

吹き出し分布法による波動場の発生と開境界処理

田中良弘*・中村孝明**

1. 緒 言

これまで浮遊構造物の係留解析において、係留バネや流体力の非線形性について多くの研究がなされ、非線形性の重要性について議論されてきた。例えば、非線形の係留バネ、造渦減衰力、非線形波力、漂流力、長周期変動波力など、個々の問題ではそれぞれ研究成果があるものの、これらを総合的に扱った数値解析法は確立されていない。最近、Longuet-Higgins (1976) らにより、境界積分法を利用した非線形波動場の計算法が開発された。その後、多くの研究が行われ砕波シュミレーションができるようになったものの、構造物がある場合には十分な計算法が確立されていない。それは、造波境界と開境界の処理法において問題が残されているためと考えられる。従来、計算領域と入射波や radiation wave とを接続する仮想境界を設ける方法が、定常問題では多く用いられてきたが、非線形、非定常問題を時系列解析する場合、適用が困難であった。

本研究では、非定常、不規則波による非線形外力が非線形係留浮体に働く場合の動的応答を解析するための第1ステップとして、造波板によらない非定常、不規則波動場の発生方法と、開境界において Sommerfeld の放射条件を満たすような無反射吸収境界の設定スキームを明らかにする。本論文では、自由表面の境界条件を線形化した線形波動場について扱っているが、非線形波動場への拡張も可能であると考える。

2. 解析方法

2.1 Source line による波動場の発生

造波板により波を発生させる方法では、構造物からの反射波が造波板に到達した場合、これを吸収することができない。このため、計算領域を大きく取るか、計算の中断を余儀なくされた。Brorsen (1987) らは、流体領域内に source line を設けることでこの問題を解決した。本研究では更に、source line と波を吸収する境界を同じ

位置に設けることで、吹き出しによる造波と波の吸収を同時に行うことができる計算法を開発した。構造物を含む流体領域の定義を図-1 に示す。

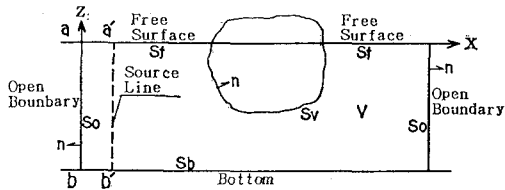


図-1 流体領域の定義

領域内に source が存在するので速度ポテンシャル ϕ は、Poisson 方程式を満足する必要がある。

$$\nabla^2 \phi = q \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 q は単位面積当りの volume flux を示し、流速場を $[u, w] = \nabla \phi$ と定義する。Green の第2公式より以下の境界積分方程式を導くことができる。

$$\alpha \phi(P) = \int \left[\phi(Q) \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial n} \right] ds + \int q G dV \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 α は境界上の P 点における内角、 n は外向き法線方向を表す。また、 G はグリーン関数で、一定水深の水底条件を満たすような鏡像を用いる。

$$G = l_n R + l_n R' \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 R は領域内の点と境界上の点の距離で、 R' は水底面を鏡とした鏡像点までの距離である。(2)式を離散化する際、 $\phi, \partial \phi / \partial n, q$ の値は、要素内で1次関数で近似されるものとして計算した。

吹き出しにより波動場を発生させるため、 $a'-b'$ の線上に吹き出し点を分布させる。図-1 中、 $a'-b'$ を $a-b$ に近づけ、source の吹き出しを起こすと、左右に進行する2つの波が発生する。従って、単位面積当りの volume flux は次式で与えられる。

$$q = 2 u \delta(x) \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 $\delta(x)$ は Dirac delta 関数で、(2)式の第2項は次式で与えられ、 $x=0$ における水平流速は、入射波高

