

# 重複波動場に置かれた円柱まわりの波変形と作用波力

喜岡 渉\*・森川 礼仁\*\*・山南 純二\*\*\*

## 1. はじめに

沖合の構造物周辺の波変形や作用波力の算定は、通常、代表波を単一方向から作用させて行うが、波向きの影響が無視できない場合は方向スペクトルを用いた算定を行う。設計計算の場合、波向きとしては $\pm 90^\circ$ の範囲が対象となり、逆向きの成分は全て無視される。しかしながら、付近に他の構造物がある場合には、そこからの反射や相互干渉の影響を適確に考慮しておく必要がある。こうした問題に関しては、複数柱状構造物の波力の干渉効果について二、三の研究例（例えば、Spring・Monkmeyer, 1974）があるものの、岸壁などからの反射の影響に関しては小田ら（1982）によって島突端近くに設置されたケーソンの波力特性が検討されている他はほとんどなされていない。

本研究は、防波堤などの反射構造物が付近にある場合について、その反射波が run-up や波力に及ぼす影響を検討するものである。ただし、実験装置の都合上、ここでは1次元の重複波動場を対象とし、円柱まわりの run-up と回折波力について調べる。

## 2. 重複波動場の線形回折理論

円柱の径に比べて入射波の振幅が十分に小さく、流体のはく離による影響は無視できるものとする。流体運動は回折波の速度ポテンシャルによって記述することができる。ここでは、進行波における MaCamy・Fuchs (1954) と同様な線形回折理論を用いて、1次元重複波動場に置かれた円柱まわりの run-up や作用波力についての表示式を誘導する。

図-1 に示すように、水深は一定で  $h$  とし、半径  $a$  の円柱が鉛直岸壁前面に設置されているものとする。 $x$  の正の方向から入射した波高  $H$ 、角周波数  $\omega$  の微小振幅波が  $x=0$  の位置の鉛直岸壁によって反射率  $r$  で反射される場合を考える。このとき、円柱が無い状態での速度ポテンシャル  $\phi_w$  は次式で表わされる。

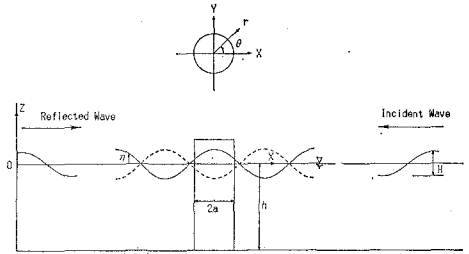


図-1 座標系と記号の定義

$$\phi_w = R_0 \left[ A \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} (e^{-ikx} + r e^{ikx}) e^{-i\omega t} \right] \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $A = -igH/(2\omega)$  で、 $k$  は  $\omega^2 = gk \tanh kh$  を満足する波数を示す。上式を円筒座標を用いて書き換えた上で  $\cos(kr \cos \theta)$  と  $\sin(kr \cos \theta)$  を  $m$  次のベッセル関数  $J_m$  で展開し、さらに  $\phi_w = R_0 [\phi_w e^{-i\omega t}]$  と表示すると次式を得る。

$$\phi_w = A \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_m e^{-i\phi} + \gamma \beta_m e^{i\phi}) \cdot J_m(kr) \cos(m\theta) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\phi$  は位相で円柱中心の設置位置を示し、 $\alpha_0 = \beta_0 = 1$ 、 $m \geq 1$  で  $\alpha_m = 2(-i)^m$ 、 $\beta_m = 2i^m$  とする。

