*\* 理修 日本データサービス(株) 総合解析室長

\*\*\*\* 正会員 工博 東京大学工学部土木工学科 助教授

数  $Nf=5$ , 方向分割数  $N\theta=15$  の計 75 分割とした。放物型方程式の数値計算は差分法（クランク・ニコルソン法）を用い、メッシュ間隔  $\Delta$  はエネルギーピークの成分波の波長の  $1/20$  を基本とした。

### 3. 適用性の検討

不規則波の屈折、球面浅瀬による波の変形、回折、碎波について、放物型方程式を用いた数値計算を行い、従来から実務において指針的に用いられているものと比較して適用性を検討した。さらに現地観測結果と検証比較した。以下に検討結果を述べる。

#### (1) 屈折

一様勾配斜面に斜め入射する不規則波の屈折係数  $K_r$  及び平均波向  $\theta_m$  の変化について検討した。

図-1 は、屈折係数  $K_r$  について、沖波の方向集中度パラメータ  $S_{max}$  の値を 10, 25, 75, 入射角  $(\theta p)_o$  (卓越波向) を  $0 \sim 60^\circ$  の範囲で変えて計算した結果を、スネルの法則に基づく理論解の重ね合わせによるもの（合田・鈴木, 1975）と比較したものである。ここで横軸は水深波長比  $d/L_0$  であり、 $d$  は水深、 $L_0$  は有義波周期に対応する沖波の波長を表す。図より、計算結果は入射角が  $60^\circ$  と大きいものも含めて、理論解によるものと良く一致している。

図-2 は平均波向  $\theta_m$  について、理論解から計算した結果と比較した一例 ( $S_{max}=10$ ) である。屈折係数の場合と同様に、計算精度は良好である。

#### (2) 球面浅瀬

波向線法では波向線交差が起こり合理的な計算が行えない球面浅瀬による波高変化を規則波及び不規則波について検討した。

図-3 及び図-4 は、球面浅瀬周辺の規則波の波高比  $H/H_i$  ( $H$ : 波高,  $H_i$ : 入射波高) の分布について伊藤ら (1972) の水理実験結果及び数値波動解析法による計算結果と比較したものである。ここで、座標軸の分母の  $L$  は一様水深部の波長である。伊藤らの用いた数値波動解析法は浅水度補正係数を導入したものでありその計算結果は微小振幅波の厳密な解析を行ったものに相当する。両図より、放物型方程式による計算結果は、この伊藤らの計算結果と良く一致している。また図-3 より実験結果との一致も良好である。波向線交差領域の回折効果が精度良く計算できることがわかった。

図-5 は、不規則波について入射波の  $S_{max}$  値を 75, 10 と変えて有義波高の平面分布を計算し、浅瀬を含む地形を扱う場合に実務でよく用いられる Karlsson のエネルギー平衡方程式によるもの（合田・鈴木, 1975）と比較したものである。ここで、座標軸の分母の  $L$  は有義波周期に対応する一様水深部の波長である。まず、方向集