* 正会員 Ph.D. (株)藤塚研究所 主席研究員
** 正会員 (株)アイエヌジー 取締役

η_0 の微小振幅波の解を与える。

$$\int_V q G dV = 2 \int_{-h}^0 u(o, z, t) G dz \quad \dots\dots\dots (5)$$

2.2 境界条件と時系列計算法

a) 自由表面

線形化された自由表面の境界条件は次式で与えられる

$$\partial\phi/\partial z = -\phi/g \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 g は重力加速度、 ϕ は2階の時間偏微分を表わす。自由表面の時刻歴応答を求めるに当り ϕ を時間について Taylor 展開する。ここで、3階の時間偏微分は、(7)式の仮定を設けることにより、(8)式を得る。

$$\ddot{\phi}_t = \frac{\phi_{t+dt} - \phi_t}{dt} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\phi_{t+dt} = \phi_t + dt \dot{\phi}_t + \frac{1}{3} dt^2 \ddot{\phi}_t + \frac{1}{6} dt^3 \ddot{\phi}_{t+dt} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、(6)式を $t+dt$ 時刻での式と考え、(8)式を(6)式に代入すると次式を得る。

$$\frac{\partial\phi_{t+dt}}{\partial z} = \frac{6}{g dt^2} \left(\phi_t + dt \dot{\phi}_t + \frac{1}{3} dt^2 \ddot{\phi}_t \right) - \frac{6}{g dt^2} \phi_{t+dt} \quad \dots\dots\dots (9)$$

t 時刻までの計算が終了しているとする、(9)式右辺()内は既知である。これより、 $t+dt$ 時刻での自由表面の境界条件で与えられた。

b) 物体表面

浮体の運動を sway のみに限定すると、運動方程式は次式で与えられる。

$$M\ddot{X} + KX = -\rho \int_{S_V} \phi n_x ds \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 X は浮体の sway 振幅、 M は質量、 K は係留バネ定数、 ρ は流体密度、 n_x は物体に対して内向き法線方向と x 軸となす角で与えられる方向余弦である。

X についても、時間で Taylor 展開し、(7)式と同様の仮定を設けることにより次式を得る。

$$X_{t+dt} = X_t + dt \dot{X}_t + \frac{1}{3} dt^2 \ddot{X}_t + \frac{1}{6} dt^3 \ddot{X}_{t+dt} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\dot{X}_{t+dt} = \dot{X}_t + \frac{1}{2} dt \ddot{X}_t + \frac{1}{2} dt \ddot{X}_{t+dt} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、(11)、(12)式を次の様に変形する。

$$X_{t+dt} = X_t + \frac{2}{3} dt \dot{X}_t + \frac{1}{6} dt^2 \ddot{X}_t + \frac{1}{3} dt \ddot{X}_{t+dt} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\dot{X}_{t+dt} = -\frac{2}{dt} \left(\dot{X}_t + \frac{1}{2} dt \ddot{X}_t \right) + \frac{2}{dt} \dot{X}_{t+dt} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ϕ の時間についての Taylor 展開において、2階時間偏微分の項まで求め、(7)式と同様にして次式を得る。

$$\phi_{t+dt} = \phi_t + \frac{1}{2} dt \dot{\phi}_t + \frac{1}{2} dt \dot{\phi}_{t+dt} \quad \dots\dots\dots (15)$$

(10)式を $t+dt$ 時刻での式と考え、(13)～(15)式をこれに代入、整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{X}_{t+dt} \left(\frac{2}{dt} M + \frac{1}{3} dt K \right) \\ = A_1 M - A_2 K + \rho \int_{S_V} A_3 n_x ds - \frac{2}{dt} \rho \int_{S_V} \phi_{t+dt} n_x ds \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここで、

$$A_1 = \frac{2}{dt} \left(\dot{X}_t + \frac{1}{2} dt \ddot{X}_t \right)$$

$$A_2 = X_t + \frac{2}{3} dt \dot{X}_t + \frac{1}{6} dt \ddot{X}_t$$

$$A_3 = \frac{2}{dt} \left(\phi_t + \frac{1}{2} dt \dot{\phi}_t \right)$$

次に、sway 運動が微小で、線形された運動学的境界条件として次式が得られる。

$$\dot{X}_{t+dt} = \frac{\partial\phi_{t+dt}}{\partial n} \frac{1}{n_x} \quad \dots\dots\dots (17)$$

