

クノイド波の第3次近似解と波浪変形・海浜流モデルへの適用

山口正隆*・飯野剛弘**

1. 結 言

山口ら (1990) は2つの波速の定義に基づく Chappellear (1962) および Laitone (1965) のクノイド波の第3次近似解 (Laitone 自身は第3次近似解を誘導していないが, 波特性を波高水深比 H/D により表示したクノイド波理論をこう呼ぶ) の再誘導と, それらの波特性・波平均量の検討, および shoaling・屈折変形解析を行ったが, Chappellear の解は相対水深の大きい領域でエネルギーフラックスなどが適切な挙動を示さず, 一方, Laitone の解は波の非線形性が卓越する場合に, 非現実的な水粒子速度分布を与えるなどの問題点が明らかになった。

そこで, 本研究ではそれぞれの理論の合理的な特性を保存したクノイド波理論を構成するという立場から, 2展開パラメータ L_0, L_3 表示に基づく Chappellear の解を単一展開パラメータ L_0 で再表示することによって修正第3次近似解を求め, その波特性・波平均量の挙動や従来のクノイド波理論との理論的相互関係を明らかにするとともに, shoaling・屈折変形解析と波浪変形・海浜流の数値モデルへの適用を行う。

2. クノイド波の修正第3次近似解

(1) クノイド波理論における展開パラメータ

Chappellear のクノイド波理論における展開パラメータ間の関係式および, これらと波高との関係は次式で表される。

$$\begin{aligned} 2L_3 + L_0(\kappa^2 + e) + L_0^3 \{ (1/5)(-1 + 6\kappa^2 + 9\kappa^4) + 2(1 + \kappa^2)e \} + 6L_0L_3(\kappa^2 + e) + L_3^2 + L_0^3 \{ (1/175)(-102 + 223\kappa^2 + 944\kappa^4 + 675\kappa^6) + (1/25)(111 + 214\kappa^2 + 111\kappa^4)e \} + 2L_0^2L_3 \{ -1 + 6\kappa^2 + 9\kappa^4 + 10(1 + \kappa^2)e \} + 15L_0L_3^2(\kappa^2 + e) = 0 \quad (1) \\ H/D = \kappa^2 L_0 \{ 1 + (1/4)L_0(10 + 7\kappa^2) + 6L_3 + (1/40)L_0^2 \cdot (251 + 369\kappa^2 + 151\kappa^4) + (5/2)L_0L_3(10 + 7\kappa^2) + 15L_3^2 \} \quad (2) \end{aligned}$$

ここに, κ : 楕円関数の母数, $e = E/K$, K および E : 第

1種および第2種完全楕円積分, である。さて, L_3 が L_0 のべき級数で展開されると仮定すれば, 式(1)より L_3 がつぎのように求められる。

$$\begin{aligned} L_3 = -(1/2)(\kappa^2 + e)L_0 + (1/40)\{ 4 - 24\kappa^2 + 19\kappa^4 + 10 \cdot (-4 + 7\kappa^2)e + 55e^2 \} L_0^2 - (1/2800)\{ -816 + 3884\kappa^2 - 5048\kappa^4 + 1375\kappa^6 + (8316 - 21616\kappa^2 + 10941\kappa^4)e + 2625(-8 + 9\kappa^2)e^2 + 14875e^3 \} L_0^3 \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

また, 式(3)を式(2)に代入すれば, 波高と L_0 の関係式は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} H/D = \kappa^2 L_0 + (1/4)\kappa^2(10 - 5\kappa^2 - 12e)L_0^2 + (1/8)\kappa^2 \cdot \{ 55 - 55\kappa^2 + 13\kappa^4 + 74(-2 + \kappa^2)e + 96e^2 \} L_0^3 \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

