

波浪に対する砂浜地盤応答における海底摩擦の効果

酒井 哲郎*・服部 明彦**・間瀬 肇***

1. ま え が き

海岸・海洋構造物を支持する海底地盤内では、波浪による波圧変動によって間隙水圧や有効応力が変動する。その結果、構造物の倒壊や海底地盤の崩壊が生じることがあると言われている。波浪による波圧変動によって生じる海底地盤内の間隙水圧や有効応力に関しては、この10年間に圧密理論を用いた扱いがいくつか発表された(例えば、Yamamoto ら, 1978; Madsen, 1978; Mei and Foda, 1981; Nago and Maeno, 1984; Okusa, 1985; Maeno and Hasegawa, 1987)。これらの扱いでは何れも Biot (1941) の式を用いており、これまでの扱いに比べて地盤の変形と間隙水の運動の両方を考慮した点で優れている。

しかしながら、Biot の式が成立するためには多くの仮定がなされている。例えば地盤の応力と歪みの間には弾性体の関係があることを仮定しているが、その他に間隙水や地盤の加速度は無視されているし、重力の効果も無視されている。加速度および重力の効果については既に検討した(酒井ら, 1988 a, b)。

最近、波浪による地盤内の間隙水圧変動および有効応力の変動を消波ブロックの沈下の原因と結び付ける考えがある(名合, 1982; 善, 1985)。消波ブロックが設置される碎波帯では、漂砂運動が顕著である。このような碎波帯では波浪による海底摩擦が無視出来ないが、これまでの波浪による海底地盤応答の扱いでは、波浪による海底摩擦は考慮されていない。ここでは Mei and Foda (1981) の境界領域近似を用いて、波浪による波圧と摩擦が同時に海底面に働く場合の海底地盤応答の近似解を導き、摩擦の効果を検討する。

2. Mei and Foda (1981) の境界領域近似

Mei and Foda に従って、地盤骨格と間隙水の2つの相からなる連続体を考える。まず2相の質量保存則を考え、土粒子そのものは非圧縮と仮定し、水は空気の混入

を考慮して圧縮性と仮定する。

次に2相の運動方程式を考える。各相には応力、重力および2相間の相互干渉力が働く。間隙水に働く応力は間隙水圧のみと仮定し、また固相に働く応力は有効応力を用いて表現する。さらに相互干渉力は、ダルシー則で表現される2相の相対運動による抗力と間隙水圧に関係する力からなると仮定する。

次に、2相の連続式と運動方程式から静止状態での釣合式を差し引く。こうして得られる式において、運動にともなう偏差の項のうち2次以上の項を無視する。さらに、得られる2相についての連続式を加えると、いわゆる貯留方程式が得られる。

一方、同様に2相の運動方程式からも運動に伴う偏差に関する式が得られる。この2つの式の加速度項および重力加速度に関係する項を無視し、有効応力に対して Hooke の法則を用いると、Biot の圧密式のうち応力に関する釣合式が得られる。この場合、間隙水の圧力と密度に関する線形の状態方程式および連続式を用いている。一方貯留方程式と間隙水の状態方程式から、Biot の圧密式のうちの間隙水に関する連続式が得られる。

Mei and Foda は圧密式を直接用いず、現象を次の2つに分けた(図-1)。すなわち波浪による海底地盤の応答は、間隙水と地盤骨格の相対速度を無視した1相の弾性体の表面に働く移動する振動荷重による変形(外部問題)と、地盤表面付近の2相の相対速度が無視し得ない境界領域での応答との和として考えた。静止状態からの偏差に関する方程式において加速度と重力を無視する

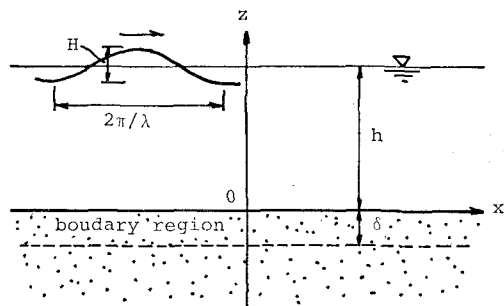


図-1 Mei and Foda(1981) の境界領域

* 正員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科

** 工修 (株)間組 土木設計部

*** 正員 工博 京都大学助手 工学部土木工学科

と、外部問題は静弾性体力学の方程式を解くことに帰着し、その解は既に求められている。一方境界領域では、方程式は一次元圧密に関する Terzaghi の式になる。外力が単振動の場合は、その解は粘性流体における Stokes の境界層の解と同じである。