円柱によって生じる散乱波ポテンシャルを  $\phi_s = R_0 [\phi_s e^{-i\omega t}]$  と表わし、次式のように置くと、この式はラプラス方程式のほかに、自由表面境界条件式、水底条件式および radiation 条件を満足する。

$$\phi_s = A \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_m e^{-i\phi} + \gamma \beta_m e^{i\phi}) \cdot B_m H_m^{(1)}(kr) \cos(m\theta) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $B_m$  は複素未知係数で、 $H_m^{(1)} = J_m + iY_m$  は  $m$  次の第1種ハンケル関数を示す。回折波の速度ポテンシャルを  $\Phi = R_0 [\phi e^{-i\omega t}] = R_0 [(\phi_w + \phi_s) e^{-i\omega t}]$  と置くと、式(3)の  $B_m$  は円柱表面上での次の境界条件式を満足するものとして決定される。

$$\partial \phi_s / \partial r = -\partial \phi_w / \partial r \quad \text{at } r=a \quad \dots\dots\dots (4)$$

結果を回折波の速度ポテンシャルについて示すと次式の

\* 正会員 Ph.D. 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科  
 \*\* 正会員 東亜建設工業(株)大阪支店  
 \*\*\* 正会員 前田建設(株)名古屋支店

ようである。

$$\phi = A \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_m e^{-i\phi} + \gamma \beta_m e^{i\phi}) \cdot \left[ J_m(kr) - \frac{J'_m(ka)}{H_m^{(1)'}(ka)} H_m^{(1)}(kr) \right] \cos(m\theta) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 $J_m$ 、 $H_m^{(1)'}$  はそれぞれの関数の微分値を示す。

回折波の速度ポテンシャル式 (5) を線形化された圧力方程式に代入した上で、ベッセル関数に関する恒等式を使って整理すると、円柱壁面上における run-up  $\eta$  および動水圧  $p$  の表示式としてそれぞれ次の式を得る。

$$\frac{\eta}{H} = R_e \left[ \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_m e^{-i\phi} + \gamma \beta_m e^{i\phi}) \cdot \frac{i \cos(m\theta)}{\pi k a H_m^{(1)'}(ka)} e^{-i\omega t} \right] \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{p}{\rho g H} = R_e \left[ \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_m e^{-i\phi} + \gamma \beta_m e^{i\phi}) \cdot \frac{i \cos(m\theta)}{\pi k a H_m^{(1)'}(ka)} e^{-i\omega t} \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

任意の  $z$  点における断面あたりの水平方向波力  $F_z$  は、入射波の進行方向である  $x$  の負の方向を正にとると、次式から求めることができる。

$$F_z = \int_0^{2\pi} p a \cos \theta d\theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式に式 (7) を代入して計算すると、円柱中心の位置が節または腹の位相では次式を得る。

$$\frac{F_z}{\rho g H a} = 2(1 \pm \gamma) \frac{\cosh k(h+z)}{f(ka) \cosh kh} \cos(\omega t - \delta) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、上式右辺の  $(1+\gamma)$  は節の位相、 $(1-\gamma)$  は腹の位相に対応し、

$$f(ka) = ka [J_1'^2(ka) + Y_1'^2(ka)]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\delta = -\tan^{-1} [Y_1'(ka)/J_1'(ka)] \quad \dots\dots\dots (11)$$

である。また、水平方向の全波力  $F$  と円柱底面まわりのモーメント  $M$  はそれぞれ次の式で与えられる。

$$\frac{F}{\rho g H a h} = 2(1 \pm \gamma) \frac{\tanh kh}{f(ka) kh} \cos(\omega t - \delta) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{M}{\rho g H a h^2} = 2(1 \pm \gamma) \left[ \frac{kh \sinh kh + 1 - \cosh kh}{f(ka) (kh)^2 \cosh kh} \right] \cdot \cos(\omega t - \delta) \quad \dots\dots\dots (13)$$

すなわち、波力  $F$  とモーメント  $M$  の最大値は  $ka$  の値によらずともに節の位相で生じ、それぞれ進行波における値の  $(1+\gamma)$  倍となる。

以上の解析理論においては円柱と岸壁間で生じる多重反射の影響は考慮されておらず、円柱の設置位置が岸壁から十分離れていない場合には、補正が必要となる。反射率  $\gamma=1$  とすると、こうした多重反射は上述の解析理論において  $x=0$  に関して鏡像配置した円柱を考えることによって取り扱われ、Spring・Monkmeyer (1974) と同