(2) 修正第3次近似解の誘導

波速の第1定義および第2定義に基づく Chappellear の理論における波特性・波平均量の表示式 (山口ら, 1990)に式(3)を代入し, 波特性では $0(L_0^3)$, 波平均量では $0(L_0^4)$ まで考慮すれば, 修正第3次近似解が得られる。たとえば, 第1定義に基づく波速 $c/\sqrt{gD}$ は次式になる。

$$\begin{aligned} c/\sqrt{gD} = 1 - (1/2)(-2 + \kappa^2 + 3e)L_0 + (1/120)\{ 212 - 212\kappa^2 + 57\kappa^4 + 310(-2 + \kappa^2)e + 465e^2 \} L_0^2 - (1/2800)\{ -11288 + 16932\kappa^2 - 8394\kappa^4 + 1375\kappa^6 + (53788 - 53788\kappa^2 + 12663\kappa^4)e + 41125(-2 + \kappa^2)e^2 + 41125e^3 \} L_0^3 \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

ここに, 添字 $c^{1'}$ は波速の第1定義を意味する。式(5)は展開パラメータ L_0 で一義的に表示されており, Chappellear の原理論におけるような表示式の多様性の問題は解消される。

また, $t=0$ における水粒子の初期位置を $(0, z_0)$ とする水粒子の軌跡 (x, z) は次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} x^{1'}/T\sqrt{gD} = [\{ \alpha e - E(\alpha) \} L_0 + \{ (1/6)[2(1 - \kappa^2) + (4 - 5\kappa^2)e - 15e^2 \} \alpha + 3(-4 + 3\kappa^2 + 7e)E(\alpha) + 6\{ \alpha e - E(\alpha) \} \kappa^2 \sin^2 \alpha] - (3/4)(y_0/D)^2 \kappa^2 \sin \alpha \operatorname{cn} \alpha \operatorname{dn} \alpha L_0^2 + \{ -(1/600)[20(-24 + 41\kappa^2 - 17\kappa^4) + (256 + 244\kappa^2 - 369\kappa^4)e + 150(32 - 25\kappa^2)e^2 - 5625e^3 \} \alpha + \{ 2724 - 3624\kappa^2 + 1049\kappa^4 + 50(-200 + 133\kappa^2)e + 8325e^2 \} E(\alpha) - 8[75\{ \alpha e - E(\alpha) \}^2 - 1 - \kappa^2] \kappa^2 \sin \alpha \end{aligned}$$

* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部海洋工学科

** 正会員 工修 川崎重工業株式会社

$$\begin{aligned}
 & \operatorname{cn} \alpha \operatorname{dn} \alpha + 100 \{ [2(-1 + \kappa^2) + (-10 + 11\kappa^2)e \\
 & + 27e^3] \alpha + 3[6 - 5\kappa^2 - 11e] E(\alpha) \} \kappa^2 \operatorname{sn}^2 \alpha - 24\kappa^4 \\
 & \operatorname{sn}^3 \alpha \operatorname{cn} \alpha \operatorname{dn} \alpha - 600 \{ e\alpha - E(\alpha) \} \kappa^4 \operatorname{sn}^4 \alpha + (y_0/D) \\
 & D^2 [(1/20) \{ 8(2 - 3\kappa^2 + \kappa^4) - 15\kappa^2 e \} \alpha + (1/20) \{ -16 \\
 & + 31\kappa^2 - 16\kappa^4 \} E(\alpha) - (1/40) \{ 44 - 61\kappa^2 - 105e \} \\
 & \kappa^2 \operatorname{sn} \alpha \operatorname{cn} \alpha \operatorname{dn} \alpha + (3/2) \{ 1 + \kappa^2 \} \{ e\alpha - E(\alpha) \} \kappa^2 \operatorname{sn}^2 \alpha \\
 & - (9/20) \kappa^4 \operatorname{sn}^3 \alpha \operatorname{cn} \alpha \operatorname{dn} \alpha - (9/4) \{ e\alpha - E(\alpha) \} \{ \kappa^4 \operatorname{sn}^4 \\
 & \alpha + (3/16) (y_0/D)^4 \{ -1 - \kappa^2 + 3\kappa^2 \operatorname{sn}^2 \alpha \} \kappa^2 \operatorname{sn} \alpha \operatorname{cn} \\
 & \alpha \operatorname{dn} \alpha \} L_0^3] / 2K \dots\dots\dots (6) \\
 & z/T \sqrt{gD} = z_0/T \sqrt{gD} - (3/16 \sqrt{3} L_0 K) (y_0/D) [4\kappa^4 L_0^2 \\
 & \operatorname{sn}^2 \alpha + [2(4 - 3\kappa^2 - 7e) \kappa^2 \operatorname{sn}^2 \alpha + 8 \{ e\alpha - E(\alpha) \} \\
 & \kappa^2 \operatorname{sn} \alpha \operatorname{cn} \alpha \operatorname{dn} \alpha + 2(y_0/D)^2 \{ 2(1 + \kappa^2) \kappa^2 \operatorname{sn}^2 \alpha - 3\kappa^4 \\
 & \operatorname{sn}^4 \alpha \}] L_0^3] \dots\dots\dots (7)
 \end{aligned}$$

