

潜堤および透過性構造物のある海浜における波動場解析

泉 宮 尊 司*・遠 藤 雅 人**

1. 緒 言

近年、海岸侵食対策工法として、人工リーフあるいは大規模潜堤が各地で計画・施工されようとしている（岩谷ら, 1987; 浜口ら, 1988）。こうした状況の中で、それらの設置にともなう波浪変形の解析は、その消波効果や海浜地形変化を予測する上できわめて重要なことである。しかしながら、消波ブロックや拾石などの透過性物質でできた潜堤による波浪変形の理論的な研究は殆どなく、実験結果に基づいて所定の断面設計が行われているのが現状である（たとえば、宇多・小保, 1987）。そこで本研究では、潜堤および一般透過性構造物のある領域における新たな波動方程式を誘導し、さらに碎波減衰項を付加することにより、波高分布・反射率・透過率等が精度よく予測できるモデルを作成する。また、モデル方程式による計算結果と実験結果とを比較し、モデルの妥当性を検討する。

2. 透過性構造物内での波動方程式の誘導

透過性構造物による波浪制御に関する理論的な研究は、Kondo(1970)、井島ら(1971)、Sollitt・Cross(1972)および Madsen(1974)等によって行われている。これらの研究では、透過層内の抵抗は Darcy 則または Dupuit-Forchheimer 型の抵抗則を線形化したものを用いている。また、水深が一樣の場合でも、長波近似を用いない場合はきわめて複雑な理論解となっている。これらの研究を、水深変化のある現地海浜に適用するには、解の接続条件である透過性構造物外での波動場が算定されなければならない。また、波浪変形の厳密な計算を行うためには、反射波や透過波の変形計算も同時に行わなければならない。こうした場合、透過性構造物内外に適用し得る波動方程式があれば、領域を分けて計算を行う必要がなく、反射波や透過波の変形計算も同時に行うことができる。本研究では、そのような波動方程式の誘導を行う。

透過性構造物の空隙率を λ とし、線形化された抵抗を受けるものとする、透過性構造物内の連続式および運動方程式は、次式のように表現される（近藤ら, 1983）。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\tau}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - f \frac{\sigma}{\lambda} u \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\tau}{\lambda} \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f \frac{\sigma}{\lambda} v \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\tau}{\lambda} \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - f \frac{\sigma}{\lambda} w - g \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 u , v および w は x , y および z 方向の流量流速、 p は圧力、 σ は角周波数、 f は線形抵抗係数、 τ は慣性係数であり、次のように表わされる。

$$\tau = 1 + \kappa(1 - \lambda) = \lambda + C_M(1 - \lambda) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 κ は付加質量係数であり、 C_M は質量係数である。ここで、透過性構造物内の流れが、渦なし流れであると仮定すると、流量流速に対して速度ポテンシャル φ が存在し、運動方程式 (2)~(4) より拡張された Bernoulli 方程式が得られる。

$$-\frac{\tau}{\lambda} \varphi_t + \frac{p}{\rho} + gz + f \frac{\sigma}{\lambda} \varphi = C(t) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $C(t)$ は積分定数である。この $C(t)$ を消去するために、

$$\varphi' = \varphi - e^{-\frac{f\sigma}{\tau}t} \left[\frac{\lambda}{\tau} \int C(t) e^{\frac{f\sigma}{\tau}t} dt \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

なる変換を行う。以後、ダッシュは省略して書くことにする。ここで、基礎方程式を取りまとめると、

$$\nabla^2 \varphi + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$-\frac{\tau}{\lambda} \varphi_t + \frac{p}{\rho} + gz + f \frac{\sigma}{\lambda} \varphi = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。

水面および底面における境界条件は、倉内ら(1987)と同様に、

$$\varphi_z = \lambda \zeta_t : z = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\varphi_z = -F \varphi F h : z = -h \quad \dots\dots\dots (11)$$

