

特性曲線法を用いた没水平板周辺の波浪場の非線形解析

余 錫平*・磯部雅彦**・渡辺 晃***

1. 緒 言

海中に平板を水平または緩い傾斜角で設置すると、平板上の自由水面を持つ流れと平板下の圧力流れの位相の違い、および平板の傾斜により入射波のエネルギーの一部が反射され、それと共に条件によっては平板上で砕波も起こる。このようなエネルギーの反射と損失の結果、没水平板が消波効果を持つことになる。

新しい形式の大水深消波構造物を開発する試みの一環として、没水平板による波浪制御効果を調べる研究がいろいろな方法で行われている。そのうち、線形進行波理論に基づく解析は服部・松本(1977)や余ら(1989)によって行われており、砕波によるエネルギー損失の効果を含めた緩勾配方程式に基づく数値計算法は青山ら(1988)によって提示されている。また、これらには検証実験も含まれる。

没水平板による波の変形に対しては、平板上の水深が小さいために、波浪の有限振幅性の影響が大きいと考えられる。しかし、既往の研究では波の非線形性が無視されるか、あるいは経験的な方法でしか考慮されていない。そこで、本研究においては、没水平板による波浪変形計算のための非線形モデルを提案することを試みる。

2. 非線形波動の基礎方程式

粘性を無視した非圧縮性流体の運動の基礎方程式は連続方程式およびオイラー方程式である。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) + \frac{\partial}{\partial z} (u_i w) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{p}{\rho} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (w u_j) + \frac{\partial}{\partial z} (w^2) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{\rho} \right) + g = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 u_i は水平 (x_i , $i=1, 2$) 方向の流速, w は鉛直

(z) 方向の流速, p は圧力, ρ は密度, g は重力加速度, t は時間を表す。また、水面および底面における運動学的な境界条件は、 η を水面変動, h を静水深として、次のように書かれる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \eta}{\partial x_j} - w = 0 \quad (z = \eta) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$u_j \frac{\partial h}{\partial x_j} + w = 0 \quad (z = -h) \quad \dots\dots\dots (5)$$

さて、一様水深部における微小振幅の進行波に対して、圧力および水平流速の鉛直分布は次式で表わされる。

$$\frac{p}{\rho} = -gz + g\eta \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh k(h+\eta)} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$u_i = f_i(x_j, t) \cosh k(h+z) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 k は波数であり、ここでは、自由水面上の圧力を厳密に 0 とするため式 (6) の分母の双曲線関数には微小量 $k\eta$ が加えてある。

砕波帯の沖側では、砕波点近傍を除き微小振幅波理論と実験結果との一致は良好である (たとえば、Isobe, 1985)。また、砕波帯内では、水深が小さいため、式 (6) は静水圧分布に近づくが、これも波峰付近を除けば適当であると考えられる。従って、局所的な問題を除き、式 (6) および (7) は微小振幅波に限らず、一般的にもある程度合理的な仮定となろう。

ここで、緩勾配を仮定し、

$$\left| \frac{\partial h}{\partial x_i} \right| \ll \left| \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \right| \quad \dots\dots\dots (8)$$

が成り立つものとする。このとき、式 (6) および (7) の仮定に基づいて、連続方程式とオイラー方程式を鉛直方向に積分し、式 (4) および (5) の境界条件を考慮すると、次式を得る。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\beta \frac{q_i q_j}{h + \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (C_M^2 \eta) - g\eta \frac{\partial \eta}{\partial x_i} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

$$q_j = \int_{-h}^{\eta} u_j dz \quad \dots\dots\dots (11)$$

* 学生会員 工修 東京大学大学院 土木工学専攻

** 正 会 員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科

*** 正 会 員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

4. 有限特性曲線法

式(17)および(18)は特性曲線の概念を用いて、以下のよう書かれる。

$$\frac{dx}{dt} = \beta v \pm \sqrt{(\beta^2 - \beta) v^2 + C_M^2 - g \eta \tanh^2 k(h + \eta)} \equiv \lambda_{\pm} \quad (33)$$

