

最適化法を用いた係留浮体の位置決め解析

今井 貫爾*・利穂 吉彦**・池 谷 毅***
秋山 義信**・田口 勝則****

1. はじめに

海上工事では、各種作業船や浮遊構造物を所定の地点に位置決めする作業が頻繁に行われる。従来より、これらの係留浮体の位置決め作業は、船長や現場の熟練者が経験的にウィンチ操作をすることにより行われていた。本報は、特別な経験や知識を必要とせず海上で効率的に精度良く係留浮体を位置決めするための実用的な手法の開発を目的として行われたものである。

一般に、浮体位置が決められても、浮体係留方法としては緊急状態から弛緩状態まで様々なものが存在し得る。実工事においては、これらの中で、それぞれの工事に応じて、なるべく海上作業が行い易くなるような係留状態（以下最適係留と称す）を選定することが要求される。中村（1980）は、係留解析システムの種々の用途を示す中で、位置決め解析についても言及しているが、最適係留状態を含む詳細についてはふれていない。松本ら（1985）は、浮遊式海洋構造物に装備したダイナミックポジショニング（DPS）のスラスターの指令推力を最小にし効果的な位置保持機能を確認するために、Lagrangeの未定乗数法による最適化手法を用いた。

本報では、松本ら（1985）と同様に Lagrange の未定乗数法による最適化手法を係留解析に適用した。係留ケーブルを放物線ケーブルとして近似することにより、最適係留状態を与えるケーブル長を解析解として求めた。本解析法を用いた位置決め精度の検討を、弾性カテナリー理論による厳密解と比較することにより行った。

2. 最適係留解析

（1）放物線ケーブル理論

ワイヤー、チェーン等の係留ケーブルは曲げ抵抗のない線部材として扱われる。単位長さ当りの重量 w が一定の場合、係留ケーブルはカテナリー理論により記述される。係留ケーブルの伸びを考慮したカテナリー理論

（以下弾性カテナリー理論と略す）によれば、係留ケーブル各諸元の関係式は、非線型連立方程式で表わされるため（例えば小田，1980；今井ら，1989），その解法には一般にニュートン法等の数値計算が必要となる。

本報では、実海域における実用性を考え、カテナリー理論の近似理論である放物線ケーブル理論を用いる。放物線ケーブル理論は、撓みが少ないケーブルを対象として、ケーブルの微小要素長さ dl がその水平長さ dx で近似できると仮定して解析するものである（図-1）。放物線ケーブル理論によれば係留ケーブルに関する諸量は以下の通り表わされる（例えば山崎，1970）。

$$l = H \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{S}{H} \right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{S}{H} \right)^4 + \frac{1}{2} \left(\frac{V}{H} \right)^2 \left\{ 1 - 8 \left(\frac{S}{H} \right)^2 \right\} - \frac{1}{8} \left(\frac{V}{H} \right)^4 \right] \dots\dots (1)$$

$$T_H = \frac{wH^2}{8S} \dots\dots\dots (2)$$

$$T_V = \frac{wH}{2} \left(1 + \frac{V}{4S} \right) \dots\dots\dots (3)$$

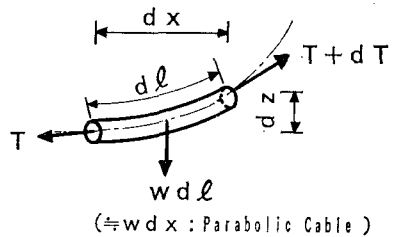


図-1 係留ケーブル要素に作用する力

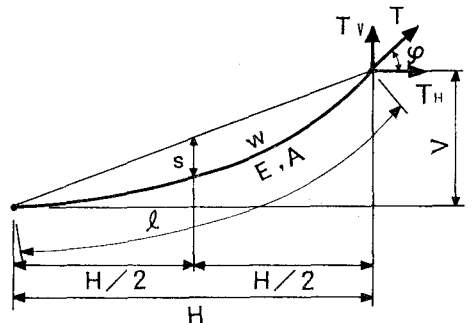


図-2 係留ケーブル理論に関する記号の定義

* 正会員 Ph.D. 鹿島建設技術研究所

** 正会員 工修 鹿島建設技術研究所

*** 正会員 工博 鹿島建設技術研究所

**** 工修 鹿島建設土木設計本部

$$T = \sqrt{T_H^2 + T_V^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 l :係留ケーブル長さ、 H 、 V :係留ケーブル両端間の水平及び鉛直距離、 s :サグ、 w :単位長さ当りのケーブル水中重量、 T 、 T_H 、 T_V :係留張力、張力水平成分、張力鉛直成分である(図-2)。係留ケーブル両端座標(即ち H 、 V)及び単位長さ当りのケーブル水中重量 w が既知の場合、サグ s 、ケーブル長さ l 、張力 T のいずれかが求まれば、他の諸量は式(1)~(4)により求められる。