ここに、 $\alpha = -2Kt/T$, sn , cn , dn : Jacobi の楕円関数, $E(\alpha) = \int_0^\alpha \operatorname{dn}^2 u du$: Jacobi の E 関数, $y_0 = 1 + z_0/D$, T : 周期, である。したがって, 質量輸送速度分布 $U_m^1/\sqrt{gD}$ は単位時間あたりの水粒子の水平方向残留変位として,

$$\begin{aligned}
 U_m^1/\sqrt{gD} = & (1/3) \{ -1 + \kappa^2 + 2(2 - \kappa^2)e - 3e^2 \} L_0^2 \\
 & + [(1/30) \{ -24 + 41\kappa^2 - 17\kappa^4 + (149 - 169\kappa^2 \\
 & + 34\kappa^4)e + 5(-52 + 29\kappa^2)e^2 + 135e^3 \} + (2/5)(y_0/D)^2 \\
 & \cdot \{ -2 + 3\kappa^2 - \kappa^4 + 2(1 - \kappa^2 + \kappa^4)e \}] L_0^3 \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

のように表される。

(3) Fenton によるクノイド波の第3次近似解との関係

Fenton (1979) のクノイド波理論で使用された展開パラメータは波の谷からの水深 h_t を用いた無次元波高 H/h_t であるので, Chappellear の解および修正解についても H/h_t による表示を試みる。すなわち H/h_t のべき級数で展開できると仮定した L_0, L_3 を, 式(1)および式(2)に代入し, h_t/D の関係式を考慮して若干の計算を行えば, L_0 および L_3 は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 L_0 = & (1/\kappa^2) (H/h_t) + (1/4\kappa^4) \{ -6 + \kappa^2 + 8e \} (H/h_t)^2 \\
 & + (1/8\kappa^6) \{ 3(3 + \kappa^2) - 8(2 + \kappa^2)e + 8e^2 \} (H/h_t)^3 \\
 & \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_3 = & -(1/2\kappa^2) \{ \kappa^2 + e \} (H/h_t) + (1/40\kappa^4) \{ 2(2 + 3\kappa^2 \\
 & + 7\kappa^4) - 5(2 - 5\kappa^2)e + 15e^2 \} (H/h_t)^2 - (1/2800\kappa^6) \{ 24 \\
 & + 279\kappa^2 + 307\kappa^4 + 710\kappa^6 + 7(53 - 153\kappa^2 + 253\kappa^4)e
 \end{aligned}$$

