

傾斜海浜上における有限振幅波の浅水碎波変形計算法

余 錫平*・磯部雅彦**・渡辺 晃***

1. 序 論

海浜上における波運動の解明は海岸工学の基礎であり、海岸・港湾構造物の建設、海岸の保護と開発、海岸環境の保全など多くの課題に不可欠であって、従来からいろいろな研究が行われてきた。自然の海浜や波の条件は複雑であるが、研究では簡単化のため、海浜上の波運動を二次元問題として扱い、また、深海からの入射波が規則波であり、海底が一様勾配であると仮定することも多い。このような傾斜海浜上で深海から入射した波は浅水変形を経て、非線形性の影響により、波形の対称性を失って、砕波に至る。砕波した波は、そのエネルギーを著しく失いながら、汀線に近づく。

傾斜海浜上での波の浅水変形および砕波変形について多くの研究が行われているが、このうち、浅水変形の計算についてはエネルギーフラックス保存則によるものが多い。砕波変形の計算に関しては、長波理論を用いて計算する研究があるが (Stoker, 1957)、室内実験および現地観測の結果に基づく半経験的なものがほとんどである。深海域から浅海域を経て、砕波点、さらに砕波帯に至るまでの一連の変形をすべて包括した理論的かつ実用的な研究はない。

本研究においては、著者らによって提案された非線形波運動の基礎方程式 (余ら, 1989) を用いて、有限特性曲線法によって、傾斜海浜上を進行する波をシミュレートする。これにより、浅水変形による波高変化、波の非線形性の評価、および砕波点の位置 (あるいは砕波水深) や砕波波高などの砕波特性を求めた結果を、実測結果と比較して、数値計算モデルの合理性を検証する。

2. 基礎方程式と計算法

波運動は非粘性非圧縮性流体の二次元運動とし、運動方程式としてオイラー方程式を用いる。鉛直方向の圧力分布を微小振幅の進行波によるものと同じであると仮定

して、底面における運動学的境界条件および自由水面における運動学的境界条件と力学的境界条件を考慮するとオイラー方程式を鉛直方向に積分することができる。その結果を、底面摩擦による運動量の損失を取り込んで修正すると、次のような水位変動 η および線流量 q に関する準線形双曲型連立偏微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + 2\beta V \frac{\partial q}{\partial x} + (C_M^2 + \kappa_1 g \eta - \beta V^2) \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ + (\kappa_2 g \eta - \beta V^2) \frac{\partial h}{\partial x} + q V \frac{\partial \beta}{\partial x} \\ + f_w r^2 \frac{q|q|}{(h+\eta)^2} = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

ここに、 $C_M (= \sigma/k_M, \sigma: \text{角周波数}, k_M: \text{修正波数})$ は次式で定義される修正波速であり、

$$C_M = \sqrt{\frac{g}{k_M} \tanh k_M (h+\eta)} \quad (3)$$

また、

$$\beta = n_M \alpha \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{g(h+\eta)}{C_M^2} \quad (5)$$

$$n_M = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2 k_M (h+\eta)}{\sinh 2 k_M (h+\eta)} \right] \quad (6)$$

$$\kappa_1 = \frac{2}{\alpha} - \frac{1}{\beta} - 1 \quad (7)$$

$$\kappa_2 = \frac{2}{\alpha} - \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\cosh k_M (h+\eta)} \quad (8)$$

$$r = \frac{k_M (h+\eta)}{\sinh k_M (h+\eta)} \quad (9)$$

である。ここに、 h は水深、 $V = q/(h+\eta)$ は断面平均流速、 f_w は摩擦係数、 g は重力加速度、 x は水平座標、 t は時間である。式 (1) は連続式、式 (2) は運動量式であり、これらが波運動の基礎方程式となる。準線形双曲型連立偏微分方程式においては、初期条件と境界条件が連続関数であっても、解の不連続点を生じることがある。この不連続点が砕波点と対応すると考えられる (Stoker, 1957)。したがって、この不連続点を含めて解を求める

