

信頼性理論による防波堤滑動の安定性に関する検討

高 山 知 司*

1. ま え が き

現行の防波堤設計法においては、再現期間の設定や最高波高による波力の算定において確率的な考えが暗に導入されているが、再現期間から推定した設計沖波波高や波浪変形計算で求めた最高波高、最高波高から算定した波力、さらには摩擦係数は確定値として取扱われており、それらの推定値の精度やばらつきについては必ずしも十分な配慮がなされているとはいえない。つまり、防波堤の破壊確率まで検討した設計が行われているわけではない。

近年においては、外力や強度の推定誤差、外力や抵抗力の不規則性、設計情報の不完全性および材料試験や判断の際のヒューマンエラーなどに伴う不確実性を確率的に取扱って構造物を設計する信頼性設計が導入されるようになってきた。防波堤の設計に関しては、Francoら(1986)はBrindisi港の拾石堤および混成防波堤の両方について信頼性設計を適用している。このうち混成防波堤については、高波高の発生頻度と堤体の摩擦係数のばらつきを考慮して、堤体の滑動に対する破壊確率を求めており、波浪変形や波力の算定については実験結果を用い、それらの推定精度については破壊確率の算定に考慮していない。我が国においては、外山(1985)や鈴木(1987)が防波堤の滑動について信頼性理論を適用して、摩擦係数や潮位、波高等の防波堤の滑動に影響する要素に関して安全指標の感度分析を行っているが、設計に応用するところまでには至っていない。

本論文においては、防波堤の滑動に関して現行の設計法で堤体重量を算定したときに設計沖波波高の推定値や設計に用いる摩擦係数のばらつき、波浪変形計算や波力算定式の精度によって防波堤の滑動破壊確率がどのように変化するかについて検討を行った。

2. 波力の分布形の誘導

(1) 設計沖波波高の変動性

実測あるいは推算した波浪を用いて沖波波高を推定す

る場合、年数回起こった高波浪に対して各年最大波を用いる場合と波高に対して足切りを行い、大きな波高だけを用いる場合がある。K年間にN個の波浪データを用いるとき、年最大波を用いた場合は $N=K$ となるが、足切りを行った場合には一般に $N \neq K$ で、平均に K/N 年毎に最大波を用いたことになる。設計沖波波高を推定する場合、まず、N個の波浪データを抽出した母集団の波高分布形を設定する必要がある。波高の分布形としてよく用いられているのが、次式で示すような極値分布関数である。

$$P_R(H \leq X) = \begin{cases} \exp[-\exp\{-(X-B)/A\}] & \text{(Gumbel 分布)} \\ 1 - \exp[-\{(X-B)/A\}^k] & \text{(Weibull 分布)} \end{cases} \quad (1)$$

ここに、A、B および k の値は N 個の波浪データから定まる値である。これらの関数形のうち最も波浪データに適合するものが用いられる。再現期間 R_P 年に対する設計沖波波高 X_R は、次式で与えられる。

$$X_R = \begin{cases} B - A \ln\{-\ln(1 - K/NR_P)\} & \text{(Gumbel 分布)} \\ B + A\{-\ln(K/NR_P)\}^{1/k} & \text{(Weibull 分布)} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(2)で求められた設計沖波波高は、波浪データ数 N が相当大きくないと正しい分布形が得られない。データ数が少ないと、実際の母集団の分布を正しく推定しているかどうかわからないし、推定した A、B および k の値にも誤差を含む。合田(1988)はある母集団に属するものを異なる母集団に属するものとして判断したことによって生じる推定波高の偏り量と信頼区間を検討している。推定値のこのような偏りやばらつきを考慮して、実際の波高が $\bar{X}_R$ と推定された波高の周りに正規分布すると仮定すると、母集団の波高の分布形 $p_X(X)$ は次式で与えられる。

$$p_X(X) = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp[-(X - (1 + \alpha_R)\bar{X}_R)^2 / 2\sigma_R^2] p_R(\bar{X}_R) d\bar{X}_R \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $p_R(X)$ は式(1)の微分値で、波高 X の確率密度関数を示し、 α_R は X_R からの偏りの割合で、 $\alpha_R > 0$

