

自立式汚濁防止膜による波の変形と波力の解析

榎 木 亨*・青木 伸一**・劉 海 波***

1. ま え が き

近年、海洋工事の大規模化、大水深化が進むに伴って工事が周辺環境に及ぼす影響を評価することがますます重要になってきており、特に埋立や浚渫などによって発生する濁りは沿岸漁業との関連において大きな問題になっている。我国では、このような濁りの拡散を防止するための対策として、汚濁防止膜を工事区域の周辺に敷設することが多い。しかし、このようなフレキシブルな(外力的作用によって変位するだけでなく構造物自体が変形するような)構造物に対する設計法、すなわち構造物に作用する波力や部材力の算定法については、検討された例が少ない(榎木ら, 1987)。一方、最近では新しい波浪制御構造物として、膜面を利用した構造物がいくつか提案されており、膜面と波との干渉問題も、今後の新しい研究テーマとして興味深いものである。

本研究では図-1に示すような自立式汚濁防止膜(フロートによって海底のアンカーから立ち上げられた膜面)をとりあげ、この膜面に垂直に入射する波の変形およびアンカー部に作用する波力(膜張力)の解析法を提案する。さらに水理模型実験結果と比較し、その安定性の検討に対する本解析手法の適用性を論じている。

2. 解 析 理 論

(1) 膜面の運動方程式

まず最初に、図-1に示すような自立した膜面の2次元微小運動に対する運動方程式を導く。紙面に垂直な方向に単位幅を考え、その微小要素に対して図-2に示すような力の釣り合いを考える。膜の伸び及び曲げ剛性を無視すると、膜の接線方向(s)および法線方向(n)に対する力の釣り合いから、運動方程式として次の2式を得る。

$$\begin{aligned} T_2 \cos(\theta_2 - \theta) - T_1 \cos(\theta_1 - \theta) - \gamma_w ds \cdot \cos \theta \\ + \tau ds = \frac{\gamma ds}{g} \frac{d^2 s}{dt^2} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

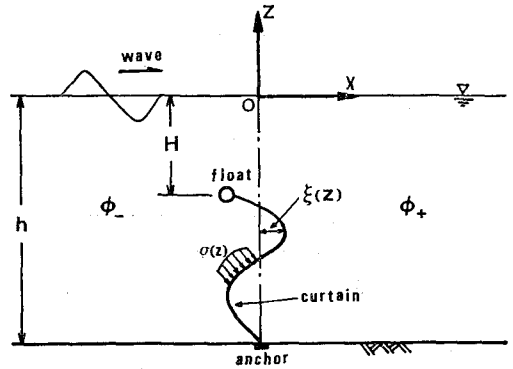


図-1 自立式汚濁防止膜と座標系

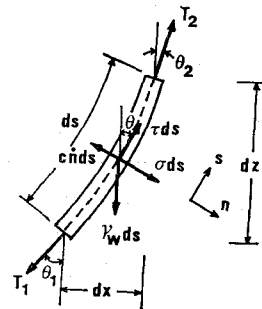


図-2 膜の微小要素に働く力

$$\begin{aligned} T_2 \sin(\theta_2 - \theta) - T_1 \sin(\theta_1 - \theta) + \gamma_w ds \cdot \sin \theta \\ + \sigma ds - c \frac{dn}{dt} ds = \frac{\gamma ds}{g} \frac{d^2 n}{dt^2} \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、 γ は単位長さ当りの空中重量、 γ_w は単位長さ当りの水中重量、 T_1 、 T_2 は上下端の膜張力、 τ 、 σ は膜面に及ぼす接線および法線方向の流体力、 θ は膜が z 軸となす角度、 c は減衰係数であり、膜の運動に伴う減衰力は法線方向のみ考慮している。

図-1に示すように、膜の描く形状を $x = \xi(z)$ とすれば、 $\tan \theta = \xi'(z)$ を用いて(1)、(2)式を次の様子に書き直すことができる。ただし $(T_2 - T_1)/ds = \partial T / \partial s$ 、 $(T_1 + T_2)/2 = T$ とする。