* 学生会員 工修 東京大学大学院 土木工学専攻

** 正 会 員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科

*** 正 会 員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

と、碎波の計算もできる。

特性曲線の概念を用いると式(1)および(2)は特性曲線

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_{\pm} \dots\dots\dots (10)$$

に沿って、

$$\frac{dq}{dt} - \lambda_{\mp} \frac{d\eta}{dt} + G = 0 \dots\dots\dots (11)$$

のような特性曲線方程式になる。ここに、

$$\lambda_{\pm} = \beta V \pm \sqrt{\beta(\beta-1)V^2 + C_0^2 + \kappa_1 g \eta} \dots\dots\dots (12)$$

$$G = (\kappa_2 g \eta - \beta V^2) \frac{\partial h}{\partial x} + qV \frac{\partial \beta}{\partial x} + f_w r^2 \frac{q|q|}{(h+\eta)^2} \dots\dots\dots (13)$$

特性曲線方程式の数値計算には Lin(1952) によって提案された有限特性曲線法 (FCM) を用いる。Lin は長波に適用しているから、格子間隔と波長の比は小さいため、計算結果は数値拡散にあまり影響されないと考えられる。しかし、一般的な海の波を計算する場合、計算時間の制約で格子間隔には波長の 1/20 から 1/40 程度がとられる。それによる数値拡散を減らすため、2 次の内挿を採用した。図-1 に示されるように、計算点 F から 1 ス

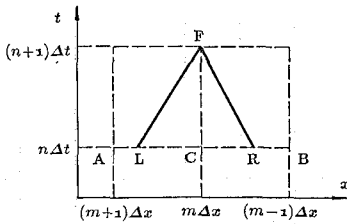


図-1 FCM の説明図

ップ前の時刻に向かって 2 本の有限特性曲線を引き、交点を L と R とする。点 L と R の座標は次の関係式で表されることとなる。

$$x_F - x_L = \lambda_{+,L} \Delta t \dots\dots\dots (14)$$

$$x_F - x_R = \lambda_{-,R} \Delta t \dots\dots\dots (15)$$

ただし、添字 F, R および L はそれぞれ計算点 F, 右内挿点 R と左内挿点 L の値を示す。点 R と L での λ の値は次のような内挿方法によって格子点での値で表す。

$$\lambda_{+,L} = \lambda_{+,C} - (\lambda_{+,A} - \lambda_{+,C}) (x_L - x_C) / \Delta x \dots\dots\dots (16)$$

$$\lambda_{-,R} = \lambda_{-,C} + (\lambda_{-,B} - \lambda_{-,C}) (x_R - x_C) / \Delta x \dots\dots\dots (17)$$

式(16)と(17)を式(14)と(15)に代入すると、

$$x_L = x_F - \frac{\lambda_{+,C}}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\lambda_{+,C} - \lambda_{+,A})} \Delta t \dots\dots\dots (18)$$

$$x_R = x_F - \frac{\lambda_{-,C}}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\lambda_{-,C} - \lambda_{-,B})} \Delta t \dots\dots\dots (19)$$

点 R と L の位置が決まれば、そこにおける線流量と水位変動の値も簡単に得られる。したがって、式(11)の前方差分をとると、計算点での未知の水位変動および線流量が得られる。

FCM 法は実験定数を用いることもなく、また計算において解の不連続条件を用いることもなく、水位変動の不連続点、つまり、碎波を含む波変形がシミュレートできるのが特徴である。FCM は、ステップバイステップで不連続点を計算し不連続条件を用いる従来の手法と違って、水位の不連続性はその連続的な急変化で近似される。Lax (1952) の差分法と同じように、FCM も不連続点が生じる格子において質量と運動量の保存則が満たされるため、差分式に含まれる数値逸散によって不連続過程が計算できることになる。一方、数値モデルの中に数値逸散とともに数値拡散も含まれている。それらのため、碎波帯の計算結果は実際の現象と必ずしも一致しない。それは計算碎波点の位置に多少の影響を及ぼす。

3. 数値計算

図-2 に計算領域を示す。海底勾配は 1/10 である。一樣水深部の水深は入射波の波長の半分として、深海条件とした。座標系の原点は静水汀線の位置に置いて、x 軸は水平方向で海岸線に向かう方向、z 軸は鉛直上向きにとった。