* 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所水工部波浪研究室長

なら大きく偏り、 $\alpha_R < 0$ なら小さく偏る。また、 σ_R は X の標準偏差で、 $\bar{X}_R$ の値によって線形的に変化すると仮定して、次式で与える。

$$\sigma_R = \gamma_R \bar{X}_R + \beta_R \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 γ_R および β_R は波浪データから求まる値である。

(2) 防波堤の設計に用いる最高波高の確率分布

沖波波高が X と推定されたときに防波堤の設置点付近での最高波高 X_M は、一般には X に関して非線形であるが、沖波の波形勾配がほぼ一定とみなせるなら、 X_M は近似的に X に関して線形とみなすことができ、

$$X_M = B_1 X + B_2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。ここに、 B_1 および B_2 は波浪変形計算から求まる定数で、沖波の特性や海底の地形の条件、防波堤の設置水深に関係する。

式(5)のように X_M が表されると、 X_M の確率分布は式(3)を用いて

$$p_M(X_M) = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp[-\{X_M - \bar{X}_m\}^2/2\sigma_m^2] \times p_R(\bar{X}_R) d\bar{X}_R \quad \dots\dots\dots (6)$$

のようになる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{X}_m &= B_1(1 + \alpha_R) \bar{X}_R + B_2 \\ \sigma_m &= B_1 \sigma_R \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

である。

最高波高 X_M を算定する式(5)は波浪変形計算や実験から求まる関係式であるが、現状の波浪変形計算や実験から求めた算定式を用いて推定した値は誤差を含み、実際の値からずれる可能性がある。そこで、実際の最高波高 X_M は、平均値 $\bar{X}_M$ の周りに標準偏差 σ_M で、次式のような正規分布すると仮定した。

$$p(X_M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_M} \exp[-\{X_M - \bar{X}_M\}^2/2\sigma_M^2] \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $\bar{X}_M$ は推定値 X_M から α_M の割合だけ偏っているとして

$$\bar{X}_M = (1 + \alpha_M) X_M \quad \dots\dots\dots (9)$$

で与え、 σ_M は X_M に比例するとして

$$\sigma_M = \gamma_M X_M \quad \dots\dots\dots (10)$$

で表した。 γ_M は推定値のばらつきの精度を表す定数である。

波浪変形算定値の分布が式(8)のように表されると、波浪変形算定式の精度を含んだ最高波高 X_M の確率分布 $p_M(X_M)$ は次式のように求まる。

$$p_M(X_M) = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{1}{2\pi\sigma_m\sigma_M} \exp[-(X_M - \bar{X}_m)^2/2\sigma_m^2 - (X_M - \bar{X}_M)^2/2\sigma_M^2] p_R(\bar{X}_R) d\bar{X}_M d\bar{X}_R \quad \dots\dots\dots (11)$$

確率分布形 $p_M(X_M)$ を求めるためには、 X_M と σ_M が

X_M の関数であるため、 X_M に関して数値積分を行わなければならないが、式(9)および(10)の X_M の代りに X_M 比例すると仮定するなら、式(11)は次式のようになる。

$$p_M(X_M) = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\{\sigma_M^2 + (1 + \alpha_M)^2\sigma_m^2\}} \times \exp[-\{X_M - (1 + \alpha_M)X_M\}^2/2\{\sigma_M^2 + (1 + \alpha_M)^2\sigma_m^2\}] p_R(\bar{X}_R) d\bar{X}_R \quad \dots\dots (12)$$