様にベッセルの加法定理を利用すると解析的に取り扱うことができる。すなわち、円柱  $Q$  の中心点を  $x=l$  とし、 $x=-l$  におけるその鏡像  $Q'$  を考える。任意の計算点  $P$  における  $Q'$  による散乱波ポテンシャル  $\phi_s'$  は  $Q$  における円筒座標系を用いると式 (3) と同様に与えられるが、ベッセルの加法定理を使って  $Q$  についての円筒座標系で表示すると、結局  $\phi_s'$  は次式で表わされることになる。

$$\phi_s' = A \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_m e^{-i\phi} + \beta_m e^{i\phi}) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{m+n}^{(1)}(2kl) J_n(kr) \cos[n(\pi-\theta)] \quad \dots\dots\dots (14)$$

このとき、回折波の速度ポテンシャル  $\phi$  は  $\phi = \phi_w + \phi_s + \phi_s'$  として与えられ、式 (14) における未知係数  $B_m$  は次の境界条件式から決定することができる。

$$\partial(\phi_s + \phi_s')/\partial r = -\partial\phi_w/\partial r \quad \text{at } r=a \quad \dots\dots\dots (15)$$

一旦、 $\phi_s'$  が求めれば、上述の解析理論における  $\phi_s$  を  $\phi_s + \phi_s'$  と置き換えることにより、多重反射を考慮した理論解を得ることができる。

### 3. 実験方法

実験には長さ 8 m、幅 1.6 m、高さ 0.6 m のコンクリート製の 2 次元造波水槽を用い、一端には鉛直壁を設けて完全重複波を発生させた。部分重複波は鉛直壁にウレタンマットを取り付けることによって発生させ、そのときの反射率はヒーリーの方法によって測定した。水深  $h$  は一定で 15 cm とし、構造物としては半径  $a$  が 6.5 cm のアクリル製円柱を用いた。入射波の周期は  $T=0.78, 0.84, 1.01, 1.20, 1.40$  sec の 5 種類変化させ、入射波の波高  $H$  はほぼ 2 cm の 1 種類とした。

実験にあたっては、円柱を置かない状態での水路中央に沿う各点での波高をあらかじめ計測することによって重複波の腹、節の位置を求めておき、円柱の設置地点を決めた。円柱まわりの run-up 値はビデオカメラで空間波形を撮影することによって求め、水平方向の波力は上端固定の片持梁式の波力計によった。実際の測定は、鉛直岸壁から測った円柱中心の設置点までの距離を  $x$ 、入射波の波長を  $L$  として、run-up については  $x/L=0.5, 0.75, 1.0, 1.25$  の 4 箇所で、波力については  $x/L=0.5, 0.75$  の 2 箇所において行った。なお、測定に及ぼす水路側壁の影響をできるだけ抑えるために、run-up および波力の最大値については 2～3 波目毎の波に対する 4 回の計測値の 2 乗平均値として求めた。

### 4. run-up の特性

図-2 と図-3 は、反射率  $\gamma=1$  の完全重複波動場における run-up の測定結果の一例で、それぞれ  $ka=0.3$ ,

0.47 のケースの結果を理論値とともに示してある。図で  $x$  は鉛直壁から測った円柱中心点までの距離であり、 $\theta$  は円柱側壁の位置を角度で示し  $\theta=0^\circ$  が入射方向である。図中の理論解は全て円柱と鉛直岸壁間の多重反射を考慮した結果であるが、破線で示した  $x/L=1.0$ , 1.25 のケースにおける理論値は多重反射を考慮していない式 (6) による結果とグラフ上の差異が見られない程度に一致した。他のケースも含めて理論値における多重反射の影響は小さく、実験結果においても円柱の設置位置  $x/L$  による明確な差異は見られなかった。図から明らかなように、run-up の最大値は腹の位相では  $\theta=90^\circ$  で生じ、節では  $\theta=0^\circ$  または  $180^\circ$  で生じている。測定値には若干のばらつきが見られ、その分布曲線は左右対称となっていないが、平均的に見ると、節の位相では理論曲線と比較的良好に一致しているのに対し、腹の位相では理論曲線は過大値を与える傾向がある。ただし、腹の位相における結果も Chakrabarti・Tam (1975) によって示されている進行波の結果と比べると理論解の一致度は良いといえよう。