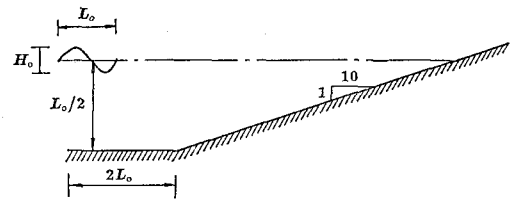


図-2 計算例の領域の説明図

沖側の境界条件は次の偏微分方程式で与える。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = 2 \frac{\partial \eta_I}{\partial t} + C_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} \dots\dots\dots (20)$$

時間ステップごとに移動する汀線では水深と線流量を 0 とし、その位置は次の式によって定める。

$$dx/dt = V_s \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 V_s は汀線の近傍の格子点での値をとる。

種々の条件の入射波について計算を行った。計算の初期条件は静水状態を与える。格子間隔 Δx は入射波長の 1/20 として、時間ステップ Δt は Δx と次の関係にある。

$$\Delta x / \Delta t = 2 C_0 \dots\dots\dots (22)$$

充分な時間を経て計算結果がほぼ周期的になったところで、最終の周期の各格子点での水位変動と線流量の変化の結果を採用する。これらから、波高などの波のパラメ

タを求める。

4. 計算結果および考察

(1) 浅水変形

規則波の浅水変形に関して特に研究が行われてきたのは、波高の変化の解明である。深海から入射した波は一定の水深まで波高が緩やかに減少し、その後急速に増大して、砕波に至る。このような波高の変化は種々の方法で明らかにされている。(Sakai・Battjes, 1980; Shuto, 1974; たとえば Horikawa, 1988)

図-3 は本研究における数値計算の結果と微小振幅波のエネルギーフラックス保存則による浅水係数の比較を示す。計算例の入射波の周期は3sで、波高は3mである。両者の結果はほぼ一致する。しかし、計算結果には反射波が含まれているため、エネルギーフラックスが減少する傾向があり、エネルギーフラックスを一定とした理論値より波高がやや小さくなると考えられる。

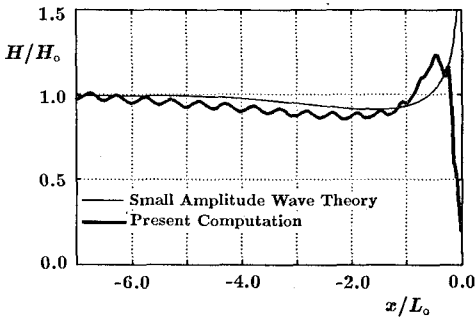


図-3 浅水係数の計算値と理論値

次に非線形性が顕著になりはじめる地点について考察する。まず、波の非線形性を評価するため、次のような非線形性指標を定義する。

$$R = H^2 / 8 \eta^2 \quad (23)$$

このように定義した非線形性指標は、正弦波に対して1となり、波形の尖鋭度が高くなると大きくなる。N形の波ではその値が1.5となる。図-4 は一様勾配斜面上における波形と非線形性指標の関係を示す。Rが1より大きくなると、非線形性の影響が無視されないことがわかる。また、浅水係数 K_s は次のように変換される。

$$\begin{aligned} K_s &= H/H_0 \\ &= \sqrt{R^2 \frac{\sqrt{2} \eta^2}{H_0}} \\ &= \sqrt{R} K_s' \quad (24) \end{aligned}$$

波エネルギーの浅水係数は微小振幅波のものが有限振幅波のものにほぼ等しくなる (Dibajnia ら, 1988) ことから、 K_s' は微小振幅波の浅水係数であり、したがって R