図-3 は、 $\phi 70$ mm のチェーン及び $\phi 70$ mm のワイヤーに対する係留ケーブル長 l と船体側ケーブル取付点におけるケーブル張力 T の関係の一例を示したものである。図中、実線は弾性カテナリー理論、一点鎖線は放物線ケーブル理論による計算値である。これより、放物線ケーブル理論は、①ケーブルが緩んだ状態では、過大な張力を与える傾向にあり、②ケーブルの伸びが影響するような強緊張状態では、ケーブル長を若干過少評価する(あるいは、張力を過大評価する傾向にある)ことが判る。

これらの誤差は、位置決め解析の誤差に直接関連するものと考えられるために、以下の手法により、放物線ケーブル理論より得られたケーブル長 l (式(1))を補正した。

$$\left. \begin{aligned} s &\geq H/4 \\ l_s &= l_1 + l_2 \\ l_1 &= H - VH/4s \\ l_2 &= \frac{H^2}{16s} \left\{ (B_1 \sqrt{B_1^2 + 1} + \ln |B_1 + \sqrt{B_1^2 + 1}|) \right. \\ &\quad \left. - (B_2 \sqrt{B_2^2 + 1} + \ln |B_2 + \sqrt{B_2^2 + 1}|) \right\} \\ B_1 &= (V - 4s)/H, \quad B_2 = -(V + 4s)/H \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} s &< H/4 \\ l_T &= l - l_s \\ l_s &= \frac{T_H H}{AE} \left\{ 1 + \frac{16}{3} \left(\frac{s}{H} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 l_s は、放物線ケーブルの頂点が海底面以下となる場合に海底面以下の部分を海底面に沿う直線長 l_1 で置き換えたものである。 l_T は、緊張係留状態に対し、係留ケーブルの伸び l_s を補正したものである。ここで、 l は式(1)、 T_H は式(2)で表わされる。 A は係留ケーブルの断面積、 E は弾性係数である。

以上の補正結果は、図-3 中に点線で示されている。これらの補正を施すことにより、厳密解に近づく傾向がうかがえるが、ケーブルの緩みが大きくなる領域では、誤差が残る。これは、放物線ケーブル理論では、実際は海底面上に位置しケーブル張力に寄与しない部分を考慮していないために、最小張力は、 $1/2 wH$ 以下とならな

いことに起因するものである。

(2) 最適解析

a) 定式化

ウィンチ能力等で規定される目標ケーブル張力 T_i^* になるべく近い状態で係留することを念頭に置き、目的関数として次式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \sum_{i=1}^N (T_i - T_i^*)^2 \\ &= \sum_{i=1}^N \{ (T_{Hi} - T_{Hi}^*)^2 + (T_{Vi} - T_{Vi}^*)^2 \} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 N は係留ケーブル本数である。 T_{Hi} 及び T_{Vi} は T^* から式(2)~(4)により算定される。

式(7)で表わされる目的関数を最小化する際の制約条件として、次式で表わされる浮体に働く力の釣合条件がある。

$$g_j = F_j^E + F_j^M = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、添字 j は浮体の各運動方向成分(3次元の場合 $j=1\sim 6$ 、平面運動を扱う場合 $j=1\sim 3$)を表わし、 F^E 及び F^M は、それぞれ潮流力や風力等の環境外力及び係留力により浮体に働く力の j 方向成分を表わす。以下 F^E は既知量として与えられているとする。

