

透過潜堤による波浪変形の解析モデル

Somchai Rojanakamthorn*・磯部雅彦**・渡辺 晃***

1. 序 論

近年、種々の波浪制御・海岸侵食制御構造物が提案され(宇多ら, 1987a), 実用に供されようとしている. その中には人工リーフや大規模潜堤と呼ばれるものに代表される透過潜堤も含まれる. 透過潜堤の波浪制御効果については, 実験および現地観測による研究(永井ら, 1975; 田中, 1976; 宇多ら, 1987b; 浜口ら, 1988)が行われているが, 限られた条件の下でのものである. また, 理論解析では透過性防波堤を取り扱ったものがあり, これらの中には潜堤に適用することが可能であるものもある(たとえば, 小島ら, 1988; 中村・森田, 1988)が, 実際に計算を行った例はない. また, これらでは構造物周辺の鉛直2次元波浪場を扱うことにより, 透過率や反射率を評価することが主目的であり, 平面的な波浪場の解析を行うことは数値計算上むずかしい.

本研究においては, 緩勾配斜面上に設置された透過性構造物周辺の平面的波浪場の予測を可能とするため, 緩勾配の仮定の下に透水層の存在を考慮したモデル方程式を導く. 得られる方程式は, 2次元の楕円型偏微分方程式であり, 透水層内での抵抗によりエネルギー逸散が起こることになる. 砕波によるエネルギー逸散も非常に重要な要素であるが, 本研究では得られた方程式の適用性の確認を第1に考えているので, ここでは取り扱わない.

得られた方程式を用いて1次元問題の数値計算を行い, 造波水路を用いて行った実験結果と比較することにより, 方程式の適用性を調べる.

2. 透過潜堤上の波浪変形解析のモデル方程式

緩勾配方程式を導くには, まず水平床上の解を求め, その結果得られる鉛直分布関数を重み関数として斜面上での基礎方程式を鉛直方向に積分する. これと同様な手続きを透水層の存在する場合について行うため, 基礎方程式および境界条件を定式化した後, 水平透水層に対する解を求め, さらに鉛直方向への重み付き積分を行う.

(1) 透水層内における基礎方程式

透水層内の単位体積部分を考える. 透水層内の流速ベクトルを u_s , 水圧を p_s とすれば, 運動方程式は

$$\rho \epsilon \frac{Du_s}{Dt} = -\nabla(p_s + \gamma z) - f_M - f_D \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表される. ここに, ρ は水の密度, ϵ は空隙率, γ は水の単位重量, z は鉛直座標であり, f_M および f_D はそれぞれ透水層の構成要素から水が受ける質量力および抗力を表す. また $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ は (x, y, z) 方向への微分演算子であり, D/Dt は実質微分を表す.

式(1)中の質量力 f_M は, 質量係数を C_M とすれば,

$$f_M = \rho(1-\epsilon)C_M \frac{Du_s}{Dt} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と表される (Sollit・Cross, 1972).

式(1)中の抗力項 f_D は, 定常流に対して, 層流および乱流的抵抗の和として次式で表される (Ward, 1972).

$$f_D = \frac{\epsilon \rho \nu}{K_p} u_s + \frac{\epsilon^2 \rho C_f}{\sqrt{K_p}} |u_s| u_s \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに ν は動粘性係数, K_p は透水係数, C_f は乱流抵抗係数であり, K_p および C_f は透水試験によって求められる. 非定常浸透流に対して(3)式を用いることの妥当性は, Shuto・Hashimoto(1970) および出口ら(1988)によって確認されている. 抗力項を含めて解析的な取り扱いをするため, 一周期内のエネルギーを逸散が等しくなるような線形抗力項で近似しておく. すなわち, 線形抵抗係数 f_p を次式で定義する.

$$f_D = f_p \sigma u_s \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$f_p = \frac{\int_V \int_0^T \left(\frac{\epsilon^2 \nu}{K_p} |u_s|^2 + \frac{\epsilon^2 C_f}{\sqrt{K_p}} |u_s|^3 \right) dt dV}{\sigma \int_V \int_0^T \epsilon |u_s|^2 dt dV} \quad (5)$$

