

Seaquakes の発生メカニズムについて

清 川 哲 志*・ 稲 田 裕**

1. はじめに

(1) Seaquakes について

洋上に航海中の船舶が海底で発生した地震の衝撃を受ける Seaquakes (海震) という現象が存在する。例えば表-1 は、船舶が海震に遭遇した報告の中から地震と海震震度について浜村(1987)が整理したものである。ここで、海震震度 5 は船体が海底に触れそれを乗り越したように感じる程度、震度 9 は震動を起こして航行が不可能になる程度と規定されている。したがって、この表より、海震は震源から非常に遠距離まで伝播し、船体にかなりの大きな揺れを生じさせることがわかる。

表-1 地震と海震の震度の関係の例 (浜村, 1987)

船 名	マ グ ニ チ ュード	震源深さ (km)	震源距離 (km)	海震震度
フランス船	6.4	50	92	6.3
須磨丸	6.2	50	50	7.5
これや丸	7.9	50	67	9.3
喜多丸	7.0	40	40	9.2
もんでびでお丸	8.1	10	580	4.3
平安丸	8.1	10	461	4.8
黒潮丸	7.4	60	331	4.6
じょうじあ丸	6.25	50	55	7.4
第8あけぼの丸	7.0	80	85	7.4
瑞洋丸	7.7	14	97	8.1

一方、このような海震現象を理論的に解析する試みは、Baba(1987)、松岡(1988)らによって非圧縮流体中のポテンシャル理論に基づいて行われている。結果として、震源の真上付近に浮体がある場合、海底の上下方向の振動に対して浮体の応答倍率はほぼ 1 となることが示されている。しかし、震央からの水平距離が大きくなると、彼らの理論により求められる応答倍率の値は指数関数的に急速に減少し、表-1 に示されるような海震が開放領域中を遠方まで伝播する事実の説明には到っていない。また、渡辺(1988)は海震を主として音波による衝撃であるとして 1 次元非定常解析を行っているが、自由表面および海底面の境界条件が考慮されていないため、これらの

面での多重反射の影響が無視された結果となっている。すなわち、現在のところ海震現象を十分に説明し得る理論は無いと言うことができる。

(2) Seaquakes の発生メカニズムに関する仮説

著者らはこれまでに地震時の動水圧に関する研究を行ってきたが、その中で、水深と振動数の間の一定の条件に従って流体の圧縮性による進行波が発生し、それが構造物に作用する流体力に大きく影響することを明らかにした。この知見の下に Seaquakes について考えると、圧縮性による進行波の発生が、遠方まで伝播する性質を持つ海震のメカニズムに直接関連するという考えに自然に到達する。すなわち、進行波が発生するとそれによる流体運動は波動として自由表面および海底面で反射を繰り返しながら遠方まで到達し得る。したがって、「海震は、流体の圧縮性による進行波によって波源の震動による流体運動が遠方まで伝えられる現象で、その発生は水深と振動数によって支配される」と考えることができる。

(3) 本研究の目的

本研究は、この仮説を実際に圧縮性を考慮した解析によって確かめるとともに、Seaquakes の発生を定量的に予測できる理論を確立することを目的として行ったものである。本論文では、その第 1 段階として波源が無限に長い場合を考え 2 次元問題とした場合について述べる。論文では、まず圧縮性を考慮したグリーン関数を独自に導き、境界積分法を用いて圧縮性流体中で波源が振動する場合の速度ポテンシャルを求める。そして、得られたポテンシャルから領域内の点の圧力強度を求め、非圧縮流体の場合と比較することによって著者らの仮説が正しいことを示す。さらに、流体の圧縮性が海震の発生にどのように影響を及ぼすかを明らかにする。