3. 海底摩擦をも考慮した波浪に対する海底地盤応答の境界領域近似解

Foda and Mei(1983) は、地震による Rayleigh 波の減衰に対する間隙水の影響を議論するなかで、上記の扱いに加速度の効果を加えた。その考え方は、外部問題においてのみ加速度を考慮するものである。その場合、外部問題は、間隙水の存在を考慮して修正された密度及びポアソン比を有する動弾性体の動力学の方程式を解くことになる。

著者ら(1988a)は既にこの考えを用いて、波浪に対する海底地盤の応答における加速度の効果に関して、近似解を求めた。この場合の外部問題の基礎式は線形であり、さらに地盤表面での境界条件として波浪による海底摩擦を考慮するには、それによる補正解を加えるだけでよい。

(1) 基礎式 (Foda and Mei, 1983)

a) 外部領域 外部領域における基礎式の内の1つは、静止状態からの偏差に関する2相の連続式を加えた貯留方程式において、2相の速度を等しい ($\equiv v$) とおくと、次式のように得られる。

$$\nabla \cdot v = -n/\beta \cdot \partial p'/\partial t \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 ∇ は空間微分作用素ベクトル、 n は間隙率、 β は間隙水の有効体積弾性係数、 p' は間隙水圧変動、 t は時間である。

一方、Biot の圧密式のうちの応力の釣り合い式を導く際に加速度項を残すと、次式が得られる。

$$G \cdot \{\nabla^2 v + 1/(1-2\nu_e) \cdot \nabla \nabla \cdot v\} = \rho_e \partial^2 v / \partial t^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 G は地盤骨格のせん断弾性係数、 ν_e と ρ_e は固相一水系の等価ポアソン比と等価密度であり、次式で与えられる。

$$\nu_e = 1/2 \cdot \{2\nu/(1-2\nu) + \beta/(nG)\} \times \{1/(1-2\nu) + \beta/(nG)\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\rho_e = n\rho_w + (1-n)\rho_s \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで ν は地盤骨格のポアソン比、 ρ_w 、 ρ_s はそれぞれ間隙水と地盤骨格の密度である。

b) 境界領域 一方海底面付近では、外部問題の解に境界領域補正解が加わる。その基礎式は加速度を考慮しない Mei and Foda (1981) の場合と同様である。まずその1つは、貯留方程式と2相の運動方程式において加速

度項、重力項を無視し、境界領域近似の高次項を無視すると、次式のように得られる。

$$K\{n/\beta + (1-2\nu)/2G(1-\nu)\}^{-1} \cdot \partial^2 p'/\partial z^2 = \partial p'/\partial t \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $K \equiv k/(\rho_w g)$ (k : 透水係数)、 z は海底面を原点とした鉛直上向き座標である。また間隙水の運動方程式において加速度項および重力項を無視すると、次式が得られる。

$$\nabla p' = -n/K \cdot (v_w - v_s) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで v_w および v_s は、それぞれ間隙水と地盤骨格の速度である。式(6)はダルシーの法則であり、式(5)は Terzaghi の一次元の圧密の式になっている。

(2) 解

a) 外部領域 外部問題において、海底面での摩擦をも考慮すると、境界条件は次のようになる。

$$\sigma_{zz}|_{z=0} = a \cdot \exp\{i(\lambda x - \omega t)\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\sigma_{zx}|_{z=0} = b \cdot \exp\{i(\lambda x - \omega t)\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 σ_{zz} 、 σ_{zx} は鉛直応力とせん断応力、 x 軸は波の進行方向を正とする水平座標、 λ は波数、 ω は角周波数である。

a は微小振幅波理論の海底面での波圧振幅に負号をつけたものであり、次式で与えられる。

$$a = -\rho_w g H / 2 \cdot \text{sech}(\lambda h) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで g は重力加速度、 H は波高、 h は水深である。 $b(>0)$ は、波浪による海底摩擦応力の振幅である。波浪による海底摩擦は一般に流速の二乗に比例する形で与えられ、しかもその位相は波の位相よりずれるが、ここでは簡単のために式(8)で与えた。