ここに σ は波の角周波数, V は体積, T は周期である. 式(2)および(4)を式(1)に代入し, さらに波の振幅が微小であるものとして実質微分における移流項を無視すれば, 線形化された運動方程式を得る.

$$C_r \frac{\partial u_s}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla(p_s + \gamma z) - f_p \sigma u_s \quad \dots\dots\dots (6)$$

* 工修 東京大学大学院 土木工学専攻
 ** 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科
 *** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

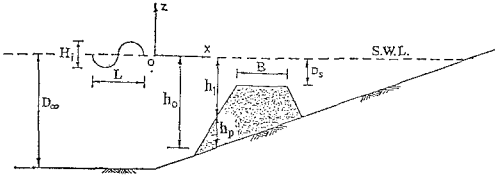


図-1 透過潜堤と記号の定義

ここに、 C_r は次式で定義される。

$$C_r = \varepsilon + (1 - \varepsilon) C_M \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、式(6)の回転をとると、周期的な運動に対して渦度ベクトルが0となることがわかり、したがって u_s に対する速度ポテンシャル ϕ_s が存在する。

$$u_s = \nabla \phi_s \quad \dots\dots\dots (8)$$

この式を式(6)に代入する事により、速度ポテンシャルを用いて表した運動方程式が次のように得られる。

$$C_r \frac{\partial \phi_s}{\partial t} + \frac{1}{\rho} (p_s + \gamma z) + f_p \sigma \phi_s = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

また、水は非圧縮であると考えられるので、連続式は次のようになる。

$$\nabla^2 \phi_s = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

(2) 上・下層での基礎方程式と境界条件

透水層の上部の水の層における支配方程式は、通常の波動解析におけるものと同様に、水圧 p および速度ポテンシャル ϕ を未知関数とする圧力方程式およびラプラス方程式となる。

ここで、周期解を考え、上・下層の速度ポテンシャルを

$$\phi = \Phi \exp(i\sigma t), \quad \phi_s = \Phi_s \exp(i\sigma t) \quad \dots\dots\dots (11), (12)$$

のようにおく。水平方向と鉛直方向を区別するため、水平方向の2成分の微分作用素を $\nabla_h = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ と定義すれば、ラプラス方程式は

$$\nabla_h^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad \nabla_h^2 \Phi_s + \frac{\partial^2 \Phi_s}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (13), (14)$$

となる。境界条件は、水面、上・下層の界面、および底面におけるものであり、図-1 に示す記号を用いて、

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \Phi = 0 \quad (z=0) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \nabla_h h_1 \cdot \nabla_h \Phi = \varepsilon \left(\frac{\partial \Phi_s}{\partial z} + \nabla_h h_1 \cdot \nabla_h \Phi_s \right) \quad (z=-h_1) \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\Phi = (C_r - i f_p) \Phi_s \quad (z=-h_1) \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{\partial \Phi_s}{\partial z} + \nabla_h h_0 \cdot \nabla_h \Phi_s = 0 \quad (z=-h_0) \quad \dots\dots\dots (18)$$

と表される。なお、 g は重力加速度である。これらのうち、式(16)および(17)は界面における流量および水圧の連続条件であり、式(15)および(17)は微小振幅の仮定の下に線形化されている。

(3) 水平透水層上における波浪変形の解析

透水層が水平な場合、 $\nabla_h h_1 = \nabla_h h_0 = 0$ であり、この場合には式(13)~(18)に対する解が変数分離法により容易に求められる。

$$\Phi = \frac{i g \hat{\eta}}{\sigma} G(z), \quad \Phi_s = \frac{i g \hat{\eta}}{\sigma} H(z) \quad \dots\dots\dots (19), (20)$$