式(9)および(10)の X_M の代りに $\bar{X}_m$ を用いた場合と X_M に関して直接積分した場合とで $p_M(X_M)$ の分布形がどのように変化するかを調べたのが図-1である。図-1の計算においては、 $\bar{X}_m = 8\text{m}$ 、 $\sigma_m = \gamma_M \bar{X}_m$ として $\bar{X}_R$ に依存しない値としている。その結果、式(12)の X_M の分布は正規分布になる。図-1でわかるように、 γ_M が小さいと、近似的に X_M の代りに $\bar{X}_m$ を用いた場合と X_M に関して厳密に積分した場合とで $p_M(X_M)$ の分布形に大きな差はなく、 X_M の代りに $\bar{X}_m$ を用いてもよいと思われる。

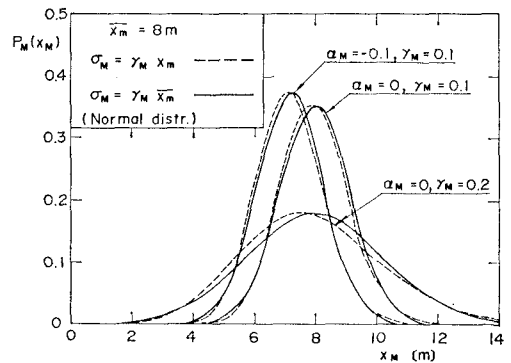


図-1 X_M の厳密分布と近似分布の相違

(3) 波力の確率分布

防波堤に波が作用すると、堤体を滑动させようとする水平波力と堤体を持ち上げようとする揚力が働く。水平波力 P_e と揚力 U_e を入射波高 H_D を用いて、次式のように表すことができる。

$$P_e = F_P H_D$$

$$U_e = F_U H_D \quad \dots\dots\dots (13)$$

しかし、比例係数 F_P および F_U は、防波堤の諸元だけではなく、 H_D によっても変化する。また、水平波力と揚力は、防波堤の設計ではそれぞれ独立に発生するとして取扱うことはできなく、同時刻に働く力として考えなくてはならない。そこで、揚力を次式のように水平波力から算定できるとした。

$$U_e = (F_U/F_P) P_e \quad \dots\dots\dots (14)$$

波高 H_D による比例係数 F_P および F_U/F_P の変化を調べたのが図-2である。図-2においては、沖波の

波形勾配を0.035と一定にし、1/100の様な海底勾配上に図-3に示すような諸元の防波堤が設置してあるとして計算した。また、波力の算定式としては、合田(1973)によって提案された式を用いている。ただし、波は防波堤法線に垂直に作用するとした。図-2に示すように、 F_U/F_P の値は H_D によってほとんど変化せず、一定値で、この場合、 $F_U/F_P=0.54$ であった。一方、 F_P は H_D の増大に伴って少しずつ増大しているがその変化はそれほど大きくはない。

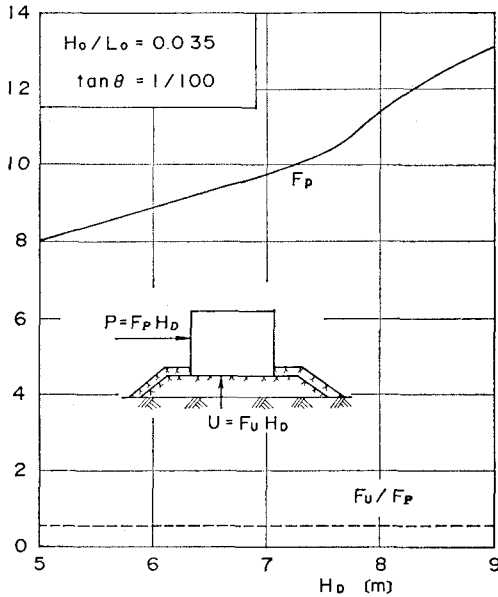


図-2 F_P と F_U/F_P の変化

波力の算定式には一般に推定誤差が含まれていることを考慮して、実際の水平波力 P は、平均値 $\bar{P}$ の周りに標準偏差 σ_P で、次式のような正規分布していると仮定する。

$$p_P(P) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_P} \exp\left[-\frac{(P-\bar{P})^2}{2\sigma_P^2}\right] \quad \cdots (15)$$