$b=0$ の場合の式(2)の解は、すでに半無限弾性体表面に一定速度で移動する正弦波状の振動荷重が働いた場合の解として得られている(例えば岡本, 1967)。加速度の効果の検討(酒井ら, 1988a)においては、この解を用いた。方程式(2)は線形なので、 $b \neq 0$ の場合はその効果を補正項として加えればよい。結局、 $b \neq 0$ の場合の速度の x 、 z 方向成分 v_x 、 v_z の解は次式で与えられる。なお、外部領域の解であることを示すために、上付き添字 0 をつける。

$$\begin{aligned} v_x^0 = & a\omega/G\lambda \cdot (1+s^2)/\{(1+s^2)^2-4sq\} \\ & \times \{\exp(q\lambda z) - 2sq/(1+s^2) \cdot \exp(s\lambda z)\} \\ & \times \exp\{i(\lambda x - \omega t)\} \\ & - i\omega b/G\lambda \cdot (1+s^2)/\{(1+s^2)^2-4sq\} \\ & \times \{-2/(1+s^2) \cdot \exp(q\lambda z) + \exp(s\lambda z)\} \\ & \times \exp\{i(\lambda x - \omega t)\} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_z^0 = & -i a \omega / G \lambda \cdot (1+s^2) / \{(1+s^2)^2-4 s q\} \\ & \times\{q \cdot \exp (q \lambda z)-2 q /\left(1+s^2\right) \cdot \exp (s \lambda z)\} \\ & \times \exp \{i(\lambda x-\omega t)\} \\ & -\omega b / G \lambda \cdot(1+s^2) /\left\{\left(1+s^2\right)^2-4 s q\right\} \\ & \times\{-2 q s /\left(1+s^2\right) \cdot \exp (q \lambda z)+\exp (s \lambda z)\} \\ & \times \exp \{i(\lambda x-\omega t)\} \quad \cdots \cdots \cdots(11) \end{aligned}$$

ここで、 s と q は次式で与えられる無次元量である。

$$\left. \begin{aligned} q^2 &=1-\omega^2 / \lambda^2 C_p^2 \\ s^2 &=1-\omega^2 / \lambda^2 C_s^2 \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots \cdots(12)$$

また C_p と C_s は、次式で与えられる弾性体内の縦波とせん断波の伝播速度である。

$$\left. \begin{aligned} C_p^2 &=2(1-\nu_e) /\left(1-2 \nu_e\right) \cdot G / \rho_e \\ C_s^2 &=G / \rho_e \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots \cdots(13)$$

式(10)、(11)の下線部分が海底摩擦を考慮したことによる補正項である。

式(10)、(11)で与えられるを v を式(1)に代入すると、加速度項および海底摩擦を考慮した外部領域での間隙水圧変動が次式のように求められる。

$$\begin{aligned} p'^0 = & \rho_w g H / 2 \cdot \operatorname{sech}(\lambda h) \\ & \times\left[-\beta / n G \cdot\left(1+s^2\right)\left(1-q^2\right) /\left\{\left(1+s^2\right)^2-4 s q\right\}\right. \\ & \left.+2 i b \beta / n G \cdot s\left(1-q^2\right) /\left\{\left(1+s^2\right)^2-4 s q\right\}\right] \\ & \times \exp (q \lambda z) \cdot \exp \{i(\lambda x-\omega t)\} \quad \cdots \cdots \cdots(14) \end{aligned}$$

b) 境界領域 一方 Mei and Foda(1981)によれば、式(5)を満たす海底面付近の領域内における間隙水圧変動の補正解は、粘性流体におけるストークス境界層の解を用いて、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p'^b = & \rho_w g H / 2 \cdot \operatorname{sech}(\lambda h) \cdot P \\ & \times \exp \{(1-i) z /\left(2^{1 / 2} \delta\right)\} \cdot \exp \{i(\lambda x-\omega t)\} \\ & \cdots \cdots \cdots(15) \end{aligned}$$

ここで δ は境界領域の厚さで、次式で与えられる。

$$\delta=(K G / \omega)^{1 / 2}\left\{n G / \beta+(1-2 \nu) / 2(1-\nu)\right\}^{-1 / 2} \quad \cdots \cdots \cdots(16)$$