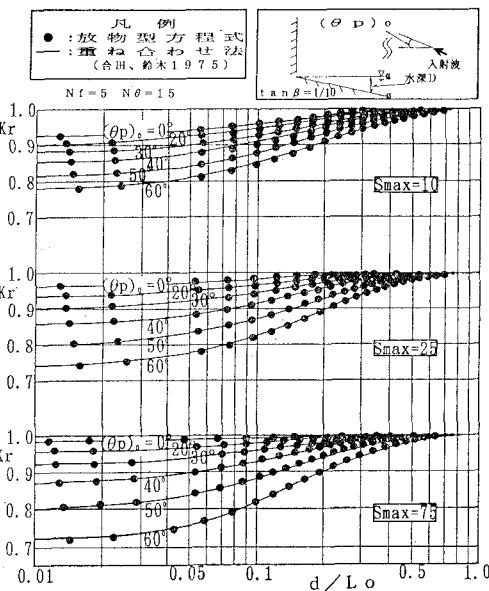


図-1 一様勾配斜面上の不規則波の屈折係数  $K_r$

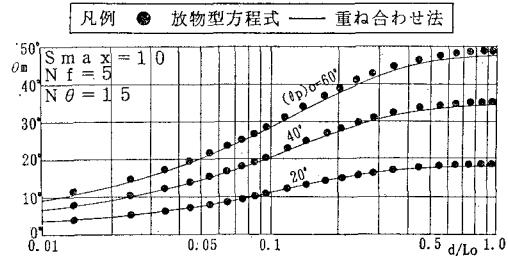


図-2 一様勾配斜面上の不規則波の平均波向  $\theta_m$

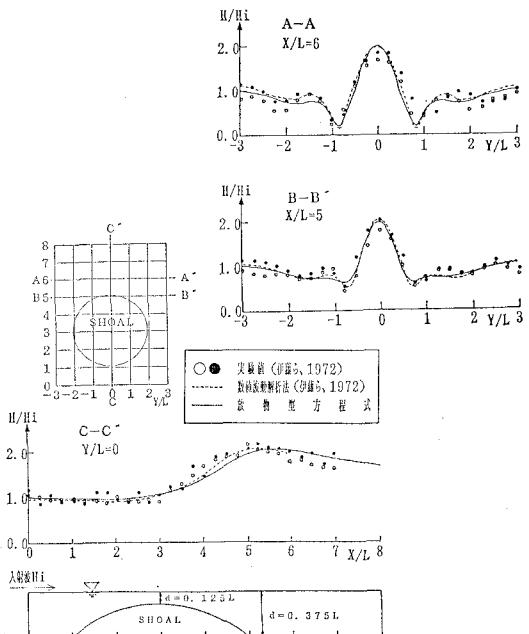


図-3 球面浅瀬による規則波の波高比  $H/H_i$  の分布

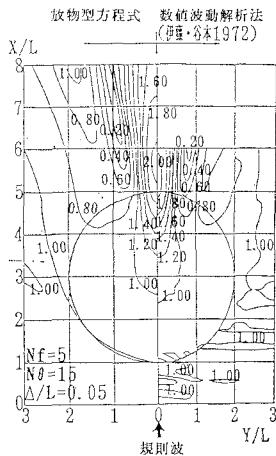
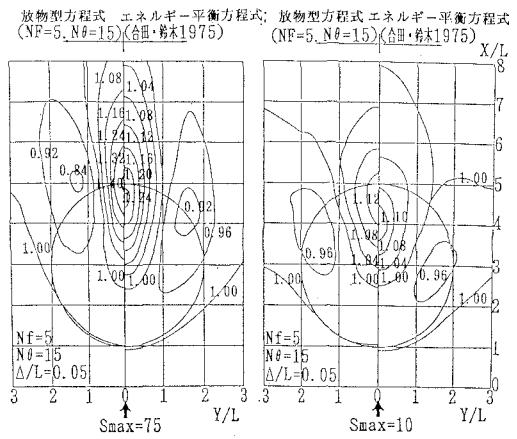
図-4 球面浅瀬周辺の規則波の波高比  $H/H_i$ 

図-5 球面浅瀬周辺の不規則波の波高比(有義波)

中度  $S_{\max}=75$  の場合についてみると、放物型方程式の計算結果は合田らのものに比べて、浅瀬背面の波高の増大率が若干大きく、左右の低波浪領域では波高が逆にやや小さく、放物型方程式によるものの方が全体的に波高の平面的変化が大きい傾向が見られるが、その差異は10%程度以内である。 $S_{\max}=10$ についてみると、方向分散効果によりいざれも波高が平滑化されるため、合田のものと良く一致している。実務でよく用いられている方法とは計算結果に大差がないことがわかった。

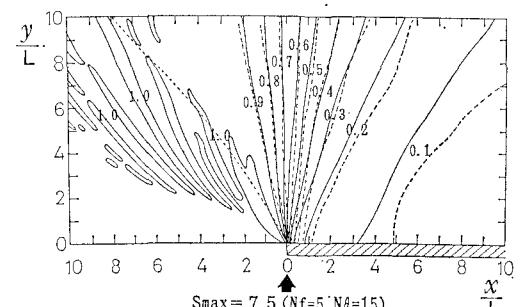
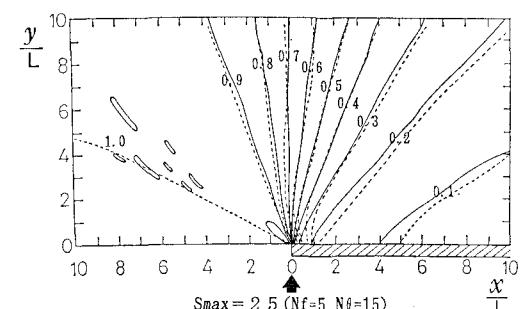
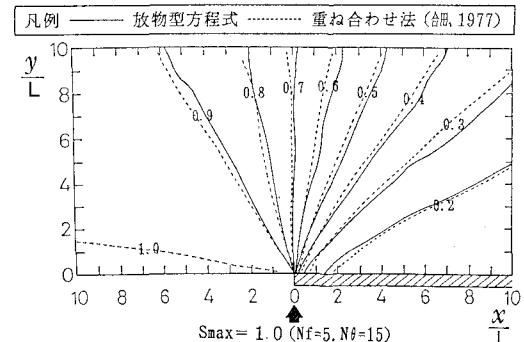
### (3) 回折