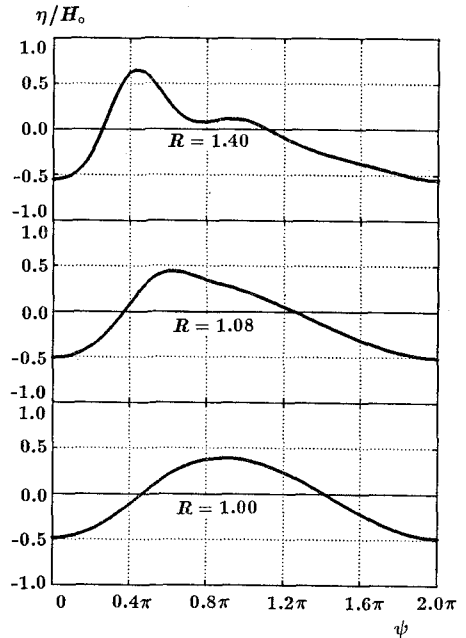


図-4 波形と非線形性指標

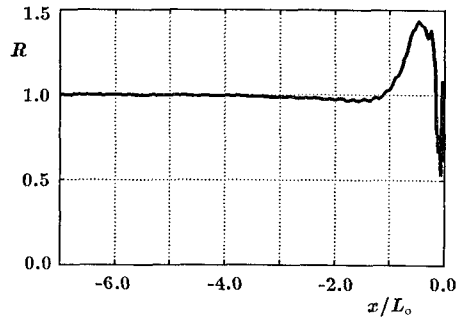


図-5 非線形性指標の変化

は有限振幅波の浅水係数と微小振幅波の浅水係数の比とほぼ同等であることがわかる。図-5 は図-3 の計算と同じ条件での非線形性指標の変化を示す。

深海からの波は一定の水深の領域に至るまでは非線形指標の値は1で、その後、砕波点に向かって1より大きくなる。非線形領域の始点を $\Delta R/R=0.02$ で定義すると、入射波波形勾配に対する非線形領域開始点の相対水深 h_0/L_0 は図-6 で示される。

波の非線形性はアーセル数 ($U_r = HL^2/h^3$) あるいは浅水アーセル数 ($U_s = gHT^2/h^2$) で表わされることが多い。Shuto (1974) は微小振幅波理論の適用限界は浅水アーセル数が30であると指摘した。しかし、ここで定義された非線形指標 $\Delta R/R=0.02$ を用いると、限界浅水アーセル数の値は6となる。一方、限界条件では微小振幅波理

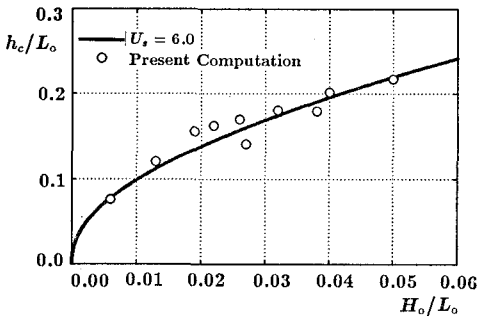


図-6 非線形条件

論による分散関係式と浅水係数が適用できるので、浅水アーセル数で表わされる限界条件も相対限界水深 h_c/L_0 と入射波波形勾配の関係に変換される。この結果と数値実験における $\Delta R/R=0.02$ の限界との比較も図-6 に示しており、両者はよく一致している。

(2) 砕波変形

砕波変形過程は流体力学上極めて複雑な不連続現象であって、充分な解明は現在においても行われていない。一方、砕波変形は海岸工学の最も重要な課題の一つでもあり、多くの研究成果が得られている。

砕波点に生ずる最大波高、すなわち、砕波波高に関する実験的研究の成果も多く得られている。しかし、実用的な解析モデルとなると、波の非線形性と砕波変形の両方を精度よくシミュレートすることが非常にむずかしいため、高精度のモデル開発は困難である。図-7 は砕波点近傍の波高分布の計算結果と野沢(1980)の実験データとの比較例を示す。数値計算による波高が砕波点近傍で急に増大する傾向は実験結果とほぼ一致する。しかし、数値モデルでは砕波帯でのエネルギー損失を差分式の中に含まれる数値逸散で代行することになり、その精度が十分でないので、計算結果と実験結果には若干の差が生じる。