を用いる。ここに、 ζ は水位変動を表わす。

ここで、流量流速に関する速度ポテンシャル φ を、

* 正会員 工博 新潟大学助手 工学部建設学科

** 新潟県庁

$$\varphi = \hat{\varphi} e^{-i\omega t} = f(z) \eta(x, y) e^{-i\omega t} \dots\dots\dots (12)$$

と表現し、上式を式(8)に代入することにより、

$$f \nabla^2 \eta + f'' \eta = 0 \dots\dots\dots (13)$$

なる関係を得る。ここで、分離定数を k^2 とすると、 f に関して次のような微分方程式を得る。

$$f'' - k^2 f = 0 \dots\dots\dots (14)$$

上式的一般解は、

$$f = A \cosh k(h+z) + B \sinh k(h+z) \dots\dots\dots (15)$$

であり、 A および B は積分定数である。海底面が水平あるいは極めて緩勾配であれば、式(15)の右辺第2項は無視することができる。よって、

$$f = A \cosh k(h+z) \dots\dots\dots (16)$$

を得る。

一方、式(9)において $z = \zeta$ で圧力 p が0となる条件式および式(10)を用いると、

$$\varphi_z = -(\tau \varphi_{tt} + f \sigma \varphi_t) / g : z = 0 \dots\dots\dots (17)$$

を得る。上式に、式(12)および(16)を代入することによって、次のような分散関係式を得る。

$$\sigma^2 (\tau + i f) = g k \tanh k h \dots\dots\dots (18)$$

上の分散関係式を満たす複素波数 k は、無数に存在するが、最低次の複素解のみを採用することにする。

水深が変化する場合の波動方程式を得るために、次のような積分公式を用いる。

$$\int_{-h}^0 \left\{ \Psi_0 L(\Psi_1) - \Psi_1 L(\Psi_0) \right\} dz \\ = \left[A(z) (\Psi_0 \Psi_1' - \Psi_1' \Psi_0) \right]_{-h}^0 \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 L は自己随伴微分作用素であり、

$$L = \frac{d}{dz} \left[A(z) \frac{d}{dz} \right] + B(z) \dots\dots\dots (20)$$

と表わされる。ここで、

$$\Psi_0 = f(z), \Psi_1 = \hat{\varphi} \dots\dots\dots (21)$$

とし、計算を行うと、

$$\int_{-h}^0 \left\{ f \nabla^2 \hat{\varphi} + k^2 f \hat{\varphi} \right\} dz = -f \nabla h \nabla \hat{\varphi}(-h) \dots\dots\dots (22)$$

となる。さらに、上式に式(12)および(16)を代入し、積分を実行すると、海底勾配の1次オーダーの精度で次式が得られる。

$$\nabla (C^* C^* \nabla \eta) + k^2 C^* C^* \eta = 0 \dots\dots\dots (23)$$

ここに、

$$C^* C^* = \frac{g}{k} \tanh k h \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{2 k h}{\sinh 2 k h} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

である。式(23)は、Berkhoff(1972)による緩勾配方程式と同様な形となっているが、波数 k が複素数であることが異なる。もし、分散関係式(18)において、 $\tau = 1$ および $f = 0$ とすれば、Berkhoff による緩勾配方程式に完全一致する。

3. 潜堤がある場合の波動方程式の誘導

図一1に示すような潜堤がある場合には、透過性構造物がない領域とある領域とに分けて考えなければならない。前者を領域Ⅰ、後者を領域Ⅱとし、流量流速に関する速度ポテンシャルをそれぞれ φ および ψ とする。また、海底面までの水深を h 、潜堤の上端面の水深を h_s とする。