に沿って、

$$\frac{dq}{dt} - \lambda_{\mp} \frac{d\eta}{dt} = 0 \quad (34)$$

特性曲線方程式の離散化方法はいろいろあるが、ここでは Lin(1952) によって提案された有限特性曲線法 (FCM) を用いる。これは、図-2 に示すように、値を計算すべき点 F と、そこを通過する有限特性曲線によって決定される計算済みの点 L および R に関して式(33)と(34)を次のように差分化するものである。

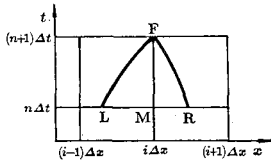


図-2 FCM の計算手順の説明図

$$x_F - x_L = \lambda_{L-} \Delta t \quad (35)$$

$$x_F - x_R = \lambda_{R+} \Delta t \quad (36)$$

$$q_{F-} - q_L = \lambda_{L-} (\eta_{F-} - \eta_L) \quad (37)$$

$$q_{F+} - q_R = \lambda_{R+} (\eta_{F+} - \eta_R) \quad (38)$$

ここに、添字 L および R はそれぞれ L 点と R 点での値で、両端の格子点での値から線形内挿によって求める。 $F_{\pm}$ および $M_{\pm}$ の $+$ および $-$ はそれぞれ F 点と M 点の右側と左側の値を示す。通常右側と左側の値は等しいが、平板の端点においてのみ式(30)の境界条件により q が等しくなくなる。また、式(24)の差分式は次のようになる。

$$q_3^{n+1} = q_3^n - \left[\frac{(q_3^n)^2 \tan \theta}{(h-d_1)(h-d_2)} - \frac{P_3^n - P_1^n}{l \cos \theta} \right] \Delta t \quad (39)$$

これらにより、計算領域の内部における η および q が解ける。その際、特性曲線によって包絡線が形成され、不連続点を生じることもある。しかし、有限特性曲線法では線形内挿等による数値誤差により不連続が生じない。この意味で、ここでの計算法は近似的なものであるが、逆に碎波条件なしに碎波変形が追跡できることになり、その精度については段波への適用例によってある程度まで確かめられている。(Lin ら, 1982)

また、沖側と岸側の遠方の境界条件は

$$\eta_{\text{off}}^{n+1} = \eta_{\text{off}}^n + \left[C \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{\text{off}} + 2 \frac{\partial \eta_I}{\partial t} \Big|_{n+1} \right] \Delta t \quad (40)$$

$$\eta_{\text{on}}^{n+1} = \eta_{\text{pn}}^n - C \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{\text{on}} \Delta t \quad (41)$$

となる。ただし、 $\partial \eta / \partial x|_{\text{off}}^n$ と $\partial \eta / \partial x|_{\text{on}}^n$ はラグランジュ内挿法に基づく5点法で定める。

5. 数値モデルの性質と計算結果

用いた数値モデルの差分方法は1次近似法であり、このためモデルには数値誤差が含まれる。この数値誤差は格子間隔の大きさによる。図-3 は種々の格子間隔に対して、相対平板長 l/L_0 の変化に伴う反射率 K_R および透過率 K_T の変化を示すものである。格子間隔と一樣水深部の波長との比 $\Delta x/L_0 = 1/40$ の場合には計算誤差が大きい。 $\Delta x/L_0 = 1/120$ になると、計算結果はほぼ収束する。