2. 2 次元圧縮性流体中の波動のグリーン関数とその Seaquakes 解析への応用

(1) 基礎方程式と境界条件

図-1 に示すように、水深が一定 h の海域に任意断面波源があり、これが角振動数 ω で振動する場合を考える。そして、波源を取り囲む流体は、非粘性の圧縮性流

* 正会員 工博 清水建設(株) 大崎研究室

** 工修 清水建設(株) 大崎研究室

体, 流体運動は非回転であると仮定すると, 波源の振動によって生じる流体運動は速度ポテンシャルによって記述することができる。これを $\phi(x, z)e^{-i\omega t}$ とすると, 空間部分 $\phi(x, z)$ は次の境界値問題の解として求められる。

$$\begin{cases} L[\phi]=0 & (\text{in } \Omega) & \dots\dots\dots (1) \\ \phi=0 & (\text{on } S_F) & \dots\dots\dots (2) \\ \partial\phi/\partial z=0 & (\text{on } S_B) & \dots\dots\dots (3) \\ \partial\phi/\partial n=v_n & (\text{on } S_H) & \dots\dots\dots (4) \end{cases}$$

ただし, $L[]$ は 2 次元ヘルムホルツ演算子 ($\equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2 + \omega^2/c^2$), c : 水中音速, v_n : 波源の振動による波源表面の運動速度振幅の法線方向成分。

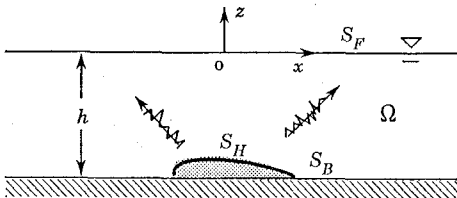


図-1 波源と座標系の定義

式 (1) は流体領域 Ω で満足すべき圧縮性流体に関する基礎方程式である。式 (2) は表面波の発生の影響が無視できると仮定した自由表面 S_F における境界条件, 式 (3) は海底面 S_B における不透過条件, 式 (4) は波源表面 S_H における流体と波源表面の運動速度の連続条件で, n による微分は波源表面での法線方向微分を表す。また, この他に発生する波には, 無限遠方で外向き進行波のみになるという Sommerfeld の放射条件が課せられる。

(2) グリーン関数とその誘導

グリーン関数と拡張されたグリーンの定理を用いて ϕ に関する積分方程式を導き, これを離散化して解く。

グリーン関数 $G(x, z; \xi, \zeta)$ は次の境界値問題を満足する関数として定義される。

$$\begin{cases} L[G] = -\delta(x-\xi)\delta(z-\zeta) & \dots\dots\dots (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} G=0 & (\text{on } S_F) & \dots\dots\dots (6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \partial G/\partial z=0 & (\text{on } S_B) & \dots\dots\dots (7) \end{cases}$$

式 (5)~(7) を満足するグリーン関数 G を変数分離による固有関数展開の形で求める。変数分離したとき z に関する部分を $Z_n(z)$ とすると, 境界条件 (6) および (7) を満足する固有関数は次のようになる。

$$Z_n(z) = \sqrt{2/h} \sin k_n z \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに, k_n : 固有値 ($= (2n-1)\pi/2h$, $n=1, 2, \dots$)。

式 (8) は正規直交関数系であるから固有関数展開理論でよく知られているように次の関係が得られる。

$$\delta(z-\zeta) = \frac{2}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \sin k_n z \sin k_n \zeta \quad \dots\dots\dots (9)$$

したがって, グリーン関数 $G(x, z; \xi, \zeta)$ を次のように置くことができる。

$$G(x, z; \xi, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} g_x^{(n)}(x; \xi) Z_n(z) Z_n(\zeta) \quad \dots\dots\dots (10)$$