$$-1050(1 - 2\kappa^2)e^2 + 875e^3 \} (H/h_t)^3 \dots\dots\dots (10)$$

また, H/h_t で表示した h_t/D は次式のように表される。

$$\begin{aligned}
 h_t/D = & 1 + (1/\kappa^2) (1 - \kappa^2 - e) (H/h_t) + (1/4\kappa^4) \{ 2(1 \\
 & - 3\kappa^2 + 2\kappa^4) - (6 - 7\kappa^2)e + 4e^2 \} (H/h_t)^2 - (1/400\kappa^6) \\
 & \cdot \{ -66 + 399\kappa^2 - 733\kappa^4 + 400\kappa^6 + 2(233 - 683\kappa^2 \\
 & + 458\kappa^4)e - 200(4 - 5\kappa^2)e^2 + 400e^3 \} (H/h_t)^3 \\
 & \dots\dots\dots (11)
 \end{aligned}$$

Fenton は計算の便宜を考え, $L/D, T\sqrt{gD}$ および h_t/D を H/D の関数として, また他の波特性・波平均量を H/h_t の関数として与えている。このうち, $L/D, T\sqrt{gD}$ および h_t/D に対する表示式は Chappellear のクノイド波理論を H/D で表示した Laitone の表示式に相当し, 両者は一致することが確かめられている (山口ら, 1990)。一方, 式(9), 式(10)および式(11)を L_0, L_3 あるいは L_0 で表示した波特性・波平均量式にそれぞれ代入し, 波特性の場合には $0[(H/h_t)^3]$, 波平均量の場合には $0[(H/h_t)^4]$ まで考慮すれば, 得られた各波特性・波平均量の表示式は Fenton の解と一致することが確認される (山口ら, 1991b)。また, 山口ら (1990) が導いた Laitone 流の第3次近似解のうち, 第2定義に基づく波特性は Isobe (1988) のものと完全に一致する。

結局, 図-1 に示すように, L_0, L_3 表示による Chappellear の第3次近似解を出発点として, L_0 表示による本研究の修正解, H/h_t 表示による Fenton の解, H/D 表示による Laitone, Isobe の解を, また, L_0 表示による修正解から Fenton の解あるいは Laitone, Isobe の解を導くことができるし, さらに Fenton の解と Laitone, Isobe の解を相互変換することも可能である。

(4) 波特性・波平均量の考察

図-2 は波速に関する岩垣らの実験結果および最大水平水粒子速度に関する合田の実験結果と, 各種の有限振幅波理論解を比較したものであり, 図中の記号の最初のもは Stokes 波とクノイド波の区別を, 2番目は近似度を, 3番目は波速の定義を, さらに4番目の L, De は Laitone, De という人名, CM は本研究の修正解を意味し, とくに S-5-2 は山口ら (1991a) が導いた波速の第2定義に基づく Stokes 波の第5次近似解である。さて,