まず、領域Ⅰにおいて速度ポテンシャル φ は次の関係を満たすものでなければならない。

$$\nabla^2 \varphi + \varphi_{zz} = 0 \dots\dots\dots (25)$$

$$\varphi_{tt} + g \varphi_z = 0 : z = 0 \dots\dots\dots (26)$$

$$\varphi_z = -\nabla \varphi \nabla h_s + w_s : z = -h_s \dots\dots\dots (27)$$

ここに、 w_s は潜堤上端における鉛直流量流速である。

また、領域Ⅱにおいて ψ は、

$$\nabla^2 \psi + \psi_{zz} = 0 \dots\dots\dots (28)$$

$$\frac{\tau}{\lambda} \psi_t + \frac{p}{\rho} - g h_s + f \frac{\sigma}{\lambda} \psi = 0 \\ : z = -h_s \dots\dots\dots (29)$$

$$\psi_z = -\nabla \psi \nabla h_s + w_s : z = -h_s \dots\dots\dots (30)$$

$$\psi_z = -\nabla \psi \nabla h : z = -h \dots\dots\dots (31)$$

を満足しなければならない。さらに、領域ⅠとⅡの境界面において、圧力および鉛直流量流速が等しい条件(出口ら、1988)

$$p_1 = p_{11} : z = -h_s \dots\dots\dots (32)$$

$$\varphi_z = \psi_z : z = -h_s \dots\dots\dots (33)$$

も満たさなければならない。式(32)より、

$$\varphi_t = (\tau/\lambda) \psi_t + (f \sigma/\lambda) \psi : z = -h_s \dots\dots\dots (34)$$

なる関係式が得られる。ここで、 φ および ψ を

$$\varphi = -\frac{i g}{\sigma} F_1(z) \eta(x, y) e^{-i \omega t} \dots\dots\dots (35)$$

$$\psi = -\frac{i g}{\sigma} F_2(z) \zeta(x, y) e^{-i \omega t} \dots\dots\dots (36)$$

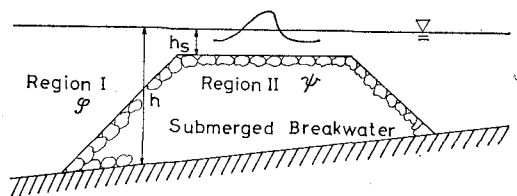
とおき、式(25)および(28)に代入すれば、

$$F_1(z) = A \cosh k(h_s + z) + B \sinh k(h_s + z) \dots\dots\dots (37)$$

$$F_2(z) = D \cosh k(h + z) \dots\dots\dots (38)$$

を得る。次に、領域Ⅰ、Ⅱの接続条件式(33)および(34)に、式(35)~(38)を代入することにより、

$$\zeta = (B/D) [1/\sinh k(h - h_s)] \eta \dots\dots\dots (39)$$



図一1 領域の分割および記号の定義

$$\eta = -\frac{1}{\lambda}(\tau + if) \frac{D}{A} \cosh k(h - h_s) \zeta \dots\dots\dots (40)$$

なる関係が得られる。式(39)および(40)より、

$$\frac{B}{A} = \frac{\lambda}{(\tau + if)} \tanh k(h - h_s) \dots\dots\dots (41)$$

が得られる。最後に、水表面での境界条件式(26)および式(41)より、次のような分散関係式が得られる。

$$\sigma^2 = gk \frac{\tanh kh_s + q \tanh k(h - h_s)}{1 + q \tanh k(h - h_s) \tanh kh_s} \dots\dots\dots (42)$$

ここに、 $q = \lambda/(\tau + if)$ である。上の分散関係式は、 $\lambda = 1$, $\tau = 1$, $f = 0$ あるいは $\lambda = 0$ (τ , f は任意) および $f \rightarrow \infty$ (λ , τ は任意) の条件では、よく用いられる実数型の分散関係式となる。