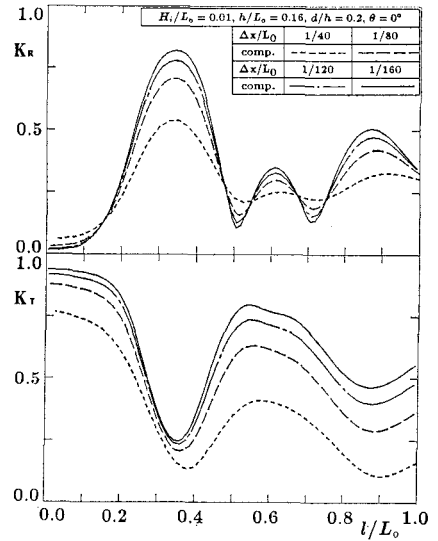
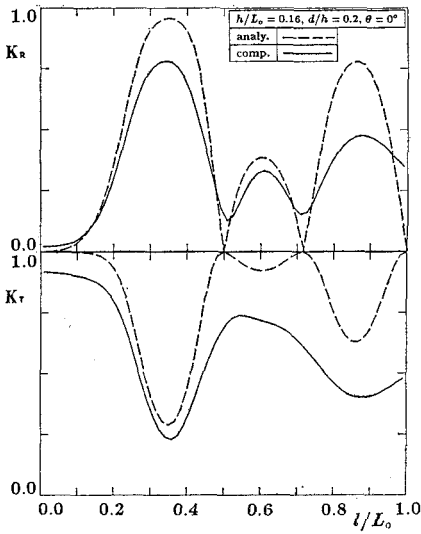


図-3 格子間隔による計算結果の変化

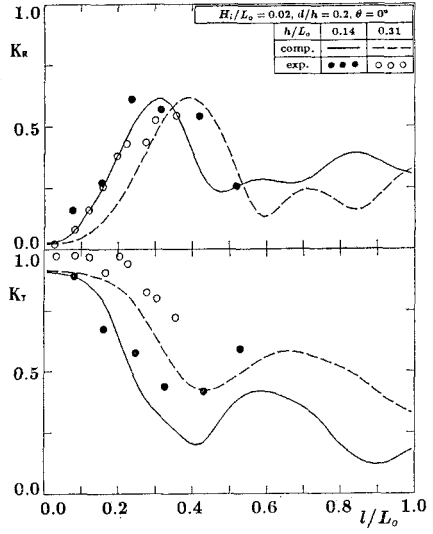
図-4 は波高が充分小さい場合の計算結果と線形解析の結果を比較したものである。平板の長さが大きければ、両者の差はかなり大きい。これは、差分計算に伴うエネルギー逸散による平板上の波高の減衰のため、平板下の流れが変化することによって起こると考えられる。

図-5 は相対水深 h/L_0 および相対設置水深 d/h が一定で、波形勾配 H_i/L_0 を変化した場合の反射率と透過率の計算値を実験値と比較したものである。波高が大きくなると、波の有限振幅性の影響で、反射率と透過率の平板長に対する変化がゆるやかになる。

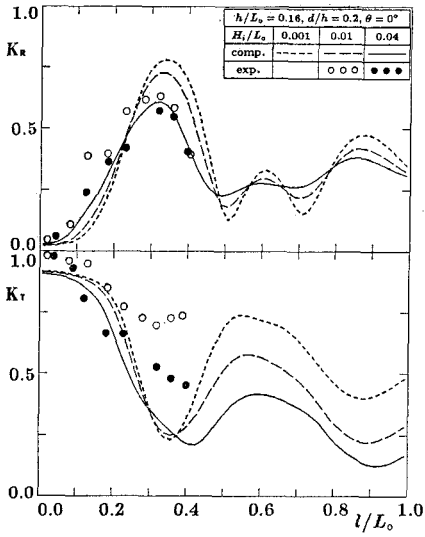
図-6 は、相対設置水深と波形勾配を一定とし、相対水深を変化させた場合の反射率と透過率の変化を表わすものである。当然ながら平板長が一定では、波長の長い