反射率  $\gamma=0.58$  の部分重複波動場における測定値を理論解と比較したものが図-4 と図-5 である。理論曲線で最大値が生じる円柱側壁の位置  $\theta$  は、腹の位相では  $90^\circ$  より小さくなり、節では入射側の  $0^\circ$  となっているが、実験値においてはその傾向は明確ではない。理論値と実験値の一致度は全てのケースにおいて比較的良好い。

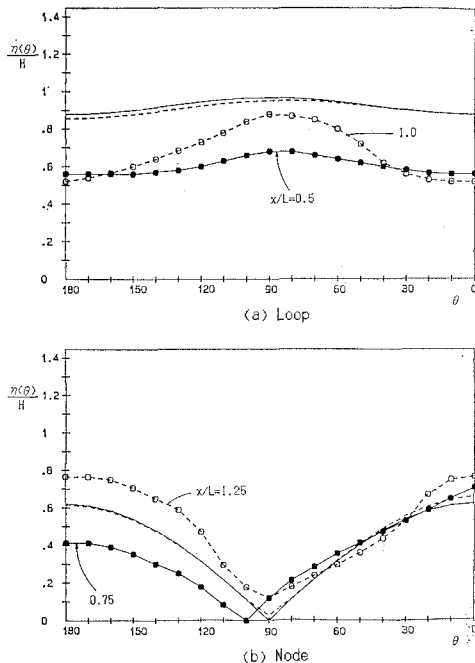


図-2 円柱側壁に沿う run-up の実験値と理論値 ( $\gamma=1$ ,  $ka=0.3$ )

図-7 は、 $\gamma=1$  のケースにおいて run-up の最大値のみをプロットしたもので、腹および節の位相では多重反射を考慮した理論曲線も示してある。腹の位相における実験値はかなりばらついているものの、平均的に見ると理論値は過大になっている。理論解においては、円柱中心の設置位置  $x/L$  が小さいほど多重反射の影響を強く受けて、最大 run-up 値は小さくなっている。進行波については Isaacson (1978) が理論値は実験値と比べるとかなり過小となることを示しているが、腹の位相では逆の傾向が見られる。節の位相では、 $x/L$  の値が小さいほど最大 run-up の理論値は大きくなっているが、その傾向は実験結果からは明らかでない。理論解によれば run-up の最大値は常に進行波における最大値よりも大きく、多重反射の影響を無視すると、 $ka < 0.2$  では腹の位相で、 $0.2 < ka < 0.7$  では図-6 に示すように腹と節のほぼ中間点で生じ、 $0.7 < ka < 1.2$  では節の位相で、 $ka > 1.2$  でここに示した計算範囲については腹の位相で生じている。

## 5. 波力係数

式 (12) で与えられた水平方向波力の最大値として求められる波力係数をさらに  $\tanh kh/(kh)$  で割って得た結果を、 $\gamma=1$  の完全重複波について示したものが図-8 である。完全重複波の場合、多重反射の影響を無視すると、円柱中心の設置位置が節の位相では  $ka$  の値に関係