ここに、 P は水平波力の推定値 P_e から α_P の割合だけ偏っていると、

$$\bar{P} = (1+\alpha_P)P_e = F_P(1+\alpha_P)X_M \quad \cdots (16)$$

で与え、 σ_P は P_e に比例するとして

$$\sigma_P = \gamma_P P_e = \gamma_P F_P X_M \quad \cdots (17)$$

で表した。 γ_P は波力の推定値のばらつき度合いを示す定数である。

式(13)における H_D は入射する波の最高波高に対応するから、 H_D を X_M で置き換え、 P の確率分布 $p_P(P)$ を求めると次式のようになる。

$$p_P(P) = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 \sigma_M \sigma_M \sigma_P}} \exp\left[-\frac{(P-\bar{P})^2}{2\sigma_P^2} - \frac{(X_M - \bar{X}_M)^2}{2\sigma_M^2} - \frac{(X_m - \bar{X}_m)^2}{2\sigma_m^2}\right] p_R(X_R) dX_M dX_m dX_R \quad \cdots (18)$$

波力の確率分布 $p_P(P)$ を求めるようにすると、 P および σ_P は X_M の関数であり、また、 $\bar{X}_M$ および σ_M が X_m の関数であるため、数値積分を行わなければならない。しかし、式(16)および(17)における X_M が $\bar{X}_M$ に置き換えることができ、また、式(9)および(10)における X_m が $\bar{X}_m$ で置き換えることができるなら、式(18)は次式のように簡略な形になる。

$$p_P(P) = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_P^*} \exp\left[-\frac{(P-F_P(1+\alpha_P)\bar{X}_M)^2}{2\sigma_P^{*2}}\right] p_R(X_R) dX_R \quad \cdots (19)$$

ここに、 σ_P^* は波力の標準偏差で次式で与えられる。

$$\sigma_P^{*2} = \sigma_P^2 + F_P^2(1+\alpha_P)^2\{\sigma_M^2 + (1+\alpha_M)^2\sigma_m^2\} \quad \cdots (20)$$

式(20)で示すように、設計沖波波高や波浪変形、波力の推定精度を考慮することによって、波力の標準偏差は大きくなり、広くばらつくようになる。しかし、波浪変形による波高や波力の算定式が波高や波力を実際より少し大きめに推定しているとするなら、 α_M や α_P の値は負になり、設計沖波の推算精度の影響を小さくする効果がある。特に、波力の算定式が実際より大きめに推定している場合の効果は、波高を大きめに推定している効果より大きいことが式(20)からわかる。

3. 阪波堤の滑動破壊確率の推定

防波堤の滑動破壊は、堤体を滑動させようとする水平波力が堤体の抵抗力より大きくなったときに起こる。しかし、堤体が滑動しても、拾石マウンドから滑り落ちることがなければ、防波堤としての機能を満足していると考えることができる。堤体が拾石マウンドから滑り落ちるかどうかを判定するためには、堤体の動的挙動を考慮しなければならない。しかし、このような挙動を解析するためには、堤体と拾石マウンドとの間の摩擦係数の変化、つまり、静摩擦係数と動摩擦係数の違いについても検討しなければならない。非常に複雑になる。そこで、本論文では、水平波力が堤体の抵抗力より大きくなると常に堤体は拾石マウンドから滑り落ち、破壊されると仮定した。