一様水深部に設置された半無限堤及び防波堤開口部による回折係数について検討した。

図-6は、半無限堤に不規則波が直角入射する場合の回折係数  $K_a$ について、Sommerfeldの解析解に基づく重ね合わせによるもの(合田, 1977)と比較したものである。ただし、図中の  $L$ は有義波周期に対応する波長である。図より、遮蔽領域についてみると、入射波の方向集中度の大きい  $S_{\max}=75$  の場合の回折係数  $K_a$ が0.1以下の領域においてやや過小評価となる傾向がみられる他は、各ケースとも両者は良く一致している。尚、 $S_{\max}=75$ のケースにおいて、波の直接入射する領域において回折係数1.0のコンタが島状に分布しているのが見られるのは、計算条件における不規則波の分割数に起因するものである。これを平滑化するためには方向分割をさらに細かくすればよい。

図-7は、防波堤開口部による回折係数  $K_a$ について同様に比較した一例である。開口幅  $B$ が入射波長  $L$ (有義波)の2倍及び4倍のものを示してある。放物型方程式のコンタには入射波の分割の粗さに起因するヒダが見られるが、これを無視すれば両者は良く一致している。

不規則波の回折計算の精度は良好である。

図-6 半無限堤による不規則波の回折係数  $K_a$

#### (4) 碎 波

岸冲方向の断面2次元問題として一様勾配斜面における不規則波の浅水・碎波変形について検討した。

図-8は、海底勾配  $\tan \beta$  をそれぞれ  $1/10, 1/30, 1/50$  として沖波の波形勾配  $H_0/L_0$  ( $H_0$  及び  $L_0$  は沖波有義波の波高及び波長) の値を  $0.002 \sim 0.08$  の範囲で様々なに変えて wave-setup を考慮して有義波高を計算し、合田(1975)が示した有義波高算定図表と比較したものである。横軸の分子の  $d$  は静水深である、縦軸は有義波高  $H_{1/3}$  を沖波の有義波高  $H_0$  で割った波高比  $H_{1/3}/H_0$  である。

図より、汀線付近を除くと全体的には両者は良く一致していることがわかる。また、汀線近傍では合田のものに比べて過小評価となる。この傾向は波形勾配  $H_0/L_0$  が小さいもの、海底勾配が急なもので顕著である。これは、当手法が合田のようにサーフビートによる水位上昇までは考慮していないことに起因する。また、当手法はラディエーションストレスをエネルギーから直接計算しているのに対して、合田の場合、波高から微小振幅波理論の関係式を用いて計算したエネルギーを用いているためラディエーションストレスが过大評価となり、wave-setup も当手法によるものよりも大きくなる。

#### (5) 碎波計算の現地海岸への適用

碎波計算の現地海岸への適用性を把握するために、新潟海岸において得られている人工リーフ周辺の現地観測結果と比較した。この現地観測データは建設省北陸地方建設局信濃川下流工事事務所によって新潟海岸有明浜の人工リーフ周辺において1988年1月に実施された波浪観