ここに、 $\hat{\eta}$ は水面変動の複素振幅であり、鉛直分布関数 $G(z)$ および $H(z)$ は次式で表される。

$$G(z) = \frac{\varepsilon \sinh(k h_p) \exp\{k(z+h_1)\} - \delta \cosh\{k(z+h_1)\}}{\varepsilon \exp(k h_1) \sinh(k h_p) - \delta \cosh(k h_1)} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$H(z) = \frac{\cosh\{k(z+h_0)\}}{\varepsilon \exp(k h_1) \sinh(k h_p) - \delta \cosh(k h_1)} \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\delta = \varepsilon \sinh(k h_p) - (C_r - i f_p) \cosh(k h_p) \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 $h_p = h_0 - h_1$ であり、複素数となる波数 k は水面における境界条件式から得られる次の関係式によって決定される。

$$\sigma^2 = g k \frac{\varepsilon \exp(k h_1) \sinh(k h_p) - \delta \sinh(k h_1)}{\varepsilon \exp(k h_1) \sinh(k h_p) - \delta \cosh(k h_1)} \quad \dots\dots\dots (24)$$

上式において、透水層の空隙率 ε を0とすれば、水深 h_1 での通常の微小振幅波と一致する。また、透水層の空隙率 ε を1とし、抵抗係数 f_p を0とすれば水深 h_0 での通常の微小振幅波となる。

(4) 傾斜透水層上における波浪変形の解析モデル

まず、 $G(z)$ および $H(z)$ は次式を満足する。

$$\frac{\partial^2 G}{\partial z^2} - k^2 G = 0, \quad \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - k^2 H = 0 \quad \dots\dots\dots (25), (26)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} G = 0 \quad (z=0) \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial H}{\partial z} \quad (z=-h_1) \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$G = (C_r - i f_p) H \quad (z=-h_1) \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad (z=-h_0) \quad \dots\dots\dots (30)$$

Berkhoff(1972) においては、基礎方程式であるラプラス方程式に鉛直分布関数を乗じ、鉛直方向に積分を行っている。これは1種の重み付き残差法であると言えるが、その重みはエネルギー保存の方程式に対応するものとなっている。ここでも、エネルギー方程式を考えると、重み関数は、上層および透水層に対してそれぞれ $G(z)$ および $\varepsilon (C_r - i f_p) H(z)$ となることがわかる。そこで、式(13)および(14)にこれらの重み関数のそれぞれを乗じ、積分を行う。すなわち、

$$\int_{-h_1}^0 \left[G \left(\nabla_h^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) \right] dz + \int_{-h_0}^{-h_1} \left[\varepsilon (C_r - i f_p) H \left(\nabla_h^2 \Phi_s + \frac{\partial^2 \Phi_s}{\partial z^2} \right) \right] dz = 0$$

$$\dots\dots\dots (31)$$

である。Mei(1983)と同様に上式の変形を行う。まず、部分積分によって上の積分を実行すれば、

$$\begin{aligned} & \int_{-h_1}^0 \left[GF_h^2 \phi + \phi \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \right] dz + \left[G \frac{\partial \phi}{\partial z} - \phi \frac{\partial G}{\partial z} \right]_{-h_1}^0 \\ & + \int_{-h_0}^{-h_1} \varepsilon (C_r - i f_p) \left[HF_h^2 \phi_s + \phi_s \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right] dz \\ & + \varepsilon (C_r - i f_p) \left[H \frac{\partial \phi_s}{\partial z} - \phi_s \frac{\partial H}{\partial z} \right]_{-h_0}^{-h_1} = 0 \quad \dots (32) \end{aligned}$$

となるが、式(15)~(18)および(25)~(30)を用いれば、次のように書き改められる。

$$\begin{aligned} & \int_{-h_1}^0 [GF_h^2 \phi + k^2 G \phi] dz \\ & + \int_{-h_0}^{-h_1} \varepsilon (C_r - i f_p) [HF_h^2 \phi_s + k^2 H \phi_s] dz \\ & + GF_h h_1 \cdot \nabla_h \phi - \varepsilon (C_r - i f_p) HF_h h_1 \cdot \nabla_h \phi_s|_{-h_1} \\ & + \varepsilon (C_r - i f_p) HF_h h_0 \cdot \nabla_h \phi_s|_{-h_0} = 0 \quad \dots (33) \end{aligned}$$