これより, $n=1, 2, \dots$ に対して $g_x^{(n)}(x; \xi)$ が満足すべき関係式が次式のように得られる。

$$d^2 g_x^{(n)} / dx^2 + \{(\omega/c)^2 - k_n^2\} g_x^{(n)} = -\delta(x-\xi) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで, $\lambda_n^2 \equiv (\omega/c)^2 - k_n^2$ と置き, s を λ_n^2 の右辺が正であるような最大値とすると, $n \leq s$ に対して, 式 (11) は次のように書くことができる。

$$d^2 g_x^{(n)} / dx^2 + \lambda_n^2 g_x^{(n)} = -\delta(x-\xi) \quad (n \leq s) \quad \dots\dots\dots (12)$$

これを満足する解を求めることは, 1 次元ヘルムホルツ方程式の基本特異解を求めることに他ならない。この解は式 (13) に示される Sommerfeld の放射条件を満足する必要がある。

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} (\partial G / \partial |x| - i \lambda_n G) = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

これは無限遠方 ($x = \pm \infty$) では, それぞれ領域から出て行く進行波のみになるという物理的条件を数学的に表現したもので, これを満足する基本特異解は, よく知られているように次式で表される。

$$g_x^{(n)}(x; \xi) = (i/2\lambda_n) \exp\{i\lambda_n|x-\xi|\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

なお, 放射条件は速度ポテンシャル ϕ についても, 式 (13) と同じ表現となり, 式中の G を ϕ に置き換えればよい。

n が s よりも大きい場合には $\lambda_n = i\lambda'_n$ ($\lambda_n'^2 = k_n^2 - (\omega/c)^2$) と置くと, 式 (11) は次のようになる。

$$d^2 g_x^{(n)} / dx^2 - \lambda_n'^2 g_x^{(n)} = -\delta(x-\xi) \quad (n \geq s+1) \quad \dots\dots\dots (15)$$

この解は次式で表される。

$$g_x^{(n)}(x; \xi) = (1/2\lambda'_n) \exp\{-\lambda'_n|x-\xi|\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

以上, 求められた式 (8), (14), (16) を式 (10) に代入すると, 次のようにグリーン関数が求められる。

$$\begin{aligned} G(x, z; \xi, \zeta) &= \sum_{n=1}^s (i/\lambda_n h) \sin k_n z \sin k_n \zeta \\ &\quad \cdot \exp(i\lambda_n|x-\xi|) \\ &\quad + \sum_{n=s+1}^{\infty} (1/\lambda'_n h) \sin k_n z \sin k_n \zeta \\ &\quad \cdot \exp(-\lambda'_n|x-\xi|) \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

(3) 積分方程式の誘導と離散化

グリーンの定理を用いて簡単に確かめられるように, 2 階微分が可能な任意の関数 u, v を用いて, 次の拡張されたグリーンの定理が得られる。

$$\iint_D (vL[u] - uL[v]) d\sigma = \oint_S \left(v \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial v}{\partial n} \right) ds \quad \dots\dots\dots (18)$$

ただし, n による微分は境界線 S 上における外向き法線方向微分を表す。また, S 上での線積分は反時計回りを

正とする。

この拡張されたグリーンの定理で、 $u=\phi$ および $v=G$ とし、図-1 の自由表面 S_F 、海底面 S_B 、波源表面 S_H 、および $x=\pm\infty$ における仮想的な境界 $S_{\pm\infty}$ で囲まれる閉領域 Q を考え積分を実行すると、 ϕ に関する次のフレドホルム型積分方程式を得る。

$$-\frac{1}{2}\phi(P) = \int_{S_H} \left\{ \phi(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} - G(P, Q) v_n(Q) \right\} ds \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに、点 P, Q はともに波源上の点で、それぞれの座標は $P=(\xi, \zeta)$ 、 $Q=(x, z)$ である。

波源表面 S_H を有限個 N の線要素に分割し、その要素上のポテンシャル値およびグリーン関数値等をその中点の値で代表させる。そして、式 (19) における積分を和分で近似すると、各要素におけるポテンシャルの代表値 $\phi(P_i) (i=1 \sim N)$ に関する複素係数連立1次方程式 (20) が得られる。

$$[\bar{G}]\{\phi\} = [G]\{v_n\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