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 大阪大学助手 工学部土木工学科

*** 学生会員 工修 大阪大学大学院 土木工学専攻

$$\frac{\partial T}{\partial s} - \frac{\gamma_w}{[1+\xi'^2(z)]^{1/2}} + \tau = \frac{\gamma}{g} \frac{d^2 s}{dt^2} \dots\dots\dots (3)$$

$$T \frac{\xi''(z)}{[1+\xi'^2(z)]^{1/2}} + \frac{\gamma_w \xi'(z)}{[1+\xi'^2(z)]^{1/2}} - c \frac{dn}{dt} + \sigma = \frac{\gamma}{g} \frac{d^2 n}{dt^2} \dots\dots\dots (4)$$

ここで膜の変形を微小とし、次のような近似を行う。

(a) $d^2 s/dt^2 \approx 0$, すなわち接線方向への膜の加速度は小さいとする, (b) $\xi''(z) \ll 1$, (c) $\partial/\partial s \approx \partial/\partial z$, (d) $d^2 n/dt^2 \approx \partial^2 \xi/\partial t^2$, (e) $dn/dt \approx \partial \xi/\partial t$, 以上の仮定を用いて (3), (4)式を書き直すと次式を得る。

$$\frac{\partial T}{\partial z} - \gamma_w + \tau = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$T \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} + \gamma_w \frac{\partial \xi}{\partial z} - c \frac{\partial \xi}{\partial t} + \sigma = \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \dots\dots\dots (6)$$

さらに膜は正弦振動するものと仮定し、膜面に作用する流体力 σ と運動変位 ξ とを次の様に表す。

$$\sigma(z, t) = \sigma_0(z) e^{i\omega t} \dots\dots\dots (7)$$

$$\xi(z, t) = \xi_0(z) e^{i\omega t} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $\sigma_0(z)$, $\xi_0(z)$ は複素振幅である。(7), (8)式を(6)式に代入し、(5)式については積分すると、次式が得られる。

$$T(z, t) = \int_{-h}^z [\gamma_w(\bar{z}) - \tau(\bar{z})] d\bar{z} + \bar{c}(t) \dots\dots\dots (9)$$

$$T \frac{d^2 \xi_0}{dz^2} + \gamma_w \frac{d\xi_0}{dz} + \frac{\omega^2 \gamma}{g} \xi_0 - c i \omega \xi_0 = -\sigma_0 \dots\dots\dots (10)$$

(9)式は膜の張力を決定する式であり、 $\bar{c}(t)$ は積分定数を表す。

また境界条件は次式で与えられる。(図-3 参照)

$$z = -h; \xi_0 = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$z = -H; \begin{cases} T \cos \theta = B + F_z \\ T \sin \theta = F_x \end{cases} \dots\dots\dots (12)$$

$$\dots\dots\dots (13)$$

ここに B はフロートの浮力, F_x , F_z はフロートに働く流体力の水平および鉛直方向成分である。今, $\cos \theta \approx 1$, $\sin \theta \approx \partial \xi/\partial z$ とし, F_z は B に比べて無視できる程度であると仮定すると, (12)式は次のようになる。

$$T = B; z = -H \dots\dots\dots (14)$$

さらに膜に働く接線方向の力 τ を無視し、膜の水中重量 γ_w は水深方向に一様であるとする、(14)式を用いて (9)式より膜張力が次式で決定される。

$$T(z) = B + \gamma_w(H+z) = az + b \dots\dots\dots (15)$$

ここに $a = \gamma_w$, $b = B + \gamma_w H$ である。

(15)式を(10)式に代入して整理すると、 ξ_0 に関する微分方程式として次式を得る。

$$\frac{d}{dz} \left[(az+b) \frac{d\xi_0}{dz} \right] + \frac{\omega^2 \gamma}{g} \xi_0 - c i \omega \xi_0 = -\sigma_0 \dots\dots\dots (16)$$