ここで、界面および底面の勾配が緩いという仮定から、 $\nabla_h h_1$ および $\nabla_h h_0$ の2次オーダーの誤差を無視すれば、式(33)の被積分関数については

$$GF_h^2 \phi = F_h (G^2 \nabla_h \hat{\eta}) \quad \dots (34)$$

$$HF_h^2 \phi_s = F_h (H^2 \nabla_h \hat{\eta}) \quad \dots (35)$$

であり、積分以外の項については既に勾配がかかっているの、

$$\nabla_h \phi = G F_h \hat{\eta} \quad \dots (36)$$

$$\nabla_h \phi_s = H F_h \hat{\eta} \quad \dots (37)$$

としてよい。これらを代入し、ライブニッツの公式を用いれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} & F_h \int_{-h_1}^0 G^2 \nabla_h \hat{\eta} dz + \int_{-h_1}^0 k^2 G^2 \hat{\eta} dz \\ & + \varepsilon (C_r - i f_p) [F_h \int_{-h_0}^{-h_1} H^2 \nabla_h \hat{\eta} dz + \int_{-h_0}^{-h_1} k^2 H^2 \hat{\eta} dz] \\ & = 0 \quad \dots (38) \end{aligned}$$

ここで、 z に関する積分を実行すれば最終的に透過層上の緩勾配方程式を得る。

$$F_h (\alpha \nabla_h \hat{\eta}) + k^2 \alpha \hat{\eta} = 0 \quad \dots (39)$$

ここに、

$$\alpha = \alpha_1 + \varepsilon (C_r - i f_p) \alpha_2 \quad \dots (40)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \int_{-h_1}^0 G^2 dz \\ &= \beta_1^2 h_1 \left[\left(\beta_1^2 / 2 k h_1 \right) \{1 - \exp(-2 k h_1)\} \right. \\ &\quad \left. - \left(\beta_1^2 / 2 k h_1 \right) \{1 - \exp(2 k h_1)\} - 2 \beta_2 \beta_3 \right] \quad \dots (41) \end{aligned}$$

$$\alpha_2 = \int_{-h_0}^{-h_1} H^2 dz = \frac{1}{2} \beta_1^2 h_p \left\{ 1 + \frac{\sinh(2 k h_p)}{2 k h_p} \right\} \quad \dots (42)$$

$$\beta_1 = [\varepsilon \exp(k h_1) \sinh(k h_a) - \delta \cosh(k h_1)]^{-1} \quad \dots (43)$$

$$\beta_2 = \varepsilon \exp(k h_1) \sinh(k h_p) - (1/2) \delta \exp(k h_1)$$

$$\dots\dots\dots (44)$$

$$\beta_3 = (1/2) \delta \exp(-k h_1) \quad \dots (45)$$

である。導かれた式(39)は、従来の緩勾配方程式を含むものである。緩勾配の仮定にもかかわらず、従来のものが勾配 1/3 まで適用でき (Booij, 1983)、現在頻繁に使われていることから、式(39)についても実際の適用範囲は広いと期待される。

3. 1次元問題での数値計算

方程式の適用性を調べるため、岸沖方向の1次元問題に絞って得られたモデル方程式の数値計算を行い、実験結果との比較を行う。

(1) 基礎方程式と境界条件

1次元問題の場合、式(39)は次のように簡単化される。

$$\frac{d}{dx} \left(\alpha \frac{d\hat{\eta}}{dx} \right) + k^2 \alpha \hat{\eta} = 0 \quad \dots (46)$$

沖側境界においては、水面変動が入射波成分と反射波成分の和で表され、それぞれの振幅を a_i および a_r 、そこの波数を k_0 とすれば、

$$\hat{\eta} = a_i \exp(-i k_0 x) + a_r \exp(i k_0 x) \quad \dots (47)$$

となるが、未知である反射波成分を消去すれば、

$$\frac{d\hat{\eta}}{dx} - i k_0 \hat{\eta} + 2 i k_0 a_i \exp(-i k_0 x) = 0 \quad \dots (48)$$