行列の要素 $\bar{G}_{ij}$ および G_{ij} は次式で求められる。

$$\bar{G}_{ij} = \begin{cases} \partial G(P_i, P_j) / \partial n \cdot \Delta s_j & (i \neq j) \\ 1/2 + \partial G^*(P_i, P_j) / \partial n \cdot \Delta s_i & (i = j) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$G_{ij} = \begin{cases} G(P_i, P_j) \Delta s_j & (i \neq j) \\ G^*(P_i, P_i) \Delta s_i & (i = j) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 Δs_j は j 番目要素の長さ、 G^* 、 $\partial G^* / \partial n$ はそれぞれ特異点処理を行った後のグリーン関数およびその法線方向微分値である。ただし、特異点処理とは、 $i=j$ のとき要素積分内に現れる特異積分を厳密に行って関数の要素上での平均値を求めることである。

(4) 級数の収束の加速について

級数型のグリーン関数の場合、2点間の水平距離が短くなると級数の収束が一般に遅くなる。特に、特異項 ($i=j$) における法線方向微分値の収束が非常に遅い。これは、式 (17) からわかるように、 $x \rightarrow \xi$ で指数関数の部分が e^0 となると同時に、微分によって級数各項に k_n または λ_n 等の n に関して1次の係数がかかるためである。ここでは、実際の計算で問題となるこの級数の収束を加速する方法について述べる。

圧縮性を考慮しない場合のグリーン関数 G_0 に対し、特異点処理を行った後の法線方向微分値を $\partial G_0^* / \partial n$ とすると、 $n \rightarrow \infty$ では $\lambda_n \rightarrow k_n$ となり、 $\partial G_0^* / \partial n$ と $\partial G^* / \partial n$ の n 次の項は等しくなる。したがって、 $\partial G_0^* / \partial n$ の収束も $\partial G^* / \partial n$ と同程度と考えられる。一方、 G_0^* については Morse and Feshbach (1953) によって効率のよい計算方法が既に示されている。この結果を応用して $\partial G^* / \partial n$ の収束を加速する計算式を求めることができる。以下この概要について説明する。Morse らに従えば、

$\partial G_0^* / \partial n \cdot \Delta s_i$ において $g_0^{(n)} = (2/k_n h) \cos k_n z \cdot \sin k_n z_i$ の項が収束を遅くする原因となっていることがわかる。そこで、この項を取り出し $S = \sum g_0^{(n)}$ と置く。そして、Morse らが用いた級数に関する一般的な展開を用いて計算を行うと $S = -1/2$ となることが容易に示される。すなわち、収束が遅い項 $g_0^{(n)}$ のみを取り出すとその級数之和は $-1/2$ である。そこで、 $g^{(n)}$ を $\partial G^* / \partial n \cdot \Delta s_i$ の級数の n 項目とすると次の関係が成り立つ。

$$\partial G^* / \partial n \cdot \Delta s_j = \pm (1/2) + \sum_{n=1}^{\infty} (g^{(n)} - g_0^{(n)}) \quad \dots\dots\dots (23)$$

ただし、複号は法線ベクトルの z 成分が負のとき上、正のとき下をとる。この右辺の級数項は、同程度に収束の遅い項を予め差し引いているわけであるから収束が速い。したがって、式 (23) を用いれば特異項における法線微分項の計算を効率よく行うことができる。

(5) 任意点のポテンシャルとその性質

波源表面上のポテンシャルが求められると、流体中で波源上にない点 (ξ, ζ) におけるポテンシャルがグリーンの定理を用いて次のように求められる。

$$\phi(\xi, \zeta) = - \int_{S_H} \left(\phi \frac{\partial G}{\partial n} - G v_n \right) ds \quad \dots\dots\dots (24)$$