また境界条件としては(11)式、および(13)式を変形した次式が与えられる。

$$\frac{d\xi_0}{dz} = \frac{X_0}{B}; z = -H \dots\dots\dots (17)$$

ただしここでは $F_x = X_0 e^{i\omega t}$ と表現できるものとしている。

(2) Green 関数による運動方程式の解

(16)式の解は Green 関数 $G(z, \eta)$ を用いて次の様に表すことができる。

$$\xi_0(z) = \int_{-h}^{-H} G(z, \eta) \left[\sigma_0(\eta) + \frac{\omega^2 \gamma}{g} \xi_0(\eta) - c i \omega \xi_0(\eta) \right] d\eta + X_0 G(z, -H) \dots\dots\dots (18)$$

ここに $G(z, \eta)$ は次式で与えられる。

$$G(z, \eta) = \begin{cases} \frac{1}{a} \ln \frac{a\eta+b}{b-ah} & (-h \leq \eta \leq z) \\ \frac{1}{a} \ln \frac{az+b}{b-ah} & (z < \eta \leq -H) \end{cases} \dots\dots\dots (19)$$

(3) 波動場の解析法 (日野ら, 1971)

ここでは完全流体の微小振幅波に対して、図-1 のように一定水深 h の水中に高さ $h-H$ の膜が置かれた場合の進行波の変形問題を考える。

周波数 ω の波による定常運動に対して速度ポテンシャルを $\Phi(x, z, t) = \phi(x, z) e^{i\omega t}$ とおくと、 ϕ は Laplace 方程式(20)を満足しなければならない。

$$\nabla^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (20)$$

また境界条件は次式で与えられる。

$$\partial \phi / \partial z = 0; z = -h \dots\dots\dots (21)$$

$$\partial \phi / \partial x = i \omega \xi_0; x = 0, -h < z < -H \dots\dots\dots (22)$$

$$\partial \phi / \partial z - \omega^2 / g \cdot \phi = 0; z = 0 \dots\dots\dots (23)$$

今, $x \geq 0$ および $x \leq 0$ での ϕ をそれぞれ ϕ_+ および ϕ_- とすると、水底および自由表面上での境界条件を満たす(20)式の解は次の様に表すことができる。

$$\phi_+ = \phi_T e^{-ikx} f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-k_n x} f_n(z) \dots\dots\dots (24)$$

$$\phi_- = \phi_I e^{-ikx} + r e^{ikx} f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n e^{k_n x} f_n(z) \dots\dots\dots (25)$$

ここに $kh \tanh kh = -k_n h \tanh k_n h = \omega^2 h / g \dots\dots\dots (26)$

上式で ϕ_I , ϕ_T および r はそれぞれ入射波、透過波および反射波に対する複素定数であり、 B_n , b_n は減衰定常波に対する複素定数である。また $f_0(z)$ および $f_n(z)$ は次式で与えられる関数で、 $-h \leq z \leq 0$ で正規化直交関数系をなしている。

$$f_0(z) = \sqrt{2} \left(h + \frac{g}{\omega^2} \sinh^2 kh \right)^{-1/2} \cosh k(z+h) \dots\dots\dots (27)$$

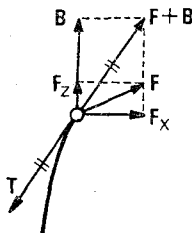


図-3 膜上端での力の釣り合い

$$f_n(z) = \sqrt{2} \left(h - \frac{g}{\omega^2} \sin^2 k_n h \right)^{-1/2} \cos k_n (z+h) \quad (28)$$

また反射率 $|R|$ および透過率 $|T|$ は次式で与えられる。

$$|R| = |r|, \quad |T| = |\phi_T / \phi_I| \quad (29)$$

今, $x=0$ での水平流速を $U(z)$ とし, 流速の連続条件:

$$U(z) = \frac{\partial \phi_+}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \phi_-}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (30)$$