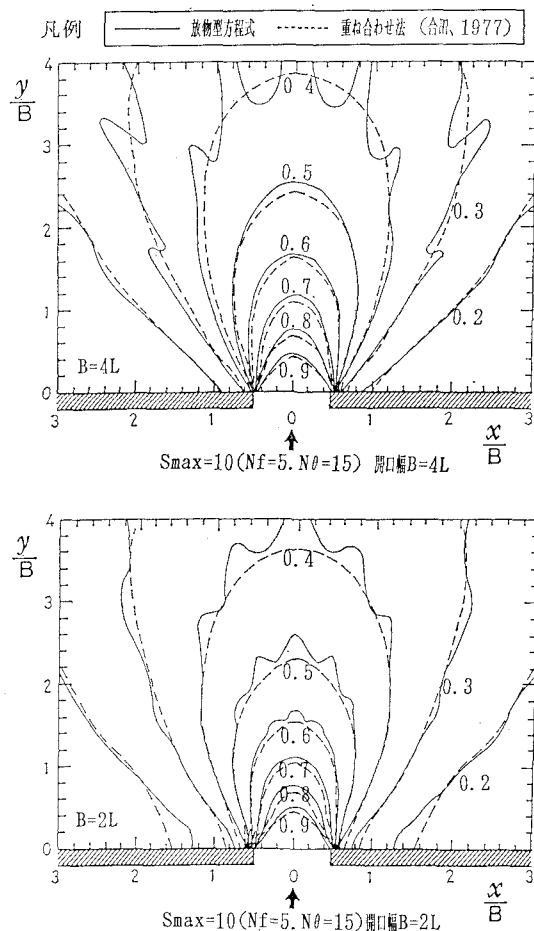


図-7 防波堤開口部による不規則波の回折係数  $K_d$

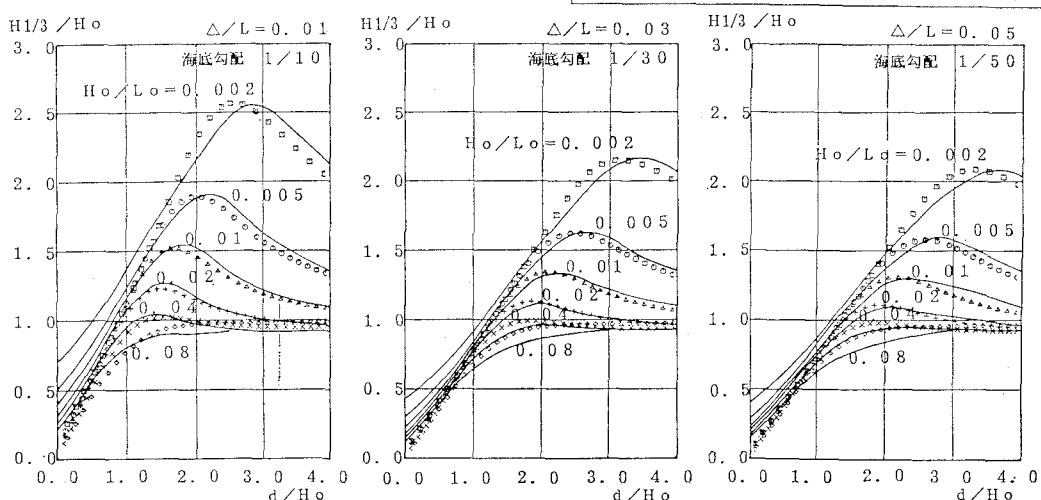


図-8 一様勾配斜面における浅水・碎波変形に伴う有義波波高  $H^{1/3}$  の変化

測で得られたものである。図-9に示すように、等深線がほぼ平行な海岸の水深約5mの地点にバーに面して設置された堤長200m、天端幅B=50m、天端水深R=2mの人工リーフの背後の観測点において観測された伝達波高 $H_t$ と、沖合において同時に得られた沖波波高 $H_0'$ との関係が、天端水深Rを基準として図-10のように整理されている。ここで、 $H_t$ 及び $H_0'$ はいずれも有義波高、 $L_0$ は沖波の有義波周期から求めた波長である。

この現地観測結果と比較するために、現象を岸沖方向の断面2次元問題とみなして、人工リーフ並びにその前面のバー地形の両者を含む複雑な断面地形(図-9)による不規則波の浅水・碎波変形に伴う有義波高の変化を、放物型方程式により計算した。沖波波高 $H_0'$ を0.2~3.6mの範囲で変えて計算を行い、人工リーフ背後の伝達波高 $H_t$ を求めたものを図-10に示す。尚、放物型方程式の碎波減衰率の計算に用いる海底勾配 $\tan\beta$ の値には、高波浪の碎波がはじまるバー地形の前面における値