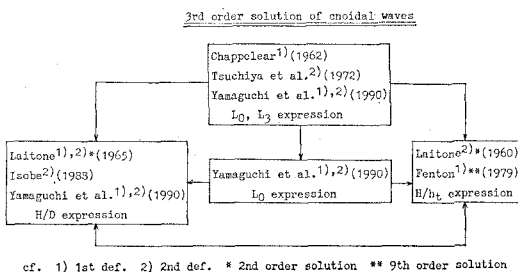


図-1 各種クノイド波理論の相互関係

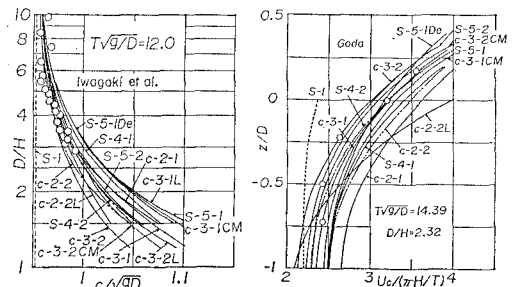


図-2 波速・水粒子速度分布の実験結果との比較

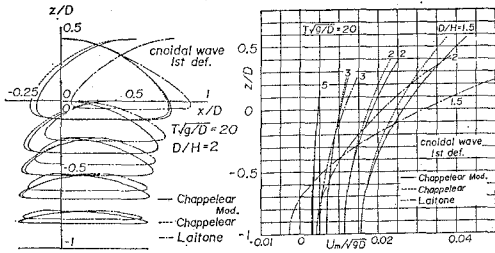


図-3 水粒子の軌跡および質量輸送速度分布

波速の実験結果は理論間の差が増大する D/H の小さい場合を欠いているが、修正解は Laitone の解と同様の値をとり、とくに第2定義の解は実験結果とよく一致する。一方、水平水粒子速度に関しては修正解は Stokes 波の第5次（第4次）解とそれほど変わらず、いずれも実験結果との対応が比較的良好であるが、実験結果はばらつきが大きく、波速の定義法の影響を明確にできるほどの精度をもたない。また、修正解は Chappellear の解と比べて流速勾配が若干急になるだけで両者にそれほどの相違を生じないのに対し、Laitone の解は修正解および Chappellear の解とかなり異なる。

図-3 は水粒子の軌跡と質量輸送速度の鉛直分布を示したものである。修正解と Chappellear の解による水粒子の軌跡は同様な値をとるが、水面近くで修正解によるものが前進する傾向を示し、質量輸送速度も若干大きい。しかし、修正解と Laitone の解は D/H が小さい場合に非常に大きな相違を生じ、後者はひずんだ軌跡形状や他の2つの解からの大きなずれを与える。

図-4 は各種波平均量のうち無次元エネルギー $\hat{E}$ 、無次元エネルギーフラックス $\hat{F}$ と D/H の関係を $T\sqrt{gD}$ をパラメータとして図示したものであり、'へ'は微小振幅波による結果で無次元化されていることを表す。まず修正解および Chappellear の解を比べると、前者による波平均量の D/H および $T\sqrt{gD}$ による変化はかなり滑

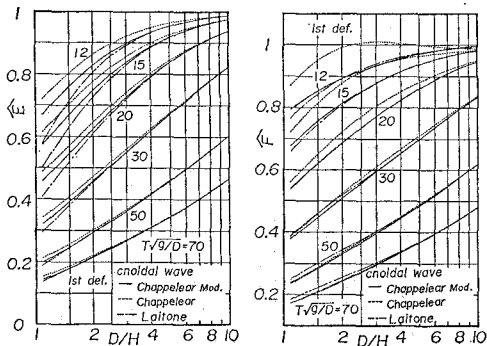


図-4 波平均量の特徴

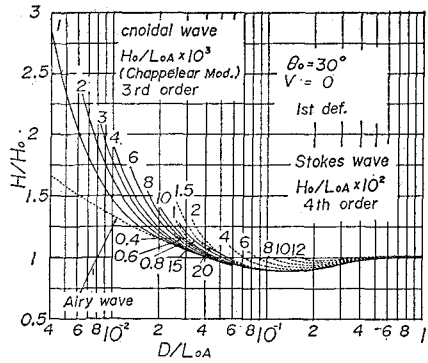


図-5 屈折変形解析の1例

らかとなっており、 D/H が大きい場合は微小振幅波理論による値に漸近する傾向が実現される。一方、修正解および Laitone の解を比べると、両者の特性はほぼ一致するが、 D/H の減少とともに $T\sqrt{gD}$ の値が小さいほど離れる。結局、修正解による波平均量は Laitone の解に近い挙動を示し、相対水深が大きい場合に Chappellear の解にみられた波パラメータに関する不自然な挙動がとくにエネルギーフラックスや radiation stress において改善される。