潜堤のある海浜における波動方程式を得るために、2. で用いた方法と同様に、式(19)の関係より

$$\begin{aligned} & \int_{-h}^{-h_s} \left\{ F_2 \frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 F_2}{\partial z^2} \hat{\phi} \right\} dz \\ & + \int_{-h_s}^0 \left\{ F_1 \frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 F_1}{\partial z^2} \hat{\phi} \right\} dz \\ & = \left[F_2 \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} - \frac{\partial F_2}{\partial z} \hat{\phi} \right]_{-h}^{-h_s} + \left[F_1 \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} - \frac{\partial F_1}{\partial z} \hat{\phi} \right]_{-h_s}^0 \dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

を得る。上式の積分を実行し、海底勾配の1次のオーダーまでをとると、次のような波動方程式を得る。

$$\nabla(a\nabla\eta) + k^2 a \eta = 0 \dots\dots\dots (44)$$

ここに、

$$\begin{aligned} a = & \frac{g}{k} \tanh kh_s \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kh_s}{\sinh 2kh_s} \right] \\ & + q \frac{g}{k} \tanh k(h - h_s) \tanh^2 kh_s \\ & + q \frac{g}{k} \frac{\tanh k(h - h_s)}{\cosh^2 kh_s} \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2k(h - h_s)}{\sinh 2k(h - h_s)} \right] \\ & + q^2 \frac{g}{k} \tanh kh_s \cdot \tanh^2 k(h - h_s) \frac{1}{2} \left[1 - \frac{2kh_s}{\sinh 2kh_s} \right] \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

である。得られた波動方程式において、 $\lambda = 0$ あるいは $h = h_s$ とすると従来の緩勾配方程式に完全に一致する。また、 λ , τ および f が任意で、 $h_s = 0$ とすると、式(23)と一致するが、分散関係式が若干異なる。これは、両者の取扱において、水表面での境界条件が相異なることによる。すなわち、潜堤の場合には透過性構造物上を波が伝播する形となっているためである。ちなみに、 $\lambda = 1$ とすると、両者は完全に一致する。

4. 実験方法および碎波条件について

(1) 実験装置および方法

潜堤による波の変形に関する実験は、新潟大学工学部建設学科にある二次元造波水槽（長さ10m）を用いて行

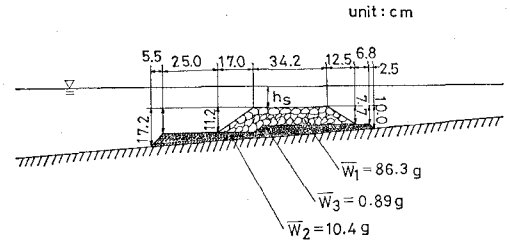


図-2 実験に用いた潜堤の諸元

われた。水槽に1/15の勾配を設置し、図-2に示すような三層構造の潜堤をその上に置いた。潜堤は碎石でできており、碎石の平均重量は上層より、 $\bar{W}_1 = 86.3$ g, $\bar{W}_2 = 10.4$ g, $\bar{W}_3 = 0.89$ gであった。実験は、潜堤の天端水深を変え、さらに波高および周期を変えて、全部で99ケース行った。その内の24ケースについては、天端水深を3 cm とし、波高および周期を変えて波高分布を詳細に測定した。その他のケースは、反射率および碎波条件についてのみ測定を行った。

(2) 潜堤上の碎波条件について

潜堤上の碎波条件については、碎波水深をどのように定義するかが問題となるが、本研究においては、最大波高の場所での潜堤上端面までの水深とした。碎波条件式を得るために、波高・水深比と相対水深 h_B/L_0 との関係、さらに沖波波形勾配、斜面勾配および碎波水深と沖波波高等の関係を調べた。その結果、一樣海底勾配の場合に比べ、幾分データにばらつきがあるが、平均的には磯部ら(1988)が用いた碎波条件式に近い関係が得られた。本研究で数値計算に用いた条件式は、

$$\begin{aligned} \frac{h_B}{H_0} = & 0.43 + \frac{0.1}{-0.77 - \log_{10}(H_0/L_0)} \\ & + 0.22 \left\{ 1 - \frac{0.184 s_a}{s_a^2 - 0.107 s_a + 0.054} \right\} \\ & \cdot \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{-0.37} \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