これは次のように表すことができる。

$$\phi(\xi, \zeta) = \sum_{n=1}^s A_n \sin k_n \zeta \exp(\pm i \lambda_n \xi) + \sum_{n=s+1}^{\infty} A_n \sin k_n \zeta \exp(\mp \lambda'_n \xi) \quad \dots\dots\dots (25)$$

ただし、複号は点 (ξ, ζ) が波源の右側にある場合上、左側の場合下をとる。また、 $A_m (m=1, 2, \dots)$ は次式で求められる複素係数である。

$$\left\{ \begin{aligned} A_m &= - \int_{S_H} (\phi \cdot \partial f_m / \partial n - f_m v_n) ds \\ f_m &= \begin{cases} (i/\lambda_m h) \sin k_m z \exp(\mp i \lambda_m x) & (m \leq s) \\ (1/\lambda'_m h) \sin k_m z \exp(\pm \lambda'_m x) & (m \geq s+1) \end{cases} \end{aligned} \right. \quad \dots\dots\dots (26)$$

式 (25) の右辺第1項目は圧縮性による進行波成分、第2項目は波源から離れると指数関数的に減衰する非波動成分を表している。圧縮性を考慮することによって現れる最も顕著な特徴は第1項で表される進行波の発生である。そして、その n 次モードの発生条件は $\omega^2/c^2 - \{(2n-1)\pi/2h\}^2 > 0$ で表される。水中音速 c は定数と考えてよいから、進行波の発生は角振動数 ω と水深 h に依存することがわかる。角振動数の代わりに周波数 $f (= \omega/2\pi)$ を用いて n 次の進行波成分を生じる臨界線を図示すると図-2 のようになる。それぞれのモードの進行波は対応する線よりも上の領域で発生する。また図中の点 a, b, c は、後に示す圧力波の伝播の計算ケースに対する周波数と水深の対応を示している。図からわかるように、水深が深くなり、周波数が高くなるにつれて、多くのモードの進行波が発生する。

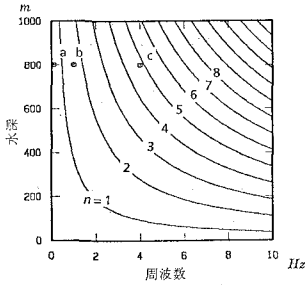


図-2 進行波の発生限界

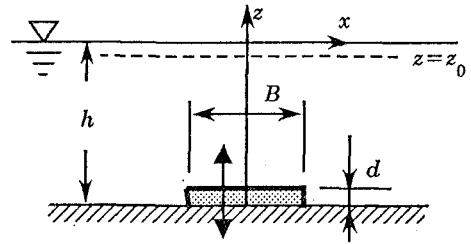


図-3 波源のモデル化と記号の定義

3. 数値計算例とその考察

(1) 計算モデル

図-3 に示すように波源を海底上の矩形とし、これが鉛直方向に振動するものとして海底地盤の振動による地震の発生をモデル化する。そしてこの状態で、船舶等の浮遊構造物が存在すると思われる海面近くの一定深さの線(面)上の観測点における圧力変動の分布により、振動によって生じた圧力波の伝播の様子を表し、振動周波数および水深の影響を考察する。

圧力 p は、式 (24) あるいは式 (25) で求められたポテンシャル ϕ を用いて線形化されたベルヌイの定理から $p = i\rho\omega\phi$ (ρ : 流体密度) のように求める。そして、以下の計算例では、求められた圧力変動振幅 p を波源の加速度振幅である $\omega^2\xi_0$ (ξ_0 : 変位振幅) と波源の幅 B 等で無次元化を行い $p/\rho\omega^2\xi_0B$ として表している。