未知定数 P は、海底面での境界条件すなわち外部解と境界領域解の和は海底面で波圧に等しいという次式、

$$\begin{aligned} p'^0(z=0)+p'^b(z=0) \\ =\rho_w g H / 2 \cdot \operatorname{sech}(\lambda h) \cdot \exp \{i(\lambda x-\omega t)\} \\ \cdots \cdots \cdots(17) \end{aligned}$$

より決定される。ただし、加速度項のみを考慮した解ですでに上式を満たすように P を決定しているので(Sakai et al., 1988)、補正項に関しては上式の右辺を0とすればよい。

c) 海底摩擦を考慮した解 結局、加速度項および海底摩擦を考慮した、微小振幅波の進行によって生じる海底地盤内の間隙水圧変動は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p' = & p'^0+p'^b \\ = & \rho_w g H / 2 \cdot \operatorname{sech}(\lambda h) \\ & \times\left[-\beta / n G \cdot\left(1+s^2\right)\left(1-q^2\right) /\left\{\left(1+s^2\right)^2-4 s q\right\}\right. \\ & \times \exp (q \lambda z) \\ & \left.+\left(1+\beta / n G \cdot\left(1+s^2\right)\left(1-q^2\right) /\left\{\left(1+s^2\right)^2-4 s q\right\}\right)\right. \\ & \times \exp \{(1-i) z /\left(2^{1 / 2} \delta\right)\}] \\ & \times \exp \{i(\lambda x-\omega t)\} \\ & +\left[2 i b \beta / n G \cdot s\left(1-q^2\right) /\left\{\left(1+s^2\right)^2-4 s q\right\}\right. \\ & \times \exp (q \lambda z) \\ & \left.-2 i b \beta / n G \cdot s\left(1-q^2\right) /\left\{\left(1+s^2\right)^2-4 s q\right\}\right. \\ & \times \exp \{(1-i) z /\left(2^{1 / 2} \delta\right)\}] \\ & \times \exp \{i(\lambda x-\omega t)\} \quad \cdots \cdots \cdots(18) \end{aligned}$$

4. 海底摩擦の効果

式(18)を用いて、波浪による砂浜海底地盤内の間隙水圧変動におよぼす海底摩擦の効果を検討する。具体的な条件で計算するために、表-1のような波浪及び地盤条件を与える。式(18)から分かるように、海底摩擦の効果は間隙水の有効体積弾性係数 β に比例している。したがって β に関しては、その値を変えて計算する。

海底摩擦応力の振幅を表す b の値を与えるのに際し、以下のように考えた。一般に波浪による海底摩擦応力は $\rho_w f|u|$ (f :摩擦係数)で与えられる。碎波帯の様な場で摩擦係数をどのように与えるかは、いまだに明かではない。いま海底摩擦応力の振幅が、表-1の条件で式(9)より求まる海底面での波圧振幅の1/10に等しいとすると $f=0.28$ となる。この値は極端に大きい値ではないので、ここでは

$$b=1 / 10 \cdot \rho_w g H / 2 \cdot \operatorname{sech}(\lambda h) \quad \cdots \cdots \cdots(19)$$

とする。

図-2の上図は、 $\beta=10^7 \text{ N/m}^2$ の場合の間隙水圧変動(静水圧からの偏差)を、波の半周期にわたって示したものである。ここで $\theta \equiv \lambda x-\omega t=0$ は、波の峯の位相を表す。海底摩擦を考慮した場合としない場合の差はほとんどない。一方下図は、 $\beta=10^9 \text{ N/m}^2$ の場合である。この場合は当然のことながら海底面では両者は一致するが、 $z=5.0 \text{ m}$ 付近では両者の値に差が出るようになる。さらに下方では間隙水圧変動そのものが減衰する。両者の差が大きくなる $z=5 \text{ m}$ 付近で、水圧変動そのものの値が小さい $\theta=2 \pi / 5$ では海底摩擦の影響は無視出来ない。

表-1 海底摩擦の効果の計算条件

間隙率	$n=0.33$
ボアソン比	$\nu=0.33$
地盤骨格密度	$\rho_s=1.91 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
地盤骨格せん断弾性係数	$G=1.0 \times 10^8 \text{ N/m}^2$
透水係数	$k=2.8 \times 10^{-4} \text{ m/s}$
間隙水密度	$\rho_w=1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
間隙水有効体積弾性係数	$\beta=1.0 \times 10^6 \sim 10^9 \text{ N/m}^2$
水深	$h=4.0 \text{ m}$
周期	$T=7.0 \text{ s}$
波高	$H=3.0 \text{ m}$