である。ここに、 s_a は碎波水深の5倍の区間の平均勾配であり、 s_a が0.1より大きいときは、 $s_a = 0.1$ として碎波水深を計算した。式(46)の碎波条件は、磯部らの提案式と比較し、右辺第1項の定数値が0.63から0.43に修正されているのみである。

5. 碎波減衰項の付加および数値計算法

碎波減衰項については、Dibajnia・渡辺(1987)によるものを若干修正して用いた。

$$\nabla(a\nabla\eta) + k^2 a \eta = -i\sigma f_D \eta \dots\dots\dots (47)$$

ここに、 a は式(45)で与えられているもので、

$$f_D = \alpha_D \tanh \left[\beta_D \frac{h_s}{L_0} \right] \sqrt{\frac{g}{h}} \sqrt{\frac{\gamma - \gamma_r}{\gamma_s - \gamma_r}} s_s \quad (48)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_D &= 0.8, \quad \beta_D = 90, \quad \gamma = |\eta|/h \\ \gamma_s &= 0.80, \quad \gamma_r = 0.2 \cdot (H_B/h_B) \\ s_B &= 0.1, \quad \tau = 1.1, \quad f = 10.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

である。 $\bar{h}_s$ は、潜堤の天端水深である。これらの定数は、24ケースの波高の実測結果とよく一致するように決定されたものである。

式(47)を差分で解く際には、次に示すように沖側では入・反射波共存場での境界条件を用い、岸側では透過条件を用いた。

$$ik_i \varphi + \varphi_x = ik_i H_i e^{ik_i x_0} \dots\dots\dots (50)$$

$$ik \varphi - \varphi_x = 0 \dots\dots\dots (51)$$

ここに、 k_i は入射境界位置での波数、 H_i は入射波高である。実際に計算を行うにあたっては、まず $f_D = 0$ として波高分布を計算し、砕波位置を式(46)により決定する。さらに、式(48)を用いて f_D の値を計算し、また波高分布を計算する。砕波位置を算定しなおして、繰り返し計算を行う。約7～8回の繰り返し計算で安定した収束解が得られた。

6. 実験結果との比較および考察

図-3の(a)～(e)は、波高の実測結果と計算値との比較を示したものである。図中の実線は計算値を、●印は実測値を表わしている。潜堤の沖側では、入射波と反射波が重なった波高分布が、本計算法により精度よく再現されているのがわかる。このように、沖側の波高分布が精度よく一致していることは、本研究で得られた波動方程式により、潜堤斜面からの反射波も、位相も含めて精度よく再現できていることを意味している。

透過波についても、波高および周期が大きく変化しても精度よく計算されているといえる。なお、潜堤より岸側において、計算結果に若干の反射波がみられるのは、透過条件式(51)には浅水変形効果が含まれていないためであり、その微小な誤差によって反射波が生じたものと解釈される。