(17)式を(16)式に代入、整理すると $t+dt$ 時刻での物体表面での境界条件が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial\phi_{t+dt}}{\partial n} = \frac{A_1 M - A_2 K + \rho \int_{S_V} A_3 n_x ds}{\frac{2}{dt} M + \frac{1}{3} dt K} n_x \\ - \frac{\frac{2}{dt} \rho \int_{S_V} \phi_{t+dt} n_x ds}{\frac{2}{dt} M + \frac{1}{3} dt K} \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

2.3 開境界の処理方法

Sommerfeld の radiation 条件を、開境界上で記述した条件を Orlanski 条件と呼ばれ、次式で表わされる。

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = -\frac{1}{C} \dot{\phi} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで C は波速を表わし、一般的には開境界上で未知数であり、数値的に求める必要があるとされている。既に、Orlanski(1976)、Chan(1977)、山崎(1985)らにより波速 C を差分近似により予測する方法が提案されている。また、Lee(1987)らは、非定常・規則波の造波に対して、造波時に生ずる長周期成分の波速が徐々に一定値に漸近していくと考え、波速を時間依存の指数関数と仮定して開境界に適用している。Brorsen(1987)らは、徐々に波高が大きくなる規則波について、一定の波速を用い良好な結果を得ている。

本研究では、非定常、不規則波への拡張を目的としており、波速 C の数値予測法を開発する必要がある。著者らの方法は、波速 C を開境界より1要素手前の自由表面上の点の物理量より予測する方法である。波速 C の予測する場所に関しては、Jagannathan(1988)の方法と類似するものの、その予測方法と開境界スキームは、異なる。波速 C を求めるため、(19)式を次の様に考える。

$$C = -\dot{\phi} / (\partial\phi/\partial x) \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 ϕ は自由表面の時刻歴スキームにより求められ

る。また、 $\partial\phi/\partial x$ は、自由表面上の ϕ より以下に示す 4 次精度の数値微分を行う。

$$\frac{\partial\phi_0}{\partial x} = \frac{1}{12\Delta x} (3\phi_{-4} - 16\phi_{-3} + 36\phi_{-2} - 48\phi_{-1} + 25\phi_0) \dots\dots\dots (21)$$

ただし、

$$\phi_{-j} = \phi(x_0 - \Delta x \cdot j) \quad j=1 \sim 4 \dots\dots\dots (22)$$

Δx は、自由表面の離散化要素長さである。これで、波速 C は Δt ごとに数値予測することができる。

開境界での Orlanski 条件を $t+\Delta t$ 時刻での式と考え、(15)式を用いることで、次式の開境界条件が得られる。

$$\frac{\partial\phi_{t+\Delta t}}{\partial x} = \frac{2}{C \cdot \Delta t} \left(\phi_t + \frac{1}{2} \Delta t \phi_t' \right) - \frac{2}{C \cdot \Delta t} \phi_{t+\Delta t} \dots\dots (23)$$

3. 数値計算

3.1 造波境界における波の吸収

Source line と開境界を同じ位置に設けることで、吹き出しによる造波と反射波の吸収が同時に実行されるかについての検討を行う。水深 0.7 m、長さ 4 m の水槽を想定し、右端に不透過壁を設け、完全反射状態を作る。入射波は、 $H=0.2$ m、 $T=1.0$ sec とし、 $\Delta x=0.1$ m、 $\Delta t=0.02$ sec で計算した。また、開境界では解析的な一定波速 $C=C_0$ を用いた。計算開始より 14 sec から 16 sec について 0.1 sec ごとの水面形状を図-2 に示す。図より、source line からの反射は見られず、波高は入射波の 2 倍となっている。これより、source line 上の開境界で反射波が吸収されていることがわかる。また規則波の場合、一定波速を用いても波は十分吸収されることが明らかになった。