ここでは、浮体重心位置の鉛直方向運動成分が係留浮体の位置決め精度に及ぼす影響は小さいことを考慮し、浮体の平面運動方向成分のみを考えるものとする。この場合、浮体の釣合条件は係留ケーブル張力を用いて次式で表わされる(図-4)。

$$g_1 = F_x^E + \sum_{i=1}^N T_{Hi} \cos \theta_i = 0 \quad \dots\dots\dots (9.1)$$

$$g_2 = F_y^E + \sum_{i=1}^N T_{Hi} \sin \theta_i = 0 \quad \dots\dots\dots (9.2)$$

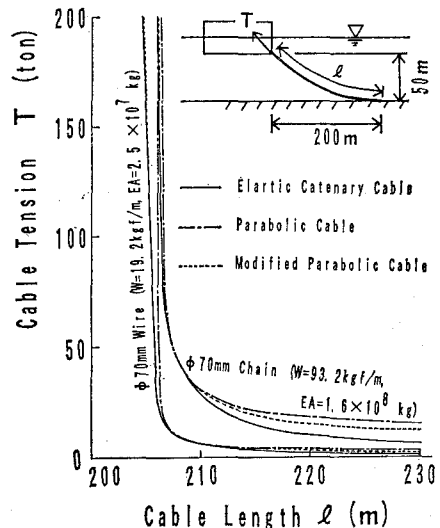
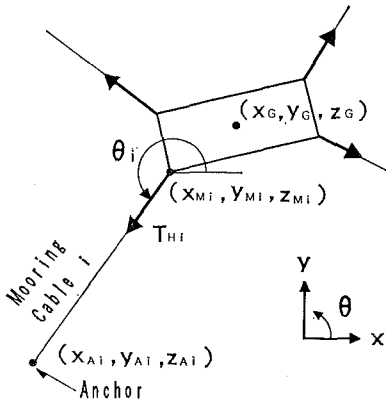


図-3 ケーブル長さとケーブル張力の関係



図—4 係留浮体の釣合状態—記号の定義—

$$g_3 = M_z^E + \sum_{i=1}^N (L_{yi} T_{Hi} \cos \theta_i - L_{xi} T_{Hi} \sin \theta_i) \quad \dots\dots\dots (9.3)$$

ここに

$$L_{yi} = y_G - y_{Mi}, \quad L_{xi} = x_G - x_{Mi} \quad \dots\dots\dots (10)$$

よって、最適係留問題は、制約条件 (9) を有する目的関数 (7) の最小化問題に帰着される。

各係留ケーブルの諸元を決定するパラメータを α_{pi} ($i=1 \sim N$) とすれば、目的関数及び制約条件 g_i は α_{pi} の関数となる。Lagrange の未定乗数法により最小化問題は制約条件のない関数

$$G(\alpha_{pi}, \lambda_j) = \phi(\alpha_{pi}) - \sum_{j=1}^3 \lambda_j g_j(\alpha_{pi}) \quad \dots\dots\dots (11)$$

を停留させる条件

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial \alpha_{pi}} &= 0 \\ \text{即ち} \quad \frac{\partial \phi}{\partial \alpha_p} - \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial g_j}{\partial \alpha_{pi}} &= 0 \quad (i=1 \sim N) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

として表わされる。式 (9) 及び (12) からパラメータ α_{pi} 及び未定乗数 λ_i を定めることができる。

b) 放物線ケーブル理論を用いた最適係留解

放物線ケーブル理論を用い、係留ケーブルパラメータ α_{pi} としてサグ s_i を考える。式 (2) 及び (3) を式 (7) 及び (9) に代入した後、それぞれの s_i に関する偏微分を求め、式 (12) に代入することによりサグ s_i は未知乗数 λ_j を用いて次式で表わされる。

$$s_i = \frac{w_i H_i D_i^2}{4K(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)} \quad \dots\dots\dots (13.1)$$

$$\begin{aligned} K(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) &= 2H_i T_{Hi}^* + 2V_i T_{Vi}^* - W_i H_i V_i \\ &\quad + \lambda_1 H_i \cos \theta_i + \lambda_2 H_i \sin \theta_i \\ &\quad - \lambda_3 (L_{yi} H_i \cos \theta_i + L_{xi} H_i \sin \theta_i) \quad \dots\dots\dots (13.2) \end{aligned}$$

$$D_i^2 = H_i^2 + V_i^2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

上式を式 (2)、及び (3) に代入し、これをさらに式 (9) に代入して整理することにより、 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ に関する次式を得る。

$$\begin{bmatrix} F_x^E \\ F_y^E \\ M_z^E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで各係数は次式で表わされる。