(5) shoaling・屈折変形解析への応用

平行等深線地形上に沿岸方向1次元流れ $V(x)$ が存在する場合、波長、波向および波高変化を求めるための基礎的関係式は、平均水位の変化の影響を無視するならば、波数の保存則、波数の非回転条件、波と流れに関する全エネルギーの保存則および連続方程式により与えられる（山口ら，1989）。図-5 は深海でのエネルギーフラックスを Stokes 波の第4次近似解で評価した場合の Stokes 波理論およびクノイド波理論（第1定義）に基づく屈折変形の解析結果を図示したものであり、添字 '0' は流れのない深海領域を、'A' は微小振幅波理論を意味する。これによると、 H/H_0 は shoaling の場合と同様 Stokes 波領域では D/L_{0A} (L : 波長) とともに減少したのち増大するのに対し、クノイド波領域では単調に増大する。この変化傾向は H_0/L_{0A} が小さいほど著しい。また、Stokes 波とクノイドによる結果は滑らかに交差することから、Stokes 波領域からクノイド波領域への波特性の変化が連続することとなり、実用上便利である。

3. 波浪変形・海浜流の数値モデル

(1) 波浪変形モデル

波浪変形モデルで使用される基礎方程式は波数の保存則および非回転条件より導かれる波数成分方程式と、波に関するエネルギー保存則である（Yamaguchi, 1986）。

波浪変形モデルの数値計算は差分法および特性曲線法

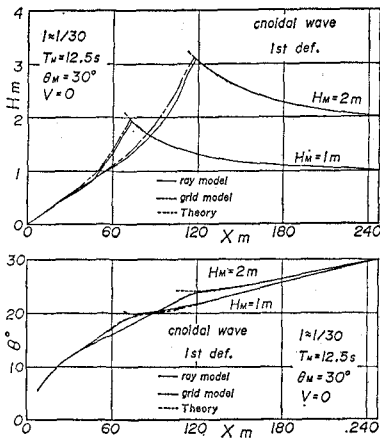


図-6 屈折変形に関する理論解と数値解の比較

による。まず、差分法モデルにおいては波数成分方程式を保存形に変形した式とエネルギー保存則を時間および岸沖 (x) 方向に関し前進差分、沿岸 (y) 方向に関し中央差分で近似する。一方、特性曲線法モデルでは、波数成分方程式およびこれと同様の形に変形したエネルギー保存則が同一の特性曲線 (波向線) をもつことに着目し、波向線に沿う数値積分と波の進行方向および沿岸方向に関する 2 回の内 (外) 挿を通じて波特性を格子点で推定する (山口ら, 1988)。また、沖側では入射波の波特性 (周期 T_M , 波高 H_M , 波向 θ_M) を与えるとともに、側方境界では、周期性境界条件を課する。

つぎに、計算過程において現れるクノイド波の波特性の推定や全エネルギーから波高への変換は、計算過程で得られる L/D と H/D , および L/D と無次元エネルギーの広範な値に対してあらかじめ用意された数表の内挿による。これらの数値計算法の詳細はすでに Yamaguchi (1986) において述べられている。

図-6 は海底勾配 $i \approx 1/30$ の一様勾配地形に $\theta_M = 30^\circ$ の波が入射した場合の波高および波向変化の計算結果を 2 つの波浪変形モデルおよび理論解に基づいて示したものであり、いずれの数値解も理論解と砕波直前まではほぼ一致する。したがって、特性曲線法および差分法に基づく波浪変形モデルの精度は単純な条件の場合かなり高いといえる。また、砕波後における 2 つの数値モデルによる計算結果の差は格子点モデルでは格子点上で、一方特性曲線法モデルでは波向線上で砕波の判定を行うという砕波点評価法の相違に起因する。

(2) 海浜流モデル

海浜流モデルで使用する基礎方程式は鉛直方向に積分された連続方程式および運動量方程式であるが、後者に含まれる底面摩擦力の評価において、楕円関数を含むクノイド波理論に基づき底面水平水粒子速度を繰り返し計