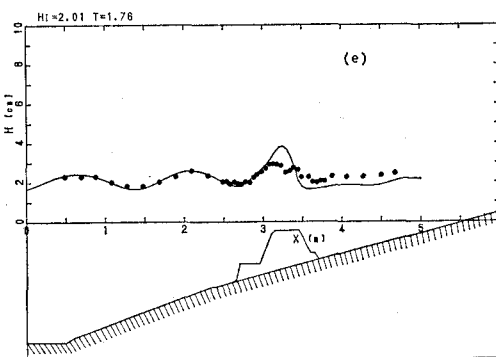
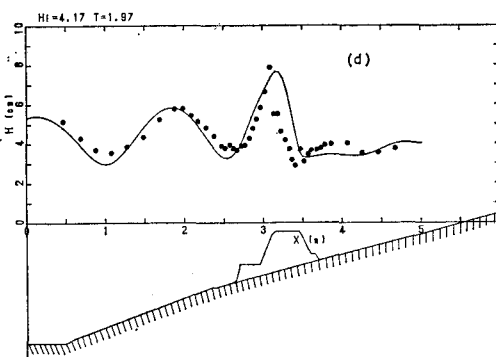
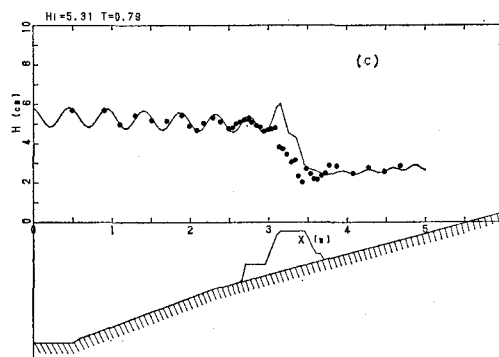
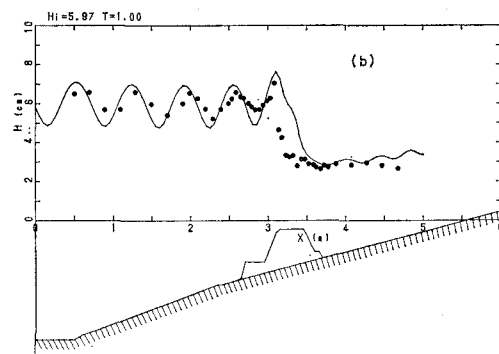
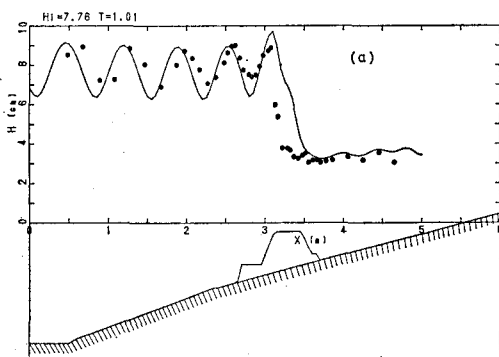
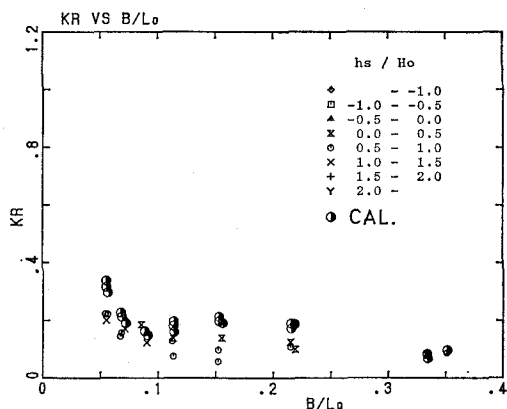


図-3 波高分布の実測値と計算値との比較

図—4 反射率 K_R と B/L_0 との関係

図—4 は、反射率 K_R と潜堤幅 B と沖波波長 L_0 の比との関係を示したものである。図中の○印はモデル方程式による計算結果を示しており、実測値の方は天端水深と沖波波高との比をパラメタにプロットしてある。 B/L_0 の値が1.5から2.2の範囲においては、計算値の方がやや大きな値となっているが、その他の範囲では実測値と比較的よく一致している。

図—5 および図—6 は、透過率 K_T と h_s/H_0 との関係、およびエネルギー損失率 K_L と h_s/H_0 との関係を示したものである。これらの図より、 h_s/H_0 の値が1.4前後の所を除いて計算値と実測値との一致度は良いと言える。