として $\tan\beta=1/50$ (一定値)とした。

図より計算結果には、 $H_0'$ が増大し0.5R以上になると人工リーフによる碎波の影響で、伝達波高 $H_t$ がほぼ一定値( $=0.4R$ )に低減する様子が表現されており、現地観測結果と概ね良く一致している。

#### 4. 結 論

放物型方程式を用いて、不規則波の屈折、球面浅瀬による波の変形、回折、碎波についての数値計算を行い、実務で指針的に用いられている基本的な図表及び現地観測結果と比較したところ、いずれもよく一致した。扱ったケースはいずれも単純なものではあるが、当検討により、ここで用いた放物型方程式が不規則波の屈折・回折、碎波を統一的に取り扱えて実務の波浪計算に対して幅広い適用性を有していることが明らかとなったと考える。課題としては、碎波計算における汀線付近のサーフビートによる水位上昇の影響を組み込むこと、碎波減衰率に用いる $\tan\beta$ の統一的な決定方法の確立がある。

**謝 辞:** 当研究において検証比較で用いた新潟海岸人工リーフの観測波浪整理結果及び関連資料の提供を快諾して下さいました建設省北陸地方建設局信濃川下流工事事務所山根昭所長に対しまして深謝の意を表させていただきます。

尚、図面作成においては中央大学学生渡辺剛史君の協力を、予備計算においては東京工科大学学生城宝孝志君の協力を得た。ここに感謝致します。

#### 参考文献

- 磯部雅彦(1985): 波向線座標における放物型方程式を用いた屈折・回折の計算法、第32回海岸工学講演会論文集、pp. 95~99。
- 磯部雅彦(1986a): 放物型方程式を用いた不規則波の屈折・回折・碎波変形の計算法、第33回海岸工学講演会論文集、pp. 134~138。
- 磯部雅彦(1986b): クノイド波理論第1次近似解の数値計算法とその応用、土木学会第41回年次学術講演集 pp. 535~536。
- 伊藤喜行・谷本勝利・山本庄一(1972): 波向線交差領域における波高分布一数値波動解析法の応用一、港湾技術研究所報告、第11巻、第3号、pp. 87~109。
- 合田良実(1975): 浅海域における波浪の碎波変形、港湾技術研究所報告、第14巻、第3号、pp. 59~106。
- 合田良実・鈴木康正(1975): 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算、港湾技術資料、No. 230, 45 p.
- 合田良実(1977): 港湾構造物の耐波設計—波浪工学への序説、鹿島出版会、237p.
- 土屋義人・山下隆男・山本淳史(1987): 放物型屈折・回折方程式の数値計算法と現地海岸への適用、第34回海岸工学講演会論文集、pp. 96~100。
- 渡辺晃・丸山康樹(1984): 屈折・回折・碎波減衰を含む波浪場の数値解析法、第31回海岸工学講演会論文集、pp. 103~107。

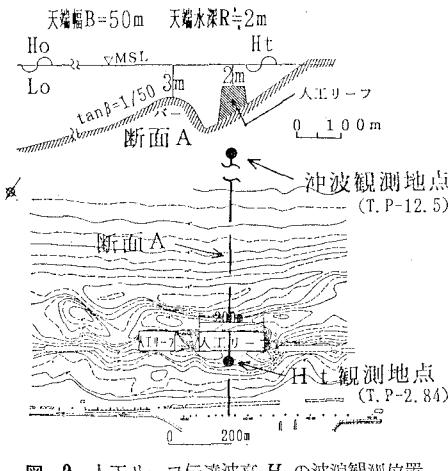


図-9 人工リーフ伝達波高 $H_t$ の波浪観測位置

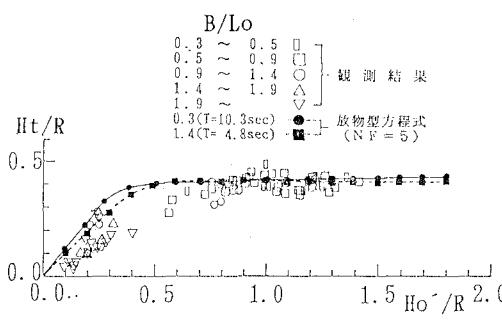


図-10  $H_0'/R$  と  $H_t/R$  の関係