に式(24), (25)を代入すると,

$$U(z) = -ik\phi_I(1-r)f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} k_n b_n f_n(z) \quad (31 a)$$

$$= -ik\phi_T f_0(z) - \sum_{n=1}^{\infty} k_n B_n f_n(z) \quad (31 b)$$

式(31 a), (31 b) に $f_0(z)$ あるいは $f_n(z)$ を乗じ, $(-h, 0)$ の区間で積分すると, 複素定数が次式で与えられる。

$$-ik\phi_I(1-r) = -ik\phi_T = \int_{-h}^0 U(\eta) f_0(\eta) d\eta \quad (32 a)$$

$$k_n b_n = -k_n B_n = \int_{-h}^0 U(\eta) f_n(\eta) d\eta \quad (32 b)$$

$U(z)$ を決定するために, $x=0$ での境界条件として次式が与えられる。

$$\phi_+ - \phi_- = 0; \quad -H \leq z \leq 0 \quad (33)$$

$$U(z) = i\omega \xi_0(z); \quad -h \leq z \leq -H \quad (34)$$

(33) 式に式(24), (25)を代入し, さらに(32a), (32b)式を用いて整理すると次式を得る。

$$\phi_I f_0(z) = \int_{-h}^0 U(\eta) F(\eta, z) d\eta; \quad -H \leq z \leq 0 \quad (35)$$

ここに

$$F(\eta, z) = \frac{i}{k} f_0(z) f_0(\eta) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k_n} f_n(z) f_n(\eta) \quad (36)$$

次に $-h \leq z \leq -H$ についての $U(z)$ に関する積分方程式を導く。膜面に働く流体圧力は次式で与えられる。

$$\sigma_0 = i\omega \rho (\phi_+ - \phi_-) \Big|_{x=0} \quad (37)$$

(24), (25)式を上式に代入し, さらに(18)式と(34)式を用いることにより次式を得る。

$$U(z) = i\omega \int_{-h}^{-H} G(z, \eta) \left\{ i\omega \rho \left[-2\phi_I f_0 \eta + 2 \int_{-h}^0 U(\varepsilon) F(\varepsilon, \eta) d\varepsilon \right] + \frac{\omega^2 \gamma}{g} \frac{U(\eta)}{i\omega} - cU(\eta) \right\} d\eta + i\omega X_0 G(z, -H); \quad -h \leq z \leq -H \quad (38)$$

(35) 式および(38) 式はそれぞれ第1種および第2種の Fredholm 型積分方程式であり, Legendre-Gauss 法で数

値積分し, 連立方程式に直して解くことができる。

(4) アンカー部に及ぼす波力の算定

膜のアンカー部に働く水平方向波力 P_H および鉛直方向波力 P_V は, 水底 ($z=-h$) での膜張力 T_0 および膜と z 軸のなす角 θ_0 を用いて次式の様に表すことができる。

$$P_H(t) = T_0 \sin \theta_0(t), \quad P_V(t) = T_0 \cos \theta_0(t) \quad (39)$$

(15)式により T_0 は次式で与えられる。

$$T_0 = B + \gamma_w (H - h) \quad (40)$$

一方微小変形の仮定より,

$$\cos \theta_0 \doteq 1, \quad \sin \theta_0 \doteq \frac{d\xi}{dz} \Big|_{z=-h} \quad (41)$$

とおくことができる。従ってこの仮定を用いる限り, $P_V = T_0$ となって P_V は時間的な変動を示さないことがわかる。また P_H については, $P_H = P_{H0} e^{i\omega t}$ と表すと, (18)式より $d\xi_0/dz$ を計算して(39) 式に代入することにより, P_{H0} が次式で与えられる。

$$P_{H0} = \int_{-h}^{-H} \left[\sigma_0(\eta) + \frac{\omega^2 \gamma}{g} \xi_0(\eta) - ic\omega \xi_0(\eta) \right] d\eta + X_0 \quad (42)$$