3.2 浮体の Sway 運動

実用的な計算への足掛かりとして、左右端に開境界を設け、前述と同じ水槽に幅 1.0 m、深さ 0.4 m の浮体を設置し sway 運動のみを許す応答計算を行った。波浪条件は前述と同様とし、波速は一定値を用いた。図-3 に sway 振幅の時刻歴応答を示す。図中破線は周波数領域による定常解である。図-4 に計算開始より 10 sec から 12 sec について 0.1 sec ごとの水面形状を示す。Sway 応

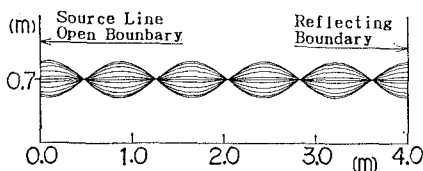


図-2 Standing wave の水面形状

答値、反射率、透過率のいずれも定常解と合致している。これより、本計算法が非定常、不規則波へ拡張できる可能性があることがわかった。

3.3 変動波速による開境界処理

不規則波への拡張を目的に、変動波速による開境界処理について検討する。

a) 波速計算点による影響

変動波速を計算する点をどこにとるべきかを調べるため、表-1 に示す計算条件による規則波を発生して、開境界処理を行う。図-5 に各計算ケースごとの波速計算点における水面変動の時系列応答、及び波速計算点において計算された波速を示す。図-6 の水面形状は、各ケースごとに、計算時刻 $t=12 \sim 14$ sec における 0.1 sec ごとの水面形状を示している。

A-1 の計算結果では、造波開始直後の非定常時に於いて、計算波速が大きく変動するものの、徐々に一定波速値 C_0 に漸近している。また、時系列の水面変動や水面形状共に入射波の波高と一致しており反射波が見られない。A-2 の計算結果では、計算波速が規則波の理論

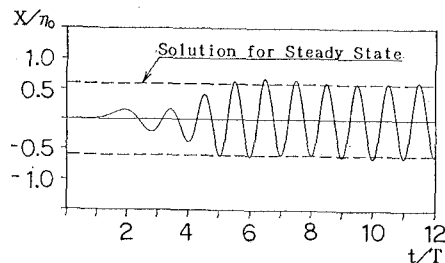


図-3 Sway 振幅の時刻歴応答

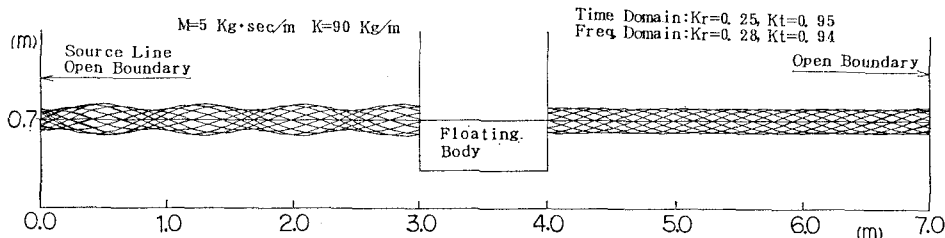


図-4 Sway 運動浮体の水面形状

表-1 計算条件

計算ケース	Δx (m)	波速計算点	$H=0.2$ m $T=1.0$ sec $\Delta t=0.02$ sec $h=0.7$ m $L=5.0$ m
A-1	0.1	1要素手前	
A-2	0.1	開境界上	
A-3	0.05	2要素手前	