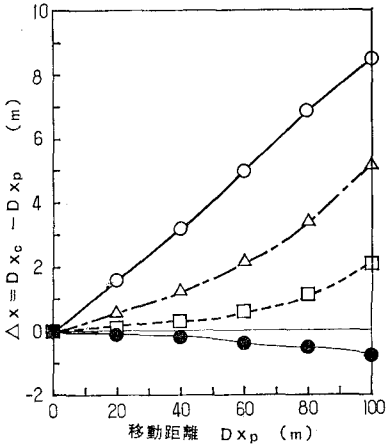
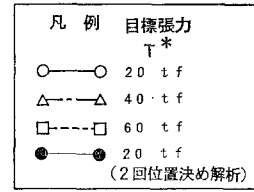
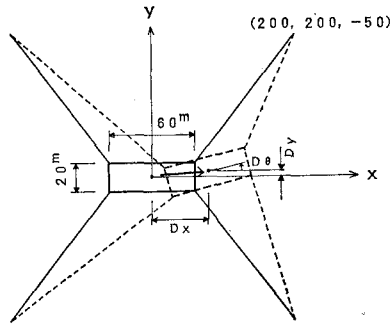
$$\begin{aligned} b_1 &= \sum_{i=1}^N \frac{H_i \cos \theta_i}{D_i^2} \left(H_i T_{Hi}^* + V_i T_{Vi}^* - \frac{w_i H_i V_i}{2} \right) \\ b_2 &= \sum_{i=1}^N \frac{H_i \sin \theta_i}{D_i^2} \left(H_i T_{Hi}^* + V_i T_{Vi}^* - \frac{w_i H_i V_i}{2} \right) \\ b_3 &= \sum_{i=1}^N \frac{H_i}{D_i^2} (L_{yi} \cos \theta_i - L_{xi} \sin \theta_i) \\ &\quad \cdot \left(H_i T_{Hi}^* + V_i T_{Vi}^* - \frac{w_i H_i V_i}{2} \right) \\ C_{11} &= \sum_{i=1}^N \frac{H_i^2 \cos^2 \theta_i}{2D_i^2}, \quad C_{12} = \sum_{i=1}^N \frac{H_i^2 \cos \theta_i \sin \theta_i}{2D_i^2} \\ C_{13} &= \sum_{i=1}^N \frac{H_i^2 \cos \theta_i}{2D_i^2} (L_{yi} \cos \theta_i - L_{xi} \sin \theta_i) \\ C_{21} &= \sum_{i=1}^N \frac{H_i^2 \cos \theta_i \sin \theta_i}{2D_i^2}, \quad C_{22} = \sum_{i=1}^N \frac{H_i^2 \sin^2 \theta_i}{2D_i^2} \\ C_{23} &= \sum_{i=1}^N \frac{H_i^2 \sin \theta_i}{2D_i^2} (L_{yi} \cos \theta_i - L_{xi} \sin \theta_i) \\ C_{31} &= \sum_{i=1}^N \frac{H_i^2 \cos \theta_i}{2D_i^2} (L_{yi} \cos \theta_i - L_{xi} \sin \theta_i) \\ C_{32} &= \sum_{i=1}^N \frac{H_i^2 \sin \theta_i}{2D_i^2} (L_{yi} \cos \theta_i - L_{xi} \sin \theta_i) \\ C_{33} &= \sum_{i=1}^N \frac{H_i^2}{2D_i^2} (L_{yi} \cos \theta_i - L_{xi} \sin \theta_i)^2 \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

上式を解くことにより、未定乗数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ が求まり、式 (13) から各係留ケーブルのサグ s_i が求まる。これを式 (5) あるいは (6) に代入することにより、最適係留状態における各係留ケーブルの長さが求まる。