砕波波高や砕波水深など、砕波点における波のパラメ

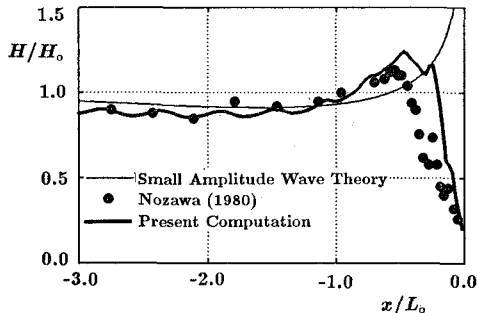


図-7 砕波近傍の波高分布

ータの間に一定の関係があるという認識に基づいて、その一般的な関係を求める研究が行われてきた。一様水深域での砕波を進行波の極限的な状態として扱い、さらにその結果が緩い勾配上にも適用可能であると仮定して孤立波の相対砕波波高が一定となることが従来の研究で指摘されてきた。その値は求める方法によって、0.73となる説(Boussinesq, 1871; Laiton, 1960)もあるし、0.78となる説(MaCown, 1894)もある。また、0.83 (Gwyther, 1900; Davies, 1952; Yamada, 1957; Lenau, 1966; Witting, 1975; Fox, 1977), 0.87 (Chappeler, 1959), 1.03 (Pacham, 1952)を得たものもある(樫木, 1970; Galvin, 1972; Longuet-Higgins, 1980)。これらのうち、0.83 を与える理論が最も信頼性が高い。一方、Iversen(1952)および Galvin(1968)の $1/10$ 勾配斜面上での実験データはこれよりも大きいことを示している。また、合田(1970)の砕波指標はこれを取りまとめたものである。図-8 は

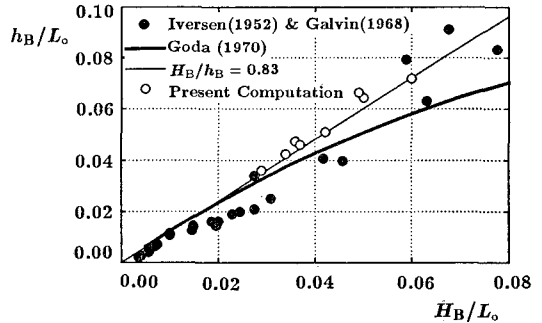


図-8 砕波相対波高

これらと数値計算の結果が比較されている。図より、計算結果は合田の砕波指標に比べて波高水深比が小さくなり、孤立波の波高水深比に近い値を与えることがわかる。砕波水深と入射波の波形勾配の関係についても合田(1970)がとりまとめている。図-9 で合田の結果と数値計算の結果を比較すると、計算では砕波水深を過小評価していることがわかる。これは、図-8 の計算に際して深海および極浅海で十分小さくなる、式(2)中の第4項と第5項を全領域にわたって無視したことが原因の一つであると考えられる。また、本研究の理論では、砕波点近傍において圧力分布の仮定が必ずしも正確ではないことも重要な原因であろう。

砕波波高と入射波波形勾配との関係についてもいろいろな研究が行われてきたが、そのうち、Komar・Gaughan(1973), 合田(1970)と Sunamura(1982)の結果を取り上げて、数値計算の結果と比較する。図-10にその結果を示す。合田の経験式は多くの実験データをまとめたもので、信頼度が高いと考えてよい。図から、砕波波高の計