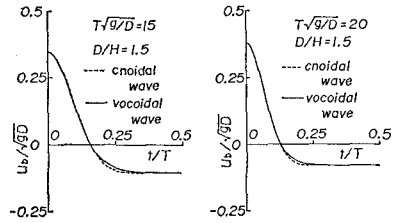


図-7 クノイド波形に対する Voccoid 波近似

算するには多くの時間を要する。そこで、計算時間の短縮をはかるため、底面水平水粒子速度を Voccoid 波で最小 2 乗近似することを試みる。

$$u_b(t) = (u_b^0 - u_b^1) [\{\cos(2\pi t/T) + 1\}/2]^r + u_b^1 \dots (12)$$

ここに、添字 '0' および '1' は波の峰および谷の位相を表す。図-7 はクノイド波の修正第 3 次近似解による底面水平水粒子速度を Voccoid 波近似した結果を示したものであり、 u_b^0 , u_b^1 および最適な r を与えることにより楕円関数で表された底面水平水粒子速度波形が Voccoid 波によりかなりの精度で近似されることがわかる。

海浜流の数値計算は時間に関して前進差分、空間に関して中央差分をとる差分法を使用して行う。初期条件および境界条件も従来のモデル (Yamaguchi, 1986) と全く同じである。なお、Voccoid 波近似の使用は海浜流モデルによる計算時間を約 50% に減少させた。

本研究で開発した海浜流モデルには、波浪変形計算を差分法で行う差分法モデルと、波浪変形計算を特性曲線法で行う特性曲線法モデルの 2 種類があるが、いずれにおいてもクノイド波の波特性・波平均量、クノイド波の Voccoid 波近似による r , $u_b^0/\sqrt{gD}$, $u_b^1/\sqrt{gD}$ の算定は波浪変形モデルにおけると同様、あらかじめ用意したこれらの数表の内挿による。

図-8 は波高変化に関する実験結果と第 1 定義および第 2 定義のクノイド波の修正第 3 次近似解を用いた計算結果 (差分法モデル) との比較を示したものであり、水深減少に伴う波高の急増と砕波による波高の急減傾向を、とくに第 2 定義のクノイド波理論に基づく結果はよく説明するが、砕波点の前後では実験結果が計算よりやや小

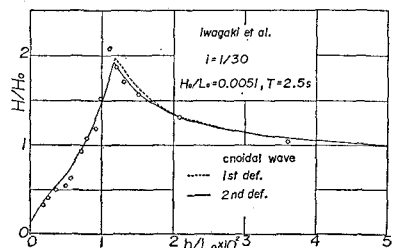


図-8 波高変化の実験結果と計算結果との比較

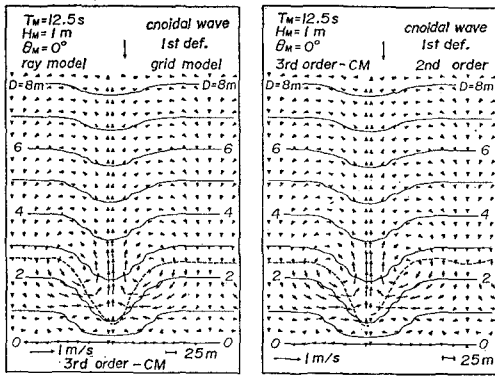


図-9 海浜流分布に及ぼす計算条件の影響

さい。

図-9 は Noda のモデル地形に波が直角入射した場合の海浜流分布に及ぼす計算条件の影響を示したものである。まず数値計算法の影響をみると、いずれにおいても領域中心線を対称軸として砕波帯近傍での大きな一対の循環流と汀線近傍での偏平な一対の循環流が見出されるが、数値計算法の相違に基づく流況の差異は少ない。一方、解の高次化の影響をみると、第2次近似解では第3次近似解に比べて波高が大きく評価され、したがって砕波点も沖側に位置することになるので、循環流中心も沖側に存在する。その結果、流速もやや増大するが、全体的な流況にそれほどの変化はない。