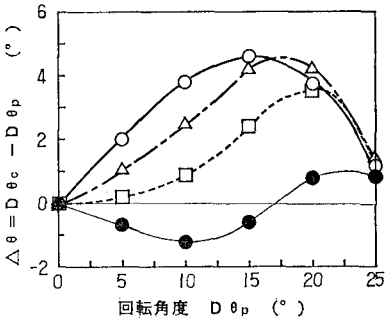
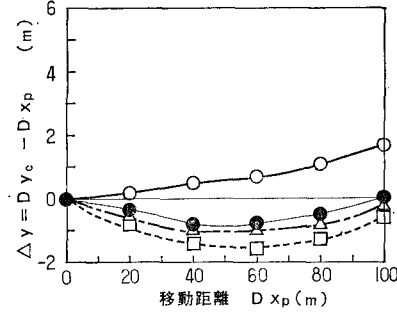
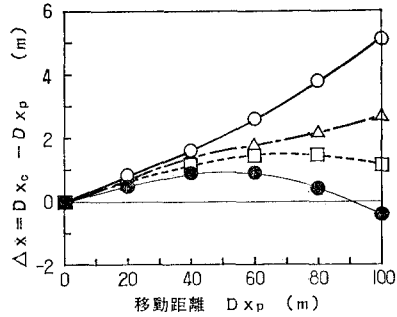
3. 係留浮体位置決め精度

以上の手法を用いて、移動目標位置で最適係留解析を行い、各係留ケーブルの長さを求め、そのケーブル長となるように各ケーブル長をウィッチ操作することにより、係留浮体を所定の位置に移動させた後に最適な状態で係留することが可能となる。しかしながら、本解析では、解析的に最適係留解を求めるために、放物線ケーブル理論を用いている。図—3 で示された通り、この放物線ケーブル理論は、係留ケーブルの緩み方が大きくなるほど精度が悪くなる傾向があるために、ここでは、放物線ケーブル理論を用いたことが位置決め精度に及ぼす影響を調べる。

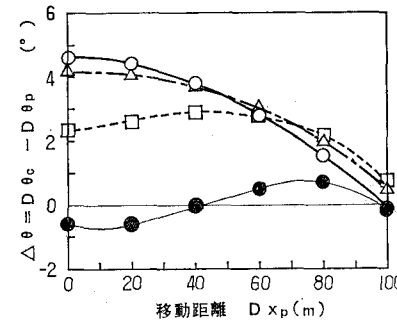
図—5 は、水深 50 m の海域に $\phi 70$ mm のチェーン



(a) x 方向平行移動 ($Dy_p=0, D\theta_p=0$)



(b) 回転移動 ($Dx_p=0, Dy_p=0$)



(c) 回転を伴う x 方向移動 ($Dy_p=0, D\theta_p=15^\circ$)

図-5 放物線ケーブル理論による係留浮体の位置決め誤差

(破断強度 376 tf) により 4 点係留されている浮体を目標位置へ移行させることを対象として行った位置決め誤差の計算結果をまとめたものである。係留浮体の初期位置は座標原点にあり、各ケーブルのアンカーは原点から x, y 両方向ともに 200 m 離れた位置にある。

まず、移動すべき目標点までの距離 (Dx_p, Dy_p) 及び回転角度 $D\theta_p$ を与え、放物線ケーブル理論を用いた最適係留解析を行い、必要ケーブル操作長を求める。続いて、そのケーブル操作が行われた際に浮体が実際に移

動するであろう距離 (Dx_c, Dy_c) 及び回転角 $D\theta_c$ を弾性カタナリー理論による厳密解を用いて算定する (今井ら, 1989)。図-5 は横軸に移動目標距離 Dx_p あるいは目標回転角 $D\theta_p$ を取り、縦軸に弾性カタナリー理論による厳密解と放物線ケーブル理論による最適解析解の差 ($\Delta x, \Delta y, \Delta \theta$) を取りまとめたものである。これらの差がプラスということは、放物線ケーブル理論により求められたケーブル操作を実施すれば、実際には目標とした移動距離よりも大きな移動が生じるであろうというこ

とを意味する。図中には、目標係留ケーブル張力を 20 tf, 40 tf, 60 tf の 3 種類に変化させた結果が示されている。これらの各張力におけるケーブル単体の解析精度の概要は図-3 に示されている。

これらの図から以下のことが判る。

- a) 回転方向を伴わずに x 方向に平行移動する場合 (図-5, (a))