を得る。

岸側境界においては、無反射性境界条件を用いる。これは、式(48)において入射波の振幅を0としたものに相当し、波数を $-k_{sh}$ と書き換えることにより、

$$\frac{d\hat{\eta}}{dx} + i k_{sh} \hat{\eta} = 0 \quad \dots (49)$$

と表される。

(2) 数値計算法

式(46)、(48)および(49)を中央差分により差分化し、数値計算を行った。この時、線形抵抗係数 f_p が振幅の関数となるので、繰り返し計算を必要とする。まず、 f_p の初期値を仮定するが、1程度の値とすればよい。各地点における波数 k は、式(24)をニュートン法によって解くことにより求める。次に、式(40)~(45)によって α を計算すれば、基礎方程式および境界条件式の中の全ての係数が求められたことになる。そこで、差分式の解を求めるが、差分式を行列表示すると3重対角行列となるので、容易に解くことができる。解が求まったら、式(5)によって新たな f_p を求めるが、その際に必要な ε 、 C_M 、 K_p および C_f は潜堤の構成材料の粒径などから過去の研究成果 (Dinoy, 1971; Madsen, 1974) に基づいて決定する。そこで、全ての計算を繰り返し f_p が収束したところで計算を打ち切る。その際の許容誤差は1%とした。

4. 実験方法

実験は長さ20m, 幅0.8m, 高さ1mの2次元造波水路を用いて行った。透過潜堤は、平均粒径2.5cmの砂利を用いて1/20勾配の固定床斜面上に設置した。潜堤の法面勾配は1/3であり、潜堤の天端幅は10, 30, および235cmとした。天端水深は2から8cmとし、波の周期と波高を変化させて実験を行った。表-1は実験条件を示す。測定したのは、水位変動の分布である。ここでは、透過潜堤上の緩勾配方程式の適用性を調べることが主目的なので、潜堤上で碎波しないケースのみについて実験値と計算値との比較を行った。

表-1 実験条件

CASE	B (cm)	D_s (cm)	D_∞ (cm)	T (s)	H_i (cm)	f_p
1-1	10	4.5	35.5	0.93	2.25	0.251
1-2	10	4.5	35.5	1.81	2.60	0.979
1-3	10	6.5	37.5	0.93	3.00	0.275
1-4	10	6.5	37.5	0.93	4.71	0.412
1-5	10	6.5	37.5	1.92	3.28	1.002
1-6	10	6.5	37.5	1.82	5.66	1.241
1-7	10	8.5	39.5	0.93	3.52	0.279
1-8	10	8.5	39.5	0.92	6.41	0.441
1-9	10	8.5	39.5	1.81	3.38	0.882
2-1	30	4.5	35.5	0.93	3.13	0.407
2-2	30	6.5	37.5	0.93	4.82	0.491
2-3	30	6.5	37.5	0.93	3.21	0.384
2-4	30	6.5	37.5	1.82	3.66	1.351
2-5	30	8.5	39.5	0.93	3.11	0.323
2-6	30	8.5	39.5	0.93	4.64	0.440
2-7	30	8.5	39.5	0.93	6.23	0.574
2-8	30	8.5	39.5	1.81	3.79	1.220
2-9	30	8.5	39.5	1.82	5.78	1.521
3-1	235	8.0	39.0	1.08	4.72	0.871
3-2	235	8.0	39.0	1.81	4.47	1.640

5. 数値計算結果と実験結果との比較

図-2は、水面変動のrms値 η_{rms} から求めた振幅 $a_m = \sqrt{2} \eta_{rms}$ の岸沖分布について計算値と実験値とを比較した結果を示す例である。図中 H_i および T は入射波の波高および周期、 D_∞ および D_s は一様水深部および潜堤上の水深である。 x 軸の原点は斜面端にとられており、 x_t および x_c はそれぞれ潜堤の法先および法肩の位置を、 x_{sh} は静水時汀線位置を示す。