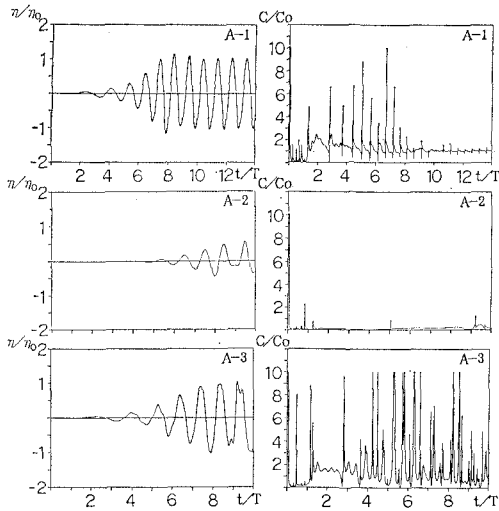


図-5 波速計算点による水面変動と計算波速への影響

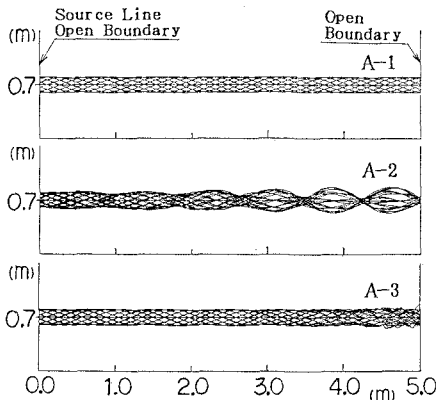


図-6 波速計算点による水面形状への影響

波速 C_0 よりも著しく小さい。また水面変動や水面形状の結果より反射波が存在することが認められる。この場合の波速計算点は、自由表面の境界と開境界の交点になるため、自由表面条件と放射条件を同時に課せられる特異な点である。つまり、この点では速度ポテンシャルが1つ決定されるが、それぞれの境界条件による法線微分値は不連続となる特異点である。従ってこのような点で波速を予測することに問題があるものと考えられる。

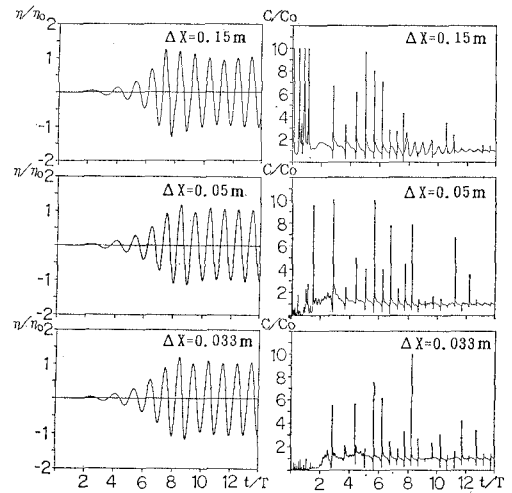


図-7 離散化数による水面変動と計算波速への影響

A-3 の計算結果では、計算波速は大きく乱れ、水面変動も正弦波とならず短周期の反射波が認められる。この点の開境界からの距離は、A-1 の場合とまったく同じ位置にある。にもかかわらず、A-1 の計算結果とは異なり、図-6 の水面形状からも明らかに反射波が発生していることがわかる。このことから、波速 C を予測する点は、開境界からの距離が問題なのではなく、放射条件が課せられている境界の1要素手前の点である必要がある。

b) 要素長による影響

自由表面の要素分割数、つまり要素長による開境界処理への影響を調べるため、A-1 の方法による波速計算法を用いて、 $\Delta x=0.15$ m, 0.05 m, 0.033 m の3種の要素長について検討を行った。水槽及び波浪条件は、A-1 の場合と同様とした。図-7 に水面変動と計算波速を示す。これらの結果では、A-1 の結果に比べ、それ程大きな差はなく、波が吸収されている。ただし、 $\Delta x=0.15$ m の場合、水面変動が他の結果に比べ多少大きくなった。これは、離散化数の粗さによる計算誤差の影響と考えられる。

c) 不規則波による検討

不規則波として2成分波を想定し、同様の計算法を試みた。波浪条件は、波高 $H_1=H_2=0.1$ m, 周期 $T_1=1.0$ sec, $T_2=0.707$ sec とし、 $\Delta x=0.1$ m, $\Delta t=0.02$ sec とした。また、source line 上の開境界の波速は、source line 上で作られる合成波の波速を用いた。