(2) 観測点における圧力強度の比較

図-4, 5 は水深 $h=800$ m の海底上で幅 $B=800$ m, 高さ $d=8$ m の波源が上下振動したときの、深さ $z_0=$

10m上での無次元圧力の変動振幅と震央からの水平距離の関係を表している。振動の周波数は図-2 の中に示したように、(a), (b), (c) それぞれ $f=0.1, 1.0, 4.0$ Hz としてある。図-2 から (a) では進行波は発生しておらず、(b) では1次、(c) では4次のモードまでの進行波が発生していることがわかる。

図-4 は、地震は圧縮性による進行波の発生によって遠方まで伝播するという著者らの主張を裏付けるために、圧縮性を考慮した場合としない場合の比較的波源に近い観測点での圧力強度を比較したものである。圧縮性を考慮した結果を実線で、考慮しないものを破線で示している。(a) の $f=0.1$ Hz のときは、考慮した線と考慮しない線はほぼ一致しており、水平距離が増加すると振幅は急速に減衰し圧力は伝播しない。また、この結果は Baba が行った計算結果などによく似た傾向を示している。しかし、振動の周波数が高くなり進行波が発生する領域になると、考慮したものとしないものの結果はかなり異なったものとなっている。(b), (c) では、圧縮性を考慮したものは、全体的に考慮しないものより大き

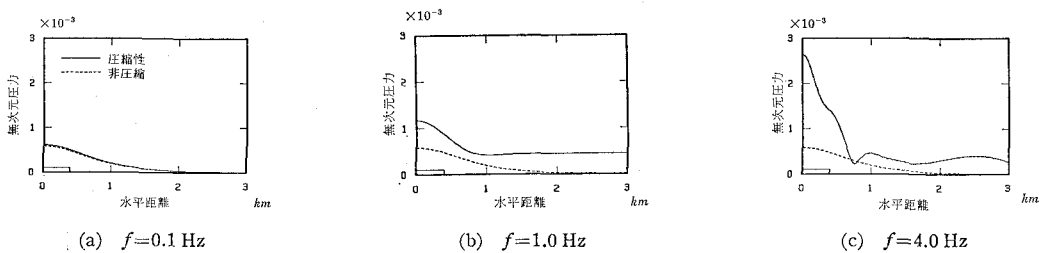


図-4 圧縮性を考慮した場合としない場合の圧力の伝播の違い

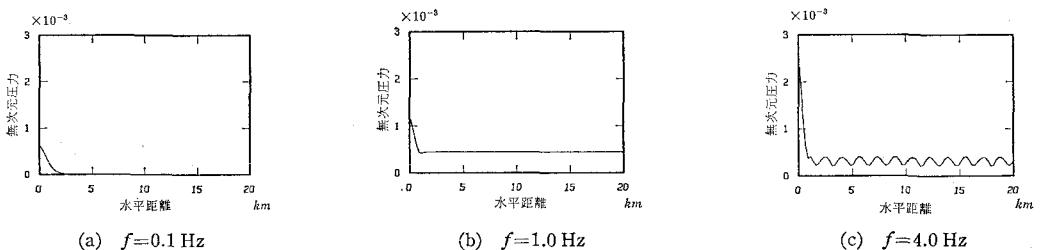


図-5 圧縮性を考慮した場合の遠方への圧力の伝播の比較

な圧力となり、また水平距離が大きくなっても減衰していない。

図-5 は同条件における圧縮性を考慮した結果について、水平距離が大きくなった場合の圧力の伝播の状態の比較を示している。進行波が発生しない (a) では圧力は伝播しないが、(b) では一定強さの圧力が遠方まで減衰せずに伝播していることがわかる。これはある強さの進行波が水平方向に減衰せずに伝播している状況にあたる。また、高次のモードの進行波まで発生した (c) の場合、波長の異なる進行波の重ね合わせにより、振動を生じ遠方まで伝播している。