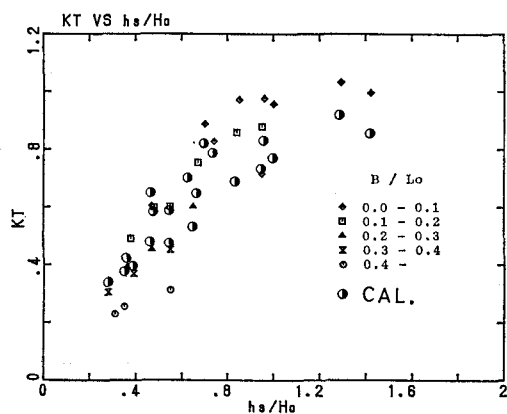
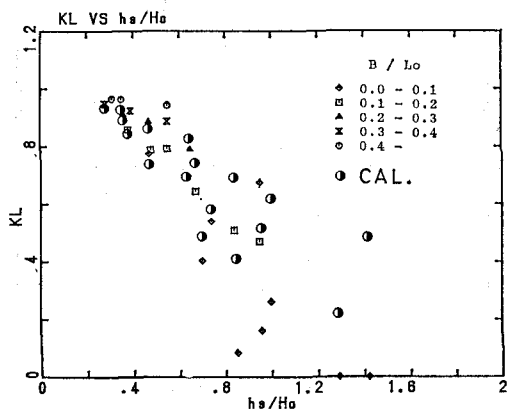
7. 結 言

潜堤および離岸堤などの透過性構造物のある海浜における波動方程式を新たに誘導した。本研究で得られた波動方程式は、従来より広く用いられている緩勾配方程式の拡張された方程式であり、一般透過性構造物内外を通して統一的に用いることができる。また、波の再生効果を取り入れた碎波減衰項を付加することにより、潜堤による波高変化、反射率および透過率を精度よく予測することができることがわかった。

最後に、本研究は文部省科学研究費総合研究A（代表者：中央大学理工学部・服部昌太郎教授）および鹿島学術振興財団による研究助成（代表者：東京大学工学部・磯部雅彦助教授）の補助を受けたことを付記し、謝意を表します。

参 考 文 献

- 井島武士・江口泰彦・小林彰 (1971): 透過性防波堤と岸壁に関する研究, 第18回海岸工学講演会論文集, pp. 121~130.
 磯部雅彦・柴田洋三・泉宮尊司・渡辺 晃 (1988): 不規則波によるリーフ上の平均水位上昇に関する研究, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 192~196.
 岩谷文方・宮本卓次郎・松下正弘・吉永 茂・川又良一・足立有平 (1987): 沖合に設置する潜堤周辺の波・流れ・地形

図—5 透過率 K_T と h_s/H_0 との関係図—6 エネルギー損失率 K_L と h_s/H_0 との関係

- 変化の予測について, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 372~376.
 宇多高明・小俣 篤 (1987): 人工リーフの設計法, 土木技術資料, Vol. 29, No. 12, pp. 26~31.
 倉内公嘉・近藤俊郎・藤間 聡 (1987): 水室付き直立透水層堤の反射率推定理論に用いる線形化抵抗係数について, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 467~471.
 近藤俊郎・竹田英章 (1983): 消波構造物, 森北, 275 p.
 Dibajnia・渡辺晃 (1987): 波浪場と海浜縦断地形変化の数値計算モデル, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 291~295.
 出口一郎・榎本亨・白谷宏司 (1988): 透水層上の波浪変形に対する非線形非定常ダルシー則の適用について, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 487~491.
 浜口達男・宇多高明・井上力・五十嵐晃・中山 修 (1988): 人工リーフの波浪制御効果に関する現地実験, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 128~132.
 Berkhoff, J. C. W. (1972): Computation of combined refraction-diffraction, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 471~490.
 Kondo, H. (1970): An analytical approach to wave transmission through permeable structures, Coastal Eng. in Japan, Vol. 13, pp. 31~42.
 Madsen, O. S. (1974): Wave transmission through porous structures, Proc. ASCE, WW3, Vol. 100, pp. 169~188.
 Sollitt, C. K. and R. H. Cross (1972): Wave reflection and transmission at permeable breakwaters, MIT, Tech. Rep. No. 147.