図-10 は湾入海岸地形に $\theta_m = -20^\circ$ の斜め入射波が作用した場合の特性曲線法モデルに基づく海浜流分布図である。湾入海岸領域外では沿岸流が卓越するとともに、湾入部沖合では沿岸流が蛇行し、反時計回りの弱い循環流が形成される。一方、湾入部内では沿岸流から分かれた支流が時計方向の回転をもつ大きな循環流を形成する。

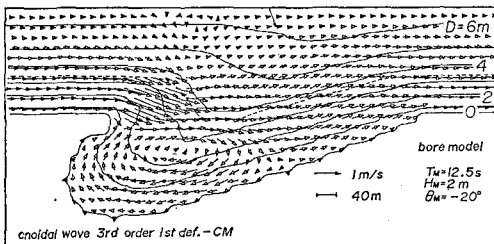


図-10 湾入海岸地形上の海浜流分布

4. 結 語

本研究で得られた結果は次のように要約される。

- ①クノイド波理論のうち、 L_0 表示の修正解は L_0 , L_3 表示の Chappellear の解と H/D 表示の Laitone の解の中間的性質をもち、しかも波特性・波平均量に関してそれぞれの解の合理的部分を保存する。また、修正解による shoaling・屈折変形の理論曲線は Stokes 波によるものと交差接続することから、実用上有用である。
- ②2パラメータ表示の Chappellear の解を母体として、従来のクノイド波理論間の相互関係が明らかになった。
- ③修正解によって波特性を評価した場合のそれぞれ2種類の波浪変形モデルおよび海浜流モデルを開発し、波浪変形・海浜流特性を考察した。

なお、紙数の都合上大部分の式および図を省略したが、これらは山口ら(1991a, b, c)に与えられる。また、本研究は文部省科学研究費一般研究C(代表 山口正隆)による成果の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 山口正隆・川原博満・戸塚耕造 (1988): 任意汀線形状海岸を対象としたクノイド波理論に基づく海浜流の数値モデル, 自然災害科学, Vol. 7, No. 2, pp. 12~20.
- 山口正隆・戸塚耕造・川原博満・飯野剛弘 (1989): 有限振幅波の屈折変形について, 愛媛大学工学部紀要, 第11巻第4号, pp. 327~342.
- 山口正隆・橋本仁志・戸塚耕造・飯野剛弘 (1990): クノイド波の第3次近似解と shoaling・屈折変形解析への応用, 愛媛大学工学部紀要, 第12巻第1号, pp. 415~435.
- 山口正隆・飯野剛弘 (1991a): Stokes 波の第5次近似解と shoaling・屈折変形解析への応用, 愛媛大学工学部紀要, 第12巻第2号 (投稿中).
- 山口正隆・飯野剛弘・平井万哉 (1991b): クノイド波の第3次近似解と shoaling・屈折変形解析への応用 (2), 愛媛大学工学部紀要, 第12巻第2号 (投稿中).
- 山口正隆・飯野剛弘 (1991c): クノイド波理論に基づく波浪変形・海浜流の数値モデル, 愛媛大学工学部紀要, 第12巻第2号 (投稿中).
- Chappellear, J. E. (1962): Shallow-water waves, J. Geophys. Res., Vol. 69, No. 62, pp. 4693~4704.
- Fenton, J. D. (1979): A higher-order cnoidal wave theory, J. Fluid Mech., Vol. 94, Part 1, pp. 129~161.
- Isobe, M. (1988): Nearshore Dynamics and Coastal Processes -Theory, Measurement and Predictive Models- (K. Hori-kawa ed.), Univ. of Tokyo Press, pp. 30~32.
- Laitone, E. V. (1965): Series solution for shallow water waves, J. Geophys. Res., Vol. 70, No. 4, pp. 995~998.
- Yamaguchi, M. (1986): A numerical model of nearshore currents based on a finite amplitude wave theory, Proc. 20th Conf. on Coastal Eng., Vol. I, pp. 849~863.