(3) 遠方における圧力強度と進行波の発生との関係

図-5 からわかるように進行波が発生した場合、水平距離が波源の幅に対してはるかに大きくなっても、圧力は減衰せずに水平距離に対する振動として伝播される。この遠方での圧力の最大値を求め、水深と周波数との対応として表したものを図-6 に示す。線が密になっている周波数と水深の条件の点で遠方に伝播される圧力が大きくなっていることになる。この図を図-2 と比較してみると、圧力が大きくなる周波数と水深の関係を表す線は進行波を発生させる限界の周波数と水深の関係の線とほぼ一致している。つまり、水深が大きく、また周波数が高くなっていくとして、あるモードの進行波が発生した直後に大きな圧力が伝播されることになる。

(4) 波源の相対幅の影響

伝達される圧力は、波源の振動の状態と水深および水深と波源の幾何学的形状の対応によって決まる。そこで、振動周波数を fh/c と無次元化を行い、対応する無次元圧力を求める。これによって、波源の幾何学的形状 B/h , d/h を同じにすると伝播される最大圧力は同一となる。波源の形状が伝達圧力に及ぼす影響を調べるために、図-7 に波源の厚さおよび測定深さの水深に対する比 d/h , z_0/h は一定として、 B/h を変化させたときの圧力の変動振幅の無次元周波数応答結果の一例を示す。

(a) は $B/h=1.0$, (b) は 2.0 としてあり、それぞれ水

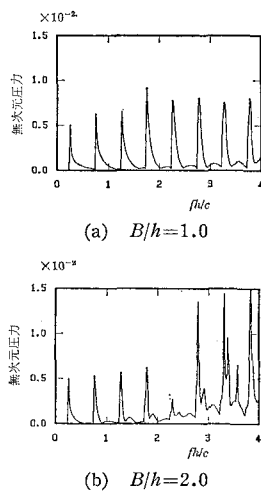


図-7 波源の相対幅の影響

深を 500 m と仮定すると、幅が 500 m および 1000 m の波源に相当する。ただし、 $d/h=0.01$, $z_0/h=0.01$ としてある。両者とも強い周波数応答特性を持ち、進行波の発生する位置で鋭いピークを取っている。振動物体の幅が大きくなるほど、高次の進行波の影響が大きくなっており、また異なるモードの進行波の重ね合わせにより、周波数特性が乱れてきていることがわかる。

4. 結 語

以上、本論文では地震の発生メカニズムに関する著者らの仮説、すなわち地震は水深と振動周波数によってその発生が条件付けられ、発生限界を越えると圧縮性による進行波が生じ、これによって遠方まで伝播するという仮説を裏付けるために、まず、圧縮性流体中の 2 次元のグリーン関数を導き、境界積分法を用いて速度ポテンシャルの定式化を行った。そして、簡単なモデルに対する数値計算を行った。この結果、著者らの主張どおり、圧縮性の進行波の発生によって、波源の振動により生じた流体中の圧力変動が遠方まで伝達することを示した。

参 考 文 献

- 浜村健治 (1987): 海上は免震か? 一地震の調査一, 船の科学 Vol. 40, pp. 58~61.
- 松岡一洋 (1988): 浮遊式構造物の免震性, 日本造船学会誌, No. 706, pp. 12~18.
- 渡辺偉夫 (1988): 国際海洋科学技術協会編海洋構造物の振動問題—振動源となる外乱及び外力の予測技術—, pp. 113~112.
- Baba, E. (1987): A study on the effect of seaquakes on a floating body, Jour. S.N.A.J., Vol. 162, pp. 90~98.
- Morse, P. M. and H. Feshbach (1953): Method of theoretical physics part 1, McGraw-Hill, p. 997.

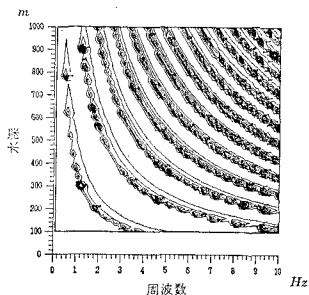


図-6 最大圧力と水深、周波数の関係