これらの図よりまず・で示される実験結果について見ると、潜堤を通過すると波高が急激に減少することがわかる。特に潜堤の幅 B が235cmの場合に著しく、エネルギー逸散量が天端幅と密接に関係することが理解される。また、天端水深もエネルギー逸散に関係するが、これは特に碎波を通じて影響するものなので、ここではこれ以上の議論は避け、今後、碎波減衰も含めた取り扱いに拡張した場合の検討課題とする。

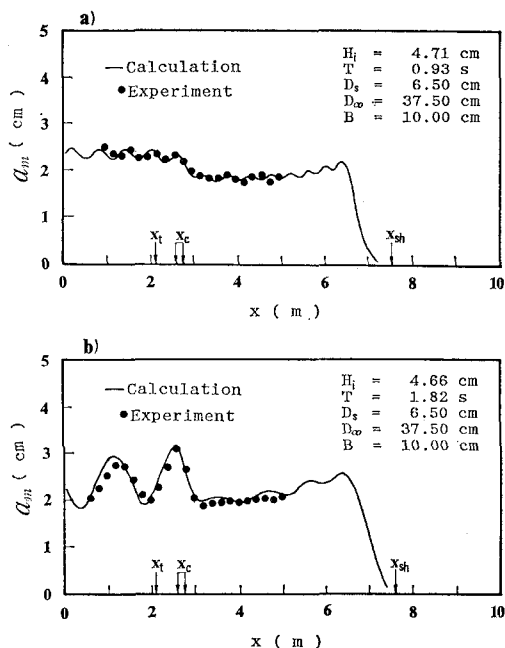


図-2 水面変動のrms値の分布の計算値と実験値との比較 (1)

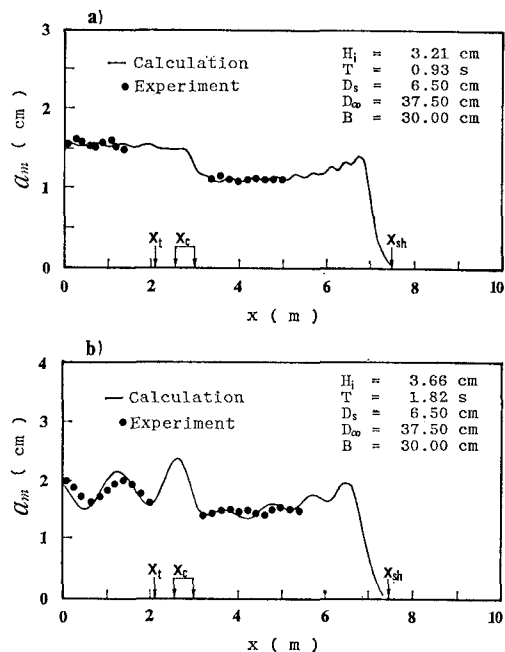
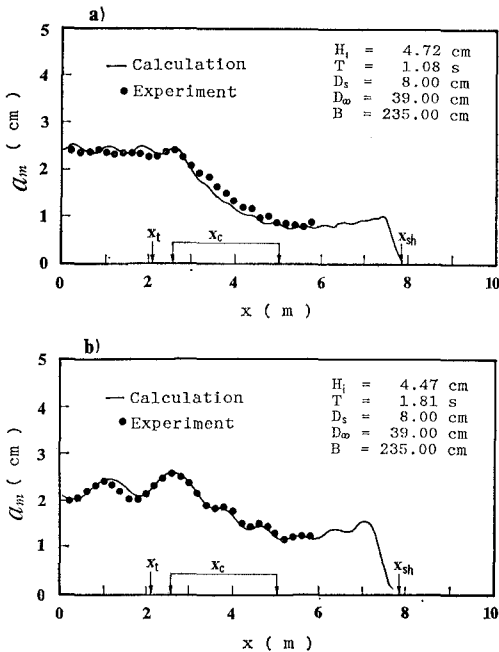