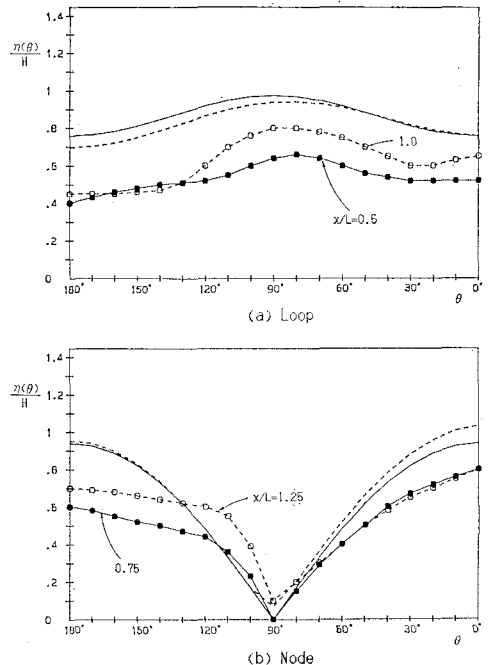


図-3 円柱側壁に沿う run-up の実験値と理論値 ( $\gamma=1$ ,  $ka=0.47$ )

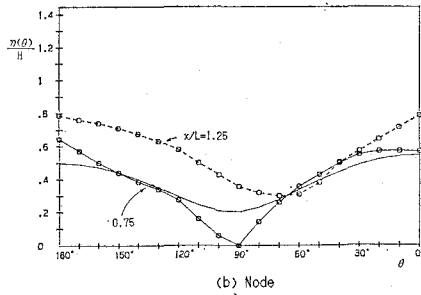
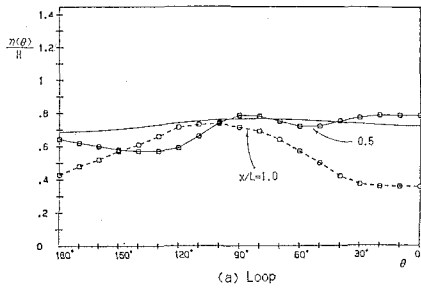


図-4 円柱側壁に沿う run-up の実験値と理論値 ( $\gamma=0.58, ka=0.3$ )

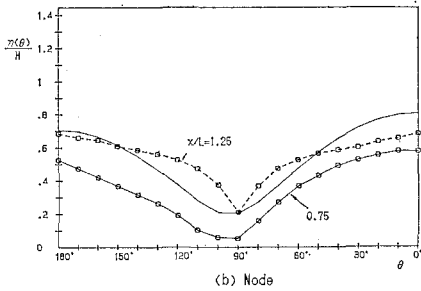
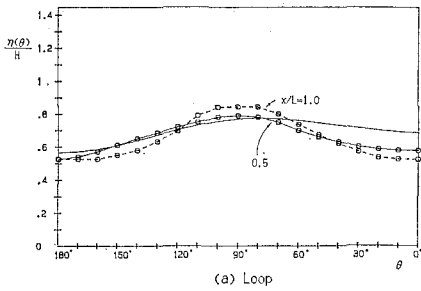


図-5 円柱側壁に沿う run-up の実験値と理論値 ( $\gamma=0.58, ka=0.47$ )

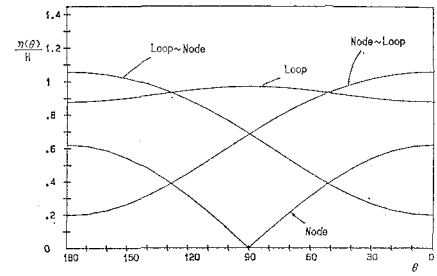


図-6 各位相における run-up の理論曲線 ( $ka=0.3$ )