防波堤の設計では、設定した再現期間に対する設計沖波波高を求め、その波高に海底地形による波浪変形計算を行って、防波堤設置点での最高波高を推定し、その最高波高に対して水平波力や揚力を求め、堤体重量を算定する。堤体重量の算定に当っては、安全率を考慮して、次式で求める。

$$W_a = U_e + S_R P_e / f_a \quad \cdots (21)$$

ここに、 W_a は設計で求めた堤体の水中重量、 U_e は揚

力, S_F は安全率, P_e は水平波力, f_d は設計に用いた摩擦係数である。

防波堤の滑動破壊確率を算定するに当っては, 実際に作用する水平波力 P と揚力 U および摩擦係数 f から推定される必要堤体水中重量 W が W_d を越える場合として, 次式の条件を満足する場合とした。

$$W_d < W = U + P/f \dots\dots\dots (22)$$

ただし, 揚力 U は式(14)において P_e の代りに P を代入して求める。

実際の摩擦係数は, 平均値 $\bar{f}$ の周りに標準偏差 σ_f で, 次式のような正規分布とすると仮定した。

$$p_f(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_f} \exp[-(f-\bar{f})^2/2\sigma_f^2] \dots\dots\dots (23)$$

堤体の滑動条件である式(22)を満足するためには, 摩擦係数が次式を満足する場合である。

$$f < f_0 = P/(W_d - U) \dots\dots\dots (24)$$

水平波力 P の発生確率は $p_P(P)dP$ であるから堤体が滑動する確率 P_s は, 次式で与えられる。

$$P_s = \int_0^\infty \int_0^{f_0} p_f(f) p_P(P) df dP \dots\dots\dots (25)$$

堤体の滑動破壊確率は, K/N 年毎の最大波によって破壊する確率であるから, 堤体の耐用年数を L_s 年とすると, L_s 年間には $L_s/(K/N)$ 個の最大波が作用するため, 耐用年数間にこの堤体が少なくとも1回は滑動破壊する遭遇確率 P_E は次式で求まる。

$$P_E = 1 - [1 - P_s]^{L_s/(K/N)} \dots\dots\dots (26)$$

4. 滑動破壊確率に及ぼす波高および波力の推定と摩擦係数のばらつきの効果

波高や波力の推算精度および摩擦係数のばらつきによって滑動破壊確率がどのように変化するかの検討を行ってみた。検討の対象にした防波堤は, 図-3に示すような諸元の防波堤で, 1/100の一樣海底勾配上に設置されており, 波は防波堤法線に垂直に入射するものとした。

年最大波の分布形を推定した結果, $A=2.5$, $B=1.15$, $k=2$ の Weibull 分布に最も適合していたとする。このときの年最大波の発生超過確率および発生確率分布は図-4のようになる。再現期間50年の波で設計するとして, 式(2)で50年確率波を求めると, $H_0=6.5$ m になる。沖波の波形勾配はほぼ一定で, $H_0/L_0=0.035$ であると仮定する。合田(1975)の碎波変形の計算式を用いて, 防波堤設置点での有義波高および設計波高(設計に用いる最高波高)を推定すると, $H_{1/3}=6$ m, $H_D=8$ m となる。周期は $T_{1/3}=10.9$ s である。これらの値から水平波力と揚力を合田式を用いて算定した結果, $P=90.8$ tf/m, $U=48.5$ tf/m となり, 安全率 $S_F=1.2$ および摩擦係数 $f_d=0.6$ として堤体水中重量を算定すると, $W_d=230$ tf/m になった。この堤体水中重量に対する破壊確率

の計算においては, $\beta_R=0$, $\gamma_R=\gamma_M=\gamma_P=\gamma$ として, 沖波波高, 波浪変形および波力の推定精度はすべて同じとした。また, ここでは波高や波力の推定精度が滑動破壊確率にどのように影響するかをみることを主眼にしたので, 計算の容易さを考え, 式(19)の近似式を用いた。式(19)の計算では, $\bar{X}_R$ としては 0.5 m 毎に計算している。

摩擦係数の確率分布形としては, 実測データが多くないので, 不明な点が多いが, 運輸省の第一港湾建設局で行った実物に近い模型実験結果(森平ら, 1978, 1979)から判断して, 平均値は $\bar{f}=0.6$, 0.65, 0.7 の3段階に変化させ, 標準偏差は $\sigma_f=0.06$ と一定にした。