図-3 水面変動のrms値の分布の計算値と実験値との比較 (2)

数値計算結果を示すのが図中の実線である。計算において、空隙率 ϵ は測定値より0.39とした。質量係数については出口(1988)などの研究があるが、ここでは仮に



図—4 水面変動の rms 値の分布の計算値と実験値との比較 (3)

1とした。また K_p および C_f については、Dinoy(1971)による定常流に対する実験結果を外挿することにより $K_p = 3.77 \times 10^{-7} \text{m}^2$ および $C_f = 0.332$ とした。表—1には、繰り返し計算の最終段階で得られた f_p の値も示されている。

実測値と計算値とを比較すると、両者の一致は良好であり、本研究で導いた透過潜堤上での緩勾配方程式の有用性が確認される。

6. 結論および今後の課題

潜堤上における波浪の変形を予測するために、透水層上における緩勾配方程式(39)を導いた。得られた方程式を用いて数値計算を行い、実験結果と比較した。その結果、両者の一致は良好であり、モデル方程式の有用性が確認された。

本研究では、透水層上における緩勾配方程式の特性を調べるために、非碎波の場合に限って検討を進めた。今後、この方程式を実際の問題に適用していくためには、碎波減衰項を取り入れ、碎波を取り扱うことができるよ

うにする必要がある。また、不規則波への適用も今後の課題である。さらには、放物型方程式への近似も可能であり、その適用性についても調べる必要がある。これらにより、透過性構造物を含む海域における、平面的波浪場の精度よい予測を行うことができるであろう。

なお、この研究に対する研究助成を頂いた財団法人鹿島学術振興財団に謝意を表する。

参考文献

- 宇多高明・小俣 篤・横山揚久(1987a): 人工リーフ周辺に生じる海浜流と地形変化, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 337~341.
- 宇多高明・村井嶺美・松尾和男・藤原隆一(1987b): 透過性消波構造物の消波効果からみた分類, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 441~445.
- 小島治幸・宇都宮道明・井島武士・吉田明徳・木原 力(1988): 斜め入射波に対する透過性防波堤の水理特性解析, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 542~546.
- 田中則男(1976): 天端幅の広い潜堤の波浪減殺および砂浜安定効果について, 第23回海岸工学講演会論文集, pp. 152~157.
- 出口一郎・樫木 亨・白谷宏司(1988): 透水層状の波浪変形に対する非線形ダルシー則の適用性について, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 487~491.
- 永井莊七郎・小田一紀・倉田克彦(1975): 大水深緩斜面潜堤に関する研究, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 409~414.
- 中村孝幸・森田知志(1987): 斜波中における透過性防波堤の消波効果と作用波力の特性について, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 547~551.
- 浜口達男・宇多高明・井上 力・五十嵐晃・中山 修(1988): 人工リーフの波浪制御効果に関する現地実験, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 128~132.
- Berkhoff, J. C. W.(1972): Computation of combined refraction-diffraction, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 471~490.
- Booij, N.(1983): A note on the accuracy of the mild-slope equation, Coastal Eng., Vol. 7, pp. 191~203.
- Dinoy, A. A.(1971): Friction factor and Reynolds number relationship in flow through porous media, Master Thesis, Asian Inst. of Tech., Thailand.
- Madsen, O. S.(1974): Wave transmission through porous structure, J. Waterways, Harbors and Coastal Eng. Division, Proc. ASCE, Vol. 100, pp. 169~188.
- Mei, C. C.(1983): The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, John Wiley & Sons, New York, pp. 86~88.
- Shuto, N. and S. Hashimoto (1970): Hydraulic resistance of artificial concrete blocks, Proc. 12th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 43~54.
- Sollit, C. K. and Cross, R. H.(1972): Wave transmission through permeable breakwaters, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 1827~1846.
- Ward, J. C. (1964): Turbulent flow in porous media, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol. 90, No. HY5, pp. 1~12.