このように海底摩擦の影響は、間隙水の有効体積弾性係数 β に大きく支配される。元来 β は、間隙水に含まれる微量のガスの存在を3相として扱うのが困難なため、間隙水の見かけの圧縮性で考慮する結果生じた量である。間隙水の飽和度と β の関係として、Verruijt の経験式が用いられている (Mei and Foda, 1981)。この式によると、完全飽和の場合には $\beta=2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ であるのに対して、わずか1%のガスを含むだけで β は大きく減少して 10^6 N/m^2 程度になる。従って海底摩擦の影響は、間隙水の飽和度に大きく影響されるが、碎波帯の

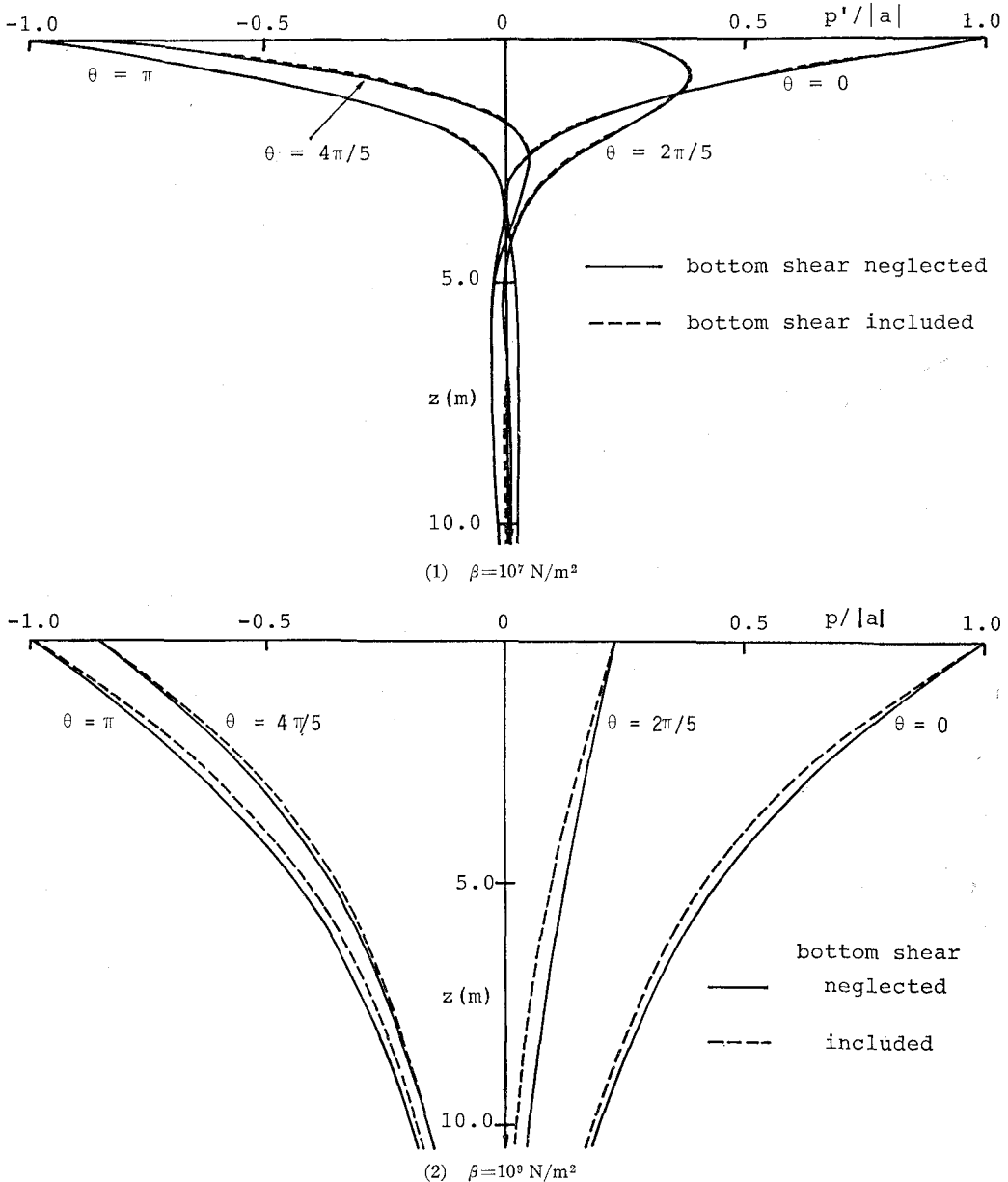


図-2 波浪による碎波帯海底地盤内の間隙水圧変動に及ぼす海底摩擦の影響

海底地盤内の間隙水の飽和度の測定例を知らない。今後は、実際の碎波帯の海底地盤の間隙水の飽和度を実測する必要がある。

以上は間隙水圧変動に関して海底摩擦の影響を議論したものであり、その他の量、例えば地盤骨格のせん断応力に関してはその影響はさらに大きくなることが考えられるが、ここでは議論しない。

5. あとがき

以上の議論では、波浪による海底地盤内の間隙水圧変動に対する海底摩擦の影響を、Mei and Foda (1981) の境界領域近似の方法を用いて解析的に検討した。同様の検討は Biot (1984) の圧密式の有限要素法による定式化においても可能であり、同様の結果が得られているが (服部, 1989), ここでは紙面の制限により割愛する。

なお本研究においては、名城大学岩垣雄一教授および京都大学防災研究所土屋義人教授の助言を得たことを記して感謝する。またこの研究は、文部省科学研究費国際学術研究 (代表舞鶴工業高専前野賀彦助教授) の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 岡本舜三 (1967): 建設技術者のための振動学, オーム社, pp. 204~206.
- 酒井哲郎・間瀬 肇・松本明男 (1988a): 波浪による海底地盤内の間隙水圧変化に及ぼす慣性項の効果, 第 32 回水理講演会論文集, pp. 589~594.
- 酒井哲郎・間瀬 肇・松本明男 (1988b): 波浪による傾斜海底地盤の応答, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 737~741.
- 善 功全 (1985): 波力を受ける構造物と海底地盤の動的挙動, 1985 年度 (第 21 回) 水工学に関する夏期研修会講義集, 土木学会水理委員会, B コース, pp. B-4-1~16.
- 名合宏之 (1982): 砂層内水圧変動と液状化, 1982 年度 (第 18 回) 水工学に関する夏期研修会講義集, 土木学会水理委員会, A コース, pp. A-9-1~15.
- 服部明彦 (1989): 波浪による碎波帯の海底地盤の挙動に関する研究, 京都大学大学院工学研究科修士論文, 交通土木工学専攻.