上式より明らかなように, P_H は膜に働く水平力の総和と一致している。

3. 自立式汚濁防止膜の波力実験

模型実験の詳細については既に発表済(楳木ら, 1988)であるので, ここではその概略のみ示す。実験は長さ26m, 幅1.5mの2次元造波水路で, 水深を1.13mとして行った。模型膜体は, カーテン部分については高さ47cm, 長さ142cm, 厚さ0.08mm, 密度1.38g/cm³のポリエステル製キャンバスを用い, フロート部分については直径1.5cm~3cmの発泡スチロール製のシリンダーまたは球を用いて, 単位幅当りの浮力を4.68gf/cm, 3.08gf/cm, 1.73gf/cmの3種類に変えた。

膜張力の測定については, 単位長さ当りの張力を測定するのは難しいため, 水底に幅10cmの固定点を3ヶ所

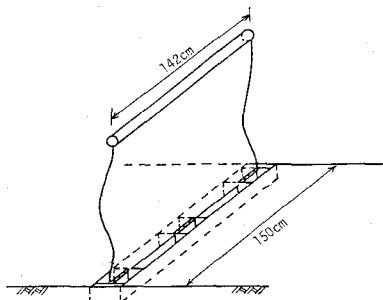


図4 模型膜体および張力計の設置状況

設け、その部分に作用する張力の総和を膜長で除すことにより単位長さ当りの張力とした。張力の測定装置は薄鋼板を逆T字型に組合せたものに歪ゲージを貼りつけたもので、水平および鉛直方向の張力成分が別々にとり出せるようになっている。なお測定装置は水底に突起しないよう、図-4 に示すように地中に埋め込んで設置した。

波については周期 1.0~2.8 秒までの 8 種類の波を用い、それぞれの波について波高を 10 cm~20 cm の範囲で 3 種類変化させた。

4. 計算結果と実験結果

(1) 波変形について

図-5 は $H/h=0.5$ の場合について、フロートの浮力の変化に伴う反射率の変化を示したもので、線の種類は周波数による違いを表している。ただしここでは膜の水中重量および減衰力は無視している。図より、浮力が小さな範囲では反射率は小さなピークを除いてほぼゼロに近い値を示しており、膜面が波変形に及ぼす影響はほとんどないことがわかる。浮力が增大するに伴って反射率も増大し、浮力がある特定の値をとるとき反射率が 1.0 を示している。さらに浮力が大きくなると反射率は日野ら(1971)の剛な板に対する解に漸近する。実際に使われている自立式汚濁防止膜では、 $B/2\rho gh^2=10^{-4} \sim 10^{-3}$ 程度であるので、汚濁防止膜が波変形に及ぼす影響はほとんどないことがわかる。

(2) 膜の運動について

図-6 は図-5 と同一のケースについて、膜上端の運動振幅 ξ^* と浮力の関係を示したものである。図中 ξ_0 は入射波振幅を示す。図-5 と比較すると、膜の運動のピークは反射率のピークとよく対応しており、特に浮力の小さい領域で運動が著しく大きくなっていることがわかる。

図-7 は図-6 の $\omega^2 h/g=1.0$ の場合について、浮力の異なる 3 つのケースの膜の運動振幅および入射波との位相差の鉛直分布を示したものである。 $B/2\rho gh^2=2.5 \times 10^{-2}$ のケースは反射率がピークを示す付近に対応しているが、膜は鉛直方向には同位相で運動しているものの、