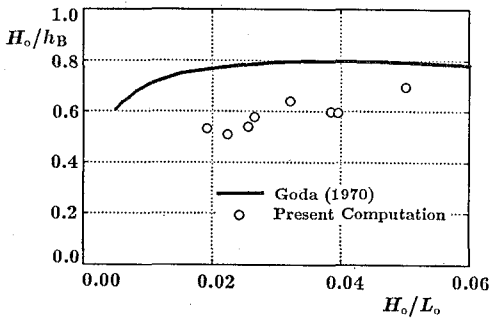


図-9 砕波水深と入射波形状配との関係

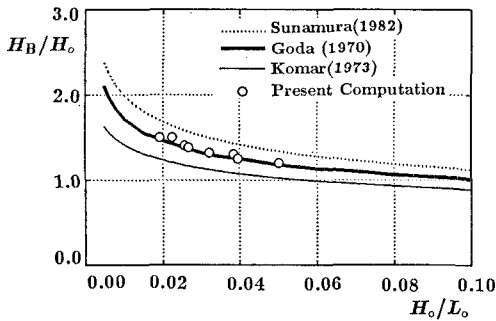


図-10 砕波波高と入射波形状配との関係

算結果は合田の経験式とよく合うことがわかる。

5. ま と め

準線形双曲型の波運動の基礎方程式を用いて、一樣勾配の傾斜海岸上での波の浅水変形および砕波変形を一括して計算することを試みた。数値計算には有限特性曲線を用いた。計算の結果を理論的および経験的な従来の研究成果と比較した。その結果、以下の結論が得られた。

- 1) 有限特性曲線法は不連続点(砕波点)を有する場合にも適用できる。
- 2) 波の浅水変形の計算は従来のエネルギーフラックス法での結果とほぼ一致する。
- 3) 波の非線形性については、ここで定義した非線形性指標で評価すると、浅水アーセル数による限界条件とよく一致する。
- 4) 砕波点近傍の波高分布を実験データと比較したところ、相対砕波波高は理論的および実験的な従来の結果とよく一致した。また、砕波水深、砕波波高と入射波形状

勾配との関係も、従来の実験結果と比較的によく一致した。

- 5) 砕波変形の計算に対しても合理的な結果が得られた。

なお、数値モデルに海底の摩擦による運動量損失を取り込む方法は必ずしも一般的なものではないので、その一般的な法則が得られれば、海岸上での波の run-up 計算にも応用できると考えられる。

参 考 文 献

- Dibajnia, M.・磯部雅彦・渡辺 晃 (1988): 有限振幅波および微小振幅の浅水変形の比較, 第43回年次学術講演会講演概要集, 第2部, pp. 580~581.
- 合田良実 (1970): 砕波指標の整理について, 土木学会論文報告集, No. 108, pp. 39~49.
- 橋本 亨 (1973): 砕波特論, 水工学シリーズ 73-B-2, 土木学会水理委員会, pp. B-2-1~B-2-38.
- 野沢是幸 (1980): 斜面上の波の底面流速に関する研究, 東京大学工学部土木工学科卒業論文, 125p.
- 余 錫平・磯部雅彦・渡辺 晃 (1989): 特性曲線法を用いた没水平板周辺の波浪場の非線形解析, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 524~528.
- Galvin, C. J. (1968): Breaking type classification on three laboratory beaches, J. Geophys. Res., Vol. 73, pp. 175~200.
- Galvin, C. J. (1972): Wave breaking in shallow waters, in Waves on Beachs and Resulting Sediment Transport, ed. by Meyer, R. E., Academic press, pp. 413~456.
- Horikawa, K. (ed) (1988): Nearshore dynamics and coastal processes, University of Tokyo press, 522p.
- Iversen, H. W. (1952): Waves and breakers in shoaling water, Proc. 3rd Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp. 1~12.
- Komar, R. P. and Gaughan, M. K. (1973): Airy wave theory and breaker height prediction, Proc. 13th Conf. on Coastal Eng., ASCE, Vol. 1, pp. 405~418.
- Lax, P. D. (1954): Weak solution of hyperbolic equations and their numerical computation, Commu. Pure and Applied Math., Vol. 7, pp. 159~193.
- Lin, P. (1952): Numerical analysis of continuous unsteady flow in open channels, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 33, No. 2, pp. 226~234.
- Longuet-Higgins, M. S. (1980): The unsolved problem of breaking waves, Proc. 17th Conf. on Coastal Eng., ASCE, Vol. 1, pp. 1~29.
- Sakai, T. and Battjes, J. A. (1980): Wave shoaling calculated from Cokelet's theory, Coastal Eng., Vol. 4, pp. 65~84.
- Shuto, N. (1974): Nonlinear long waves in a channel of variable section, Coastal Eng. in Japan, Vol. 17, pp. 1~12.
- Stoker, J. J. (1957): Water waves, Interscience Publisher, 567p.
- Sunamura, T. (1982): Determination of breaker height and depth in field, Ann. Rep. of Tsukuba Univ., No. 8, pp. 53~54.