- Biot, M. A. (1941): General theory of three-dimensional consolidation, Jour. Applied Phys., Vol. 12, pp. 155~164.
- Foda, M. A. and C. C. Mei (1983): A boundary layer theory for Rayleigh waves in a porous, fluid-filled half space, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 2, No. 2, pp. 62~65.
- Madsen, O. S. (1978): Wave-induced pressures and effective stresses in a porous bed, Géotechnique, Vol. 28, pp. 377~393.
- Maeno, Y. and T. Hasegawa (1987): In-situ measurements of wave-induced pore pressure for predicting properties of seabed deposits, Coastal Eng. in Japan, Vol. 30, No. 1, pp. 99~115.
- Mei, C. C. and M. A. Foda (1981): Wave-induced responses in a fluid-filled poro-elastic solid with a free surface—a boundary layer theory, Geophys. J. R. Astr. Soc., Vol. 66, pp. 597~631.
- Nago, H. and S. Maeno (1984): Pore water pressure in sand bed under oscillating water pressure, Memoirs of Engineering, Okayama Univ., Vol. 19-1, pp. 13~32.
- Okusa, S. (1985): Wave-induced stresses in unsaturated submarine sediments, Géotechnique, Vol. 35, pp. 517~532.
- Sakai, T., H. Mase and A. Matsumoto (1988): Effects of inertia and gravity on seabed response to ocean waves, Modelling Soil-Water-Structure Interactions ed. by Kolkman et al., A. A. Balkema, pp. 61~66.
- Yamamoto, T., H. L. Koning, H. Sellmeijer and E. Van Hijum (1978): On the response of a poroelastic bed to water waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 87, pp. 193~206.