入射波とは位相がずれていることがわかる。また浮力が小さいほど膜は高次のモードで運動していることがわかる。

(3) アンカー部に及ぼす波力について

図-8 はフロートの浮力が 3.08 gf/cm の場合について、水平および鉛直方向波力の実験結果を種々の計算結

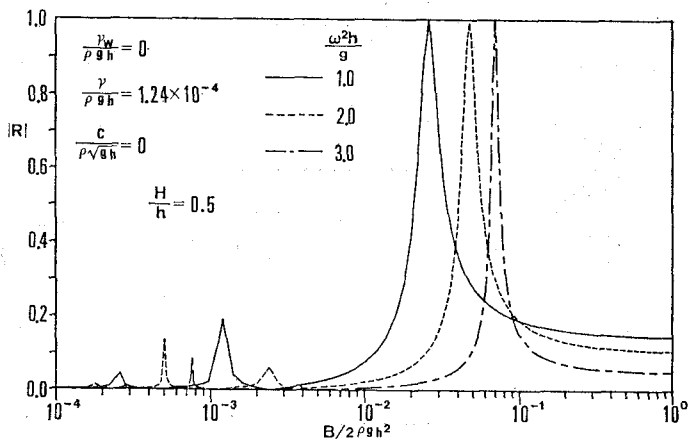


図-5 フロートの浮力 (B) と反射率 ($|R|$) の関係

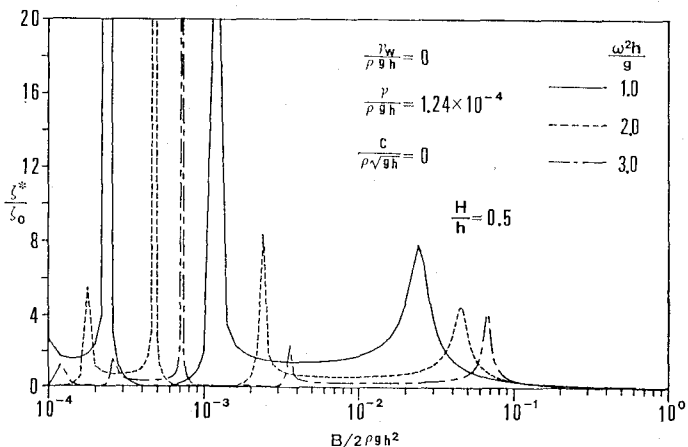


図-6 フロートの浮力 (B) と膜の上端の運動振幅 (ξ^*) の関係

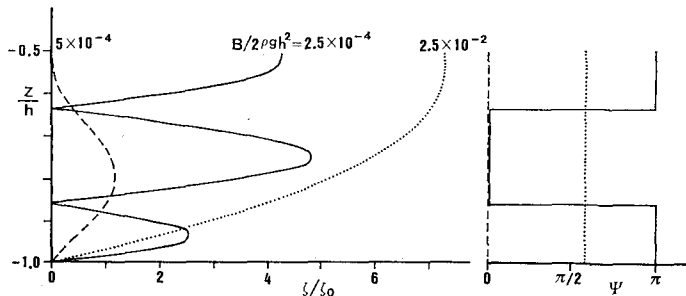


図-7 膜の運動振幅 (ξ) および位相差 (ψ) の鉛直分布

果と比較して示したものである。図中縦軸の X_a , Z_a は水平および鉛直方向波力の全振幅を表しており、いずれも入射波高 $2\zeta_0$ を用いて無次元化してある。ただし実験値は同一周期で波高の異なる3つのケースの平均値である。図中実線は(42)式で減衰係数 $c=0$ とした場合の水平方向波力の計算結果（鉛直方向波力はゼロとなる）であるが、実験値とはかなり異なった傾向を示している。また破線は $c=0.03 \text{ g/cm}^2/\text{sec}$ としたものであるが、大きなピークは消えるものの実験値との一致度はあまりよくない。 $c=0.03$ 以外にもいくつかの値を与えて計算を試みたが、いずれにおいても実験結果をよく説明するような曲線は得られなかった。

実験値と計算値が一致しない原因として、実験の範囲内では微小変形の仮定が成立していないことが考えられる。図-7にも示したように、浮力が小さい場合には高次の振動モードが発生し、膜の変形が大きくなるので、 $\xi^2 \ll 1$ という仮定が成立しにくい。そこで近似的な方法ではあるが、波力計算についてのみ膜の有限変形を考慮し、次式で水平および鉛直方向波力を算定する。

$$\begin{Bmatrix} P_H(t) \\ P_V(t) \end{Bmatrix} = \int_{-h}^{-H} \text{Re} \left\{ \left[\sigma_0(z) + \frac{\omega^2 \gamma}{g} \xi_0(z) - i c \omega \xi_0(z) \right] e^{i \omega t} \right\} \times \begin{Bmatrix} \cos \theta(z, t) \\ \sin \theta(z, t) \end{Bmatrix} dz \dots (43)$$