図-5は, 摩擦係数の平均値が $\bar{f}=0.6$ で, 波高や波力の推算値に偏りが無い $\alpha_R=\alpha_M=\alpha_P=0$ の場合における年最大波に対する滑動破壊確率の分布を示している。

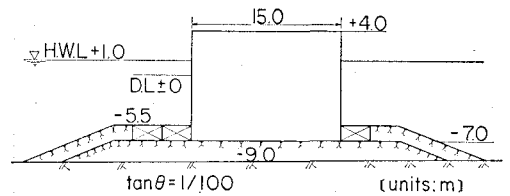


図-3 計算に用いた防波堤の諸元

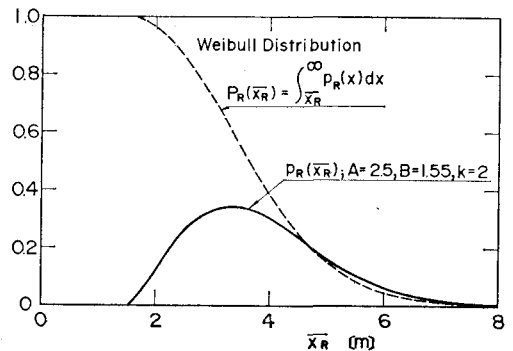


図-4 年最大波の超過確率と確率分布

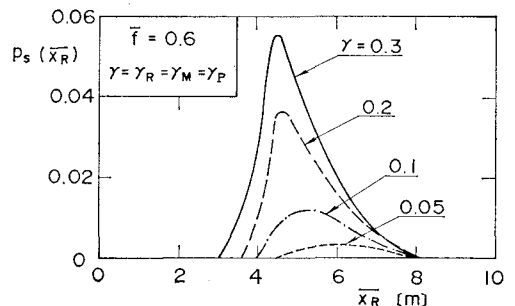


図-5 波高や波力の推定精度による滑動破壊確率分布

波高や波力の推算精度が悪く、平均値の周りに広く分布している $\gamma=0.3$ や 0.2 の場合には、設計波高より小さい 4.5m の年最大波で破壊確率が最も大きくなっている。これは、図-4 で示すように波高の大きい波に比して、波高の小さい波の発生頻度が非常に高いためである。しかし、波高や波力の推算精度が上がるにつれて、つまり、 γ の値が小さくなるにしたがって、破壊確率は急激に小さくなるとともに、設計沖波波高に近い波が来襲しないと破壊しなくなる。

図-6 は、耐用年数が $L_s=50$ 年の場合の滑動破壊における遭遇確率 P_E の変化を波高や波力の推算精度 γ に対して示したものである。この図では、波高の推算値には偏りがなく ($\alpha_R=\alpha_M=0$)、波力の推定値に関しては偏りが無い場合 ($\alpha_P=0$) とある場合 ($\alpha_P=-0.1$) について検討している。この図でわかるように波高や波力の推定精度が増大するにつれて、つまり、 γ が小さくなるにつれて、 P_E の値は小さくなる。 $\gamma=0.1$ の場合、 $\alpha_P=0$ で摩擦係数の平均値が $\bar{f}=0.6$ では $P_E=0.72$ となり、72%の確率で堤体が滑動破壊することになる。しかし、摩擦係数の平均値が $\bar{f}=0.65, 0.7$ と大きくなるにしたがって、 P_E は急激に小さくなり、それぞれ $P_E=0.42, 0.19$ になる。一方、波力の算定式が実際の波力の平均値より10%だけ大きめに推定していたとすると、 $\gamma=0.1$ で、 $\bar{f}=0.6$ の場合に $P_E=0.25$ 、 $\bar{f}=0.7$ の場合に $P_E=0.02$ となる。 $\bar{f}=0.6$ での P_E の値は $\alpha_P=0$ での $\bar{f}=0.7$ の場合とほぼ等しくなる。