Dx_p (放物線ケーブル理論で予想された移動距離) は Dx_e (弾性カタナリー理論で算出された移動距離) よりも総じて小さくなる ($\Delta x = Dx_e - Dx_p > 0$)。この傾向は移動距離が大きくなる程、また目標とする係留ケーブル張力が小さくなる程顕著である。これは、放物線ケーブル理論では、海底面上に横たわり張力に寄与しない部分を考慮していないために、移動に伴い伸びる側の係留ケーブルの張力を過大に評価する傾向にあるためと考えられる。但し、 $\phi 700$ mm チェーンを用いた場合の実用上の位置決め用最低係留張力と考えられる 20 tf を目標張力とした場合でも、位置決め誤差は移動距離の 1 割以下におさまることが判る。これは、本手法が実用に供し得るものであることを示唆するものである。

- b) 回転移動のみ (図-5, (b))

回転移動に関しても、放物線ケーブル理論では、ケーブル張力の下限値が厳密解よりも大きくなる傾向にあるために、位置決め解析結果に従い係留ケーブル操作を行えば、目標とした回転角度よりも大きな回転角度をもたらす傾向にある ($\Delta \theta = \Delta \theta_i - D\theta_p > 0$)。この傾向は、目標ケーブル張力が大きくなる程少くなるが、図-5, (a) に見られるような平行移動のように顕著な減少傾向は示さない。

- c) 回転を伴いながら移動する場合 (図-5, (c))

回転を伴いながら ($D\theta_p = 15^\circ$) x 方向に移動する場合、 y 方向にもわずかながら位置決め誤差が生じる。しかしながら、 x 方向及び回転成分の位置決め誤差は、 x 方向のみの移動、あるいは回転のみの場合よりも、それぞれ小さくなる。 x 方向 (主な移動方向) の位置決め誤差は、目標ケーブル張力が大きくなる程少なくなる傾向にあるが、 y 方向及び回転成分に関しては、目標ケーブル張力による顕著な傾向は見られない。

- d) 位置決め再予測解析結果

図-5 中の黒丸印は、位置決め誤差が最も大きく生じ

る目標張力 $T^* = 20$ tf のケースを対象としたもので、1 回目の予測結果を実行した際に実際に移動するであろう位置 ($Dx_e, Dy_e, D\theta_e$) を新しく初期位置として、当初の目標位置まで移動するために必要となるケーブル操作長を再度予測し、その結果を再び厳密解析と比べたものである。即ち、実海域で、目標位置に対し、2 回の位置決め予測解析に基づく係留浮体移動を行ったことに相当するものである。いずれの移動パターンにおいても、移動誤差は移動距離の数パーセント程度となっている。放物線ケーブル理論の精度が若干悪くなるような弛緩係留状態においても、本位置決め解析結果に基づく 2 回の浮体移動により、かなりの精度で係留浮体の位置決めを行うことができるものと考えられる。

4. おわりに

放物線ケーブル理論を用い、Lagrange の未定乗数法による最適化解析手法を適用することにより、浮体の最適係留解を求めた。本手法を、3. で想定した状態とはほぼ同じ条件の実海域で係留された船舶の位置決めに応用した所、予想されたように、多くの場合、位置決め誤差は移動距離の 1 割以下となり、本手法の実用性が確認された。しかしながら、実海域では、アンカー位置が正確に知られていない場合があり、このアンカー位置の誤差により計算上係留ケーブルに異常な張力が生じることが判別した。その結果、目標位置によっては、位置決め精度が悪くなったり、あるいは最適解が求まらない場合が生じた。実海域でより信頼性の高い位置決めシステムを確立するためには、現地状況からアンカー位置を精度良く解析する手法の開発が望まれる。

参考文献

- 今井貫爾・利穂吉彦・池谷 毅・秋山義信 (1989): 多点係留浮体の係留設計解析, 鹿島建設技術研究所年報, Vol. 37 (印刷中)。
小田一紀 (1980): 浮遊構造物の係留問題, 水工学に関する夏期研修会講義集, B コース, B-2-1~25。
中村公信 (1980): 一電算機による一係留解析プログラム, 橋梁, Vol. 3, pp. 52~58。
松本憲洋・末光啓二・財津 優・藤本亮典・木谷豊治 (1985): 海洋構造物に装備したダイナミックポジショニングシステムの性能設計法, 日本鋼管技報 No. 107, pp. 71~78。
山崎徳也 (1970): 構造力学, 共立出版, pp. 258~262。