ここに R_e は複素数の実数部分をとることを意味しており、 $\cos \theta(z, t)$, $\sin \theta(z, t)$ は次式で与えられる $\tan \theta(z, t)$ を用いて求める。

$$\tan \theta(z, t) = \text{Re} \left\{ \frac{d\xi_0(z)}{dz} e^{i \omega t} \right\} \dots (44)$$

(43)式は膜の各部分に働く力が膜の法線方向を向いているとし、その水平および鉛直方向成分を膜長にわたって積分したものである。 $P_H(t)$, $P_V(t)$ の変動振幅は(43), (44)式を用いて実際の時系列を作成した後、その最大値と最小値を読みとることにより計算することができる。ただしこの方式では波力は波振幅の関数となるため、代表振幅を与える必要がある。図-8中の一点鎖線および二点線は(43)式より求めた水平および鉛直方向波力である。膜の有限変形を近似的にとり込むことにより実験値を大略説明できていることがわかる。

図-9はフロートの浮力が異なる他の2ケースに対する実験値および計算値を示したものであるが、(43)式を用いることにより実験結果に近い曲線が得られている。

5. あとがき

本論文では自立式汚濁防止膜に代表されるような、水底からフロートによって立ち上げられた膜面による波の変形と波力の解析法を提案した。さらに実際に使われている自立式汚濁防止膜を対象とした波力実験との比較を行ったが、実験結果を説明するためには適当な減衰係数の導入および有限変形を考慮することが必要であることがわかった。今回はフロートに働く波力は無視して計算を行ったが、今後は減衰力の適切な表現法とあわせて検討する必要がある。最後に本研究を行うに当たり終始御協力頂いた安井章雄氏をはじめ、太陽工業(株)の諸氏に謝意を表します。

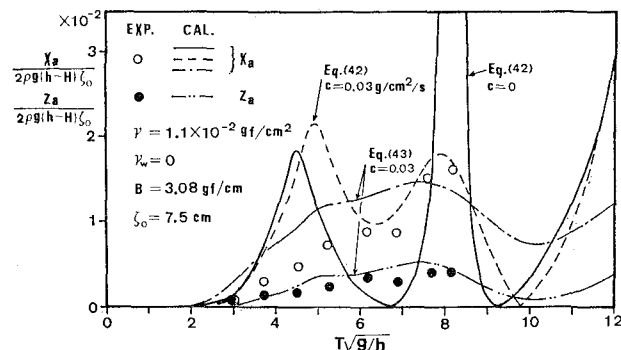


図-8 アンカー部に及ぼす波力の周期応答 ($B=3.08 \text{ gf/cm}$)

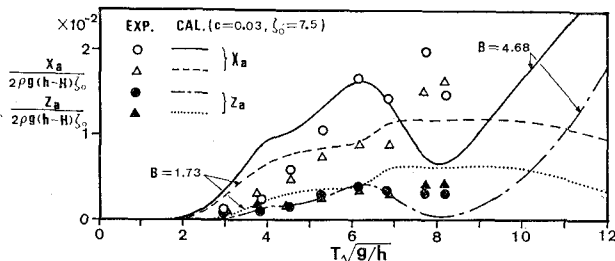


図-9 アンカー部に及ぼす波力の周期応答 ($B=4.68, 1.73 \text{ gf/cm}$)

参考文献

- 榎本 亨・青木伸一(1987): 流れの中に張られた汚濁拡散防止膜に及ぼす流体力と有効深さの計算法について, 海洋開発論文集, Vol. 3, pp. 203~208.
- 榎本 亨・青木伸一(1988): 波浪中に張られた自立式汚濁防止膜に発生する張力に関する水理実験, 海洋開発論文集, Vol.4, pp. 313~318.
- 日野幹雄・山崎丈夫(1971): 垂直板による波の反射率・透過率およびエネルギー損失, 土木学会論文報告集, 第190号, pp.75~80.