図-8 に水槽の中央点 $L=2.5$ m と開境界より1要素手前の点 $L=4.9$ m での水面変動と計算波速を示す。水面変動は、2成分波の振幅の和 η_a で無次元化し、計算波速は、 $T_1=1.0$ sec の波の波速 C_1 で無次元化した。

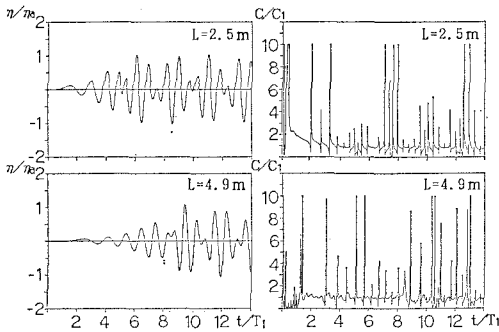


図-8 不規則波の水面変動と計算波速

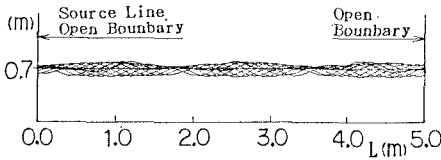


図-9 不規則波の水面形状

図-9 は、計算開始より 12~14 sec における 0.1 sec ごとの水面形状を示したものである。時系列の水面変動波形では、最大振幅となる η_a を越えることがなく、反射波の発生が認められない。また水面形状は不規則波であるため、反射波の判別が困難である。しかし、2 成分波のうなり現象がみられ、正常な波吸収が実行されているようである。

4. 結 論

Source line による波動場の発生と開境界処理についての種々の検討を行い次の結論を得た。

- 1) 波動場の発生に、source line を用いることで、構造物等からの反射波の処理が可能である。
- 2) 規則波に対する Orlanski condition を適用した開境

界処理は、波速を一定として扱うことで波を吸収することができる。

- 3) 本計算法を sway 運動する浮体の応答計算に適用し、構造物を含んだ波動場の解析に有効であることが確認できた。
- 4) 開境界スキームにおいて、変動波速は開境界より一要素手前の自由表面上の点において求められる必要がある。
- 5) 自由表面の離散化は、適当な数以上であれば開境界処理に影響を与えない。
- 6) 本計算法は、波速変動の著しい不規則波についても波を吸収することができる。

今後、自由表面の非線形性を考慮したより実用的な計算法への拡張を課題としたい。

参 考 文 献

- 山崎啓市, 藤野正隆 (1985): 自由表面上を航行する三次元物体に働く流体力について (第 3 報), 日本造船学会論文集, 第 157 号, pp. 229~243.
- Brorsen, M. and J. Larsen (1987): Source Generation of Nonlinear Gravity Waves With the Boundary Integral Method, Coastal Eng., No. 11, pp. 93~113.
- Chan, R. K. -C. (1977): Finite difference simulation of the planer motion of a ship, Proceedings of 2nd International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, pp. 39~52.
- Jagannathan, S. (1988): Non-linear free surface flows and application of the Orlanski boundary condition, International Journal for Numerical Method in Fluids, Vol. 8, pp. 1051~1070.
- Lee, J. F. and J. W. Leonard (1987): A time-dependent radiation condition for transient wave-structure interactions, Ocean Eng., Vol. 14, No. 6, pp. 469~488.
- Longuet-Higgins, M. S. and E. D. Cokelet (1976): The deformation of steep surface waves on water I. A numerical method of computation, Proc. R. Soc. Lond. A. 350, pp. 1~26.
- Orlanski, I. (1976): A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows, J. Comp. Phys., 21, pp. 251~269.