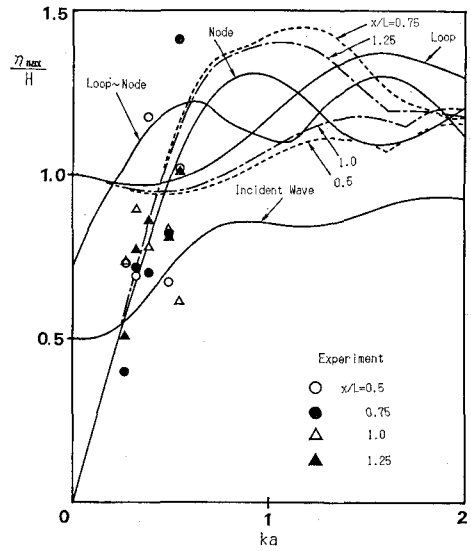


図-7 最大 run-up の実験値と理論値の比較

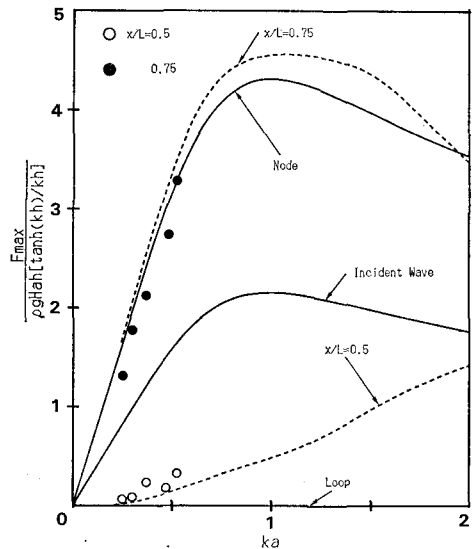


図-8 水平方向最大波力の実験値と理論値の比較

なく常に進行波の2倍となり、逆に腹の位相では常に0となる。ここには結果を示していないが、兩位相間における波力値は進行波の2倍の値と0の間の値をとることになるので、重複波動場における円柱の波力はその設置位置によって著しく変化することになる。図中点線で示した多重反射を考慮した理論値は、ここで計算した範囲内では考慮していない理論値よりも大きくなっており、

腹の位相においても波力係数は0とならない。理論曲線においては、多重反射の影響は節の位相で  $ka$  の値が大ききときに著しくなっている。

節の位相における実験値は理論値と良く一致しているが、多重反射を考慮した理論値は過大値を与える傾向がある。一方、腹の位相での実験結果は0付近にばらつくが、平均的には多重反射を考慮した理論解と比較的良く一致している。

## 6. おわりに

重複波動場における円柱まわりの run-up 値および波力の表示式を線形回折理論に基づき誘導し、その妥当性を実験結果と比較することによって検討した。以下に主要な結論を述べる。

(1) 円柱側壁に沿う run-up 分布の測定結果は、円柱中心の設置位置が腹の位相では理論曲線より全体に小さくなる傾向が見られるものの、両者は比較的良く一致することから、ここで示した線形理論解は重複波動場に置かれた円柱による回折波の計算に有用であることが確かめられた。

(2) run-up の最大値が発生する位相は  $ka$  の値によって複雑に変化するが、進行波における最大値よりも常

に大きい。進行波の結果と同様に実験値はばらつくが、進行波における理論解が過小値を与えるのに対して、重複波においては腹の位相で過大値を与える傾向がある。

(3) 完全重複波動場では、波力値は  $ka$  の値に関係なく節の位相で常に進行波の2倍となり、また腹の位相では0となる。実験値は理論値と良く一致しているが、腹の位相において多重反射による影響を考慮した理論解を用いる必要がある。

## 参考文献

- 小田一紀・久保直・門口達彦・巻幡敏秋 (1982): 島突端近くに設置された大型矩形ケーソンに働く波力, 第29回海岸工学講演会論文集, pp. 467~471.
- Chakrabarti, S. K. and Tam, W. A. (1975): Wave height distribution around vertical cylinder, J. Waterways, Harbors and Coastal Eng. Div., ASCE, Vol. 101, No. WW2, pp. 225~230.
- Isaacson, M. de St. Q. (1978): Wave runup around large circular cylinder, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Div., ASCE, Vol. 104, No. WW1, pp. 69~79.
- Macamy, R. C. and Fuchs, R. A. (1954): Wave forces on piles—A diffraction theory, Beach Erosion Board, Tech. Memo, No. 69.
- Spring, B. H. and Monkmeyer, P. L. (1974): Interaction of plane waves with vertical cylinders, Proc. 14th Int. Conf. on Coastal Engineering, ASCE, pp. 1827~1847.