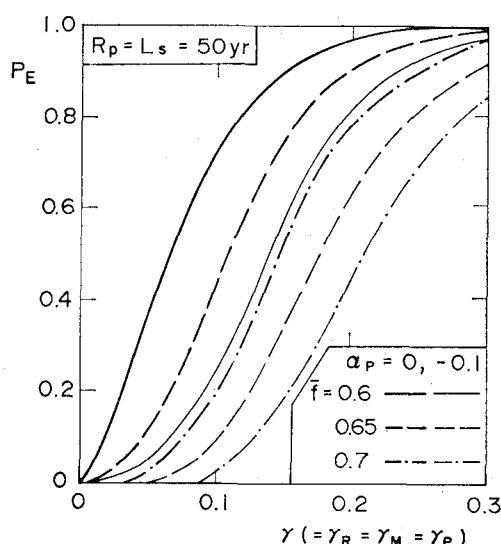


図-6 耐用年数における防波堤の滑動破壊に関する遭遇確率

このように実際の摩擦係数の平均値が設計で用いたものより大きい場合には、防波堤の滑動に対する遭遇確率は急激に小さくなる。実際に被災した防波堤の大半が施工中あるいは施工後間もない時期に滑動していることを考えると、年数の経過とともに摩擦係数が増大している可能性がある。摩擦係数の増大の原因として、比較的大きな波で堤体がロッキングを起こし、それによって拾石マウンドが絞め固められるためではないかといわれている。前述の第一港湾建設局の模型実験でも拾石マウンドを絞め固めると、摩擦係数が増大するという結果を報告している。また、波力の算定式が平均的にみて、波力を大きめに推定していると、遭遇確率は大きく減少する。不確実な要素が多くなると、防波堤が滑動する確率が高くなるので、その場合には波力を大きめに推定しておくのも一つの方法ではある。

5. あとがき

沖波波高や波浪変形、波力の推定精度に加え、摩擦係数のばらつきを考慮して、防波堤の滑動破壊確率を算定する手法を提案した。その手法を用いて、仮想の防波堤に対して滑動破壊確率を計算し、摩擦係数のばらつきや波高および波力の推定精度によって破壊確率がどのように変化するか調べた。しかし、防波堤を精度よく推定するためには、沖波や波浪変形、波力の推定精度および摩擦係数の分布について十分検討することが必要である。また、防波堤の設計において、防波堤の滑動に対する遭遇確率をどの程度の値にするかは今後の大きな課題である。

参考文献

- 合田良実 (1973): 防波堤の設計波圧に関する研究, 港湾技術研究所報告, Vol. 12, No. 3, pp. 31~69.
- 合田良実 (1975): 浅海域における波浪の碎波変形, 港湾技術研究所報告, Vol. 14, No. 3, pp. 59~106.
- 合田良実 (1988): 極値統計におけるプロットング公式ならびに推定値の信頼区間に関する数値的検討, 港湾技術研究所報告, Vol. 27, No. 1, pp. 31~92.
- 鈴木慎也 (1987): 信頼性理論の防波堤滑動安定性への適用(その2), 港湾技研資料, No. 582, 39 p.
- 外山進一 (1985): 信頼性理論の防波堤滑動安定性への適用, 港湾技研資料, No. 540, 49 p.
- 森平倫生・木原 力・堀川 洋 (1978): 混成防波堤拾石マウンドの摩擦係数について, 第23回海岸工学講演会論文集, pp. 337~341.
- 森平倫生・足立一美 (1979): 混成防波堤拾石マウンドの摩擦係数について(第2報), 第26回海岸工学講演会論文集, pp. 446~450.
- Franco, L., A. Lamberti, A. Noli and U. Tomasicchio (1986): Evaluation of risk applied to the designed breakwater of Punta Riso at Brindisi, Italy, Coastal Engineering, Vol. 10, No. 2, pp. 169~191.