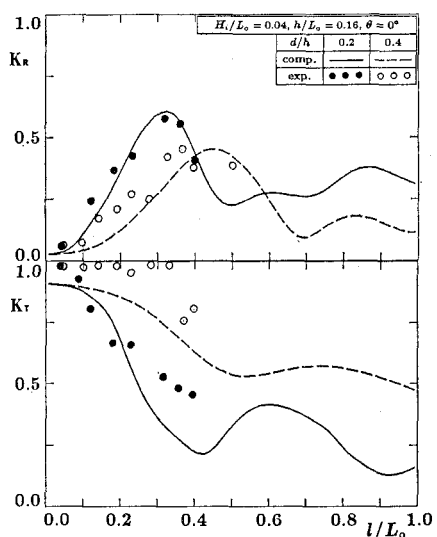
図—4 計算結果と線形理論解析の比較



図—6 反射率・透過率の相対平板長に対する変化



図—5 反射率・透過率の相対平板長に対する変化



図—7 反射率・透過率の相対平板長に対する変化

波に対して波浪制御の効果は小さい。しかし、相対平板長が一定の条件では、通常、長波の場合に平板による反射率が大きく、透過率が小さくなる。

図—7 は平板の没水深の変化の影響を示すものである。計算値と実験値はともに平板の没水深が大きくなるとその消波効果が小さくなることを示している。

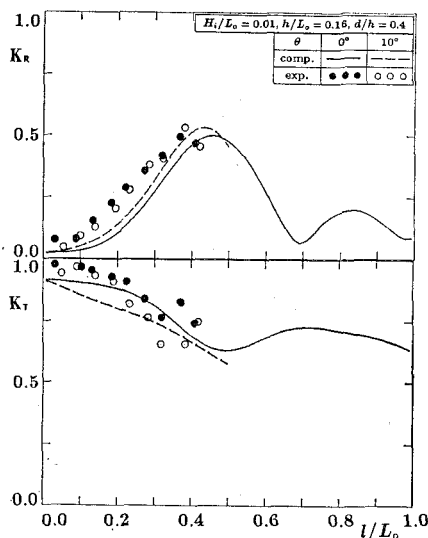
図—8 は平板の傾斜角の影響を調べたものである。平板上の平均水深が一定であれば、傾きをある程度変化させても、平板の消波効果はほとんど変わらないと言える。

数値計算の結果は全体として実験値と一致している。しかし、本研究における解析では平板の周辺の定常減衰波を無視しているので、波の反射率と透過率の評価には

多少の誤差が含まれている。計算結果に示したように、この誤差は波長の小さい場合に大きい。これは、波長の小さい波は鉛直方向の流速が大きいことによると考えられる。そして、波高の大きい場合にこの誤差が小さくなる。これは、波の有限振幅性のため、定常減衰波の影響が相対的に小さくなるからであろう。また、平板が傾いていると、定常減衰波の影響が相対的にも小さくなることが分かった。

6. おわりに

没水平板による波浪変形の非線形解析を行うため、非線形波動の基礎方程式を導き、特性曲線法を用いた数値



図—8 反射率・透過率の相対平板長に対する変化

計算を行った。その結果、数値計算と実験結果との一致は概ね良好であった。

没水平板を用いた波浪制御法では、その構造が非常に簡単になる。その消波機能は、波と構造物の直接的干渉によるものではなく、平板上下の流れの相互作用あるいは碎波などによるものである。従って、波浪の制御効果は入射波の性質によって変化する。そして、平板上では

水深が小さいため、波の有限振幅性はかなりの影響を与えることが分かった。そのため、実設計に際しては想定される入射波の範囲全体を考慮した検討が必要となるう。

平板上下の流れの位相が違うため、平板両端で上下方向の流れが起こり、これに従って、渦が生じることが実験で観察された。没水平板の周辺の波浪場の計算に、さらにこの渦の影響を取り入れることは必要であり、これは2次元モデルを用いて行われるであろう。

参考文献

- 青山哲也・磯部雅彦・泉宮尊司・渡辺 晃(1988): 没水平板による波浪制御法に関する基礎的研究, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 507~511.
- 谷本勝利・小舟浩治(1975): 数値波動解析法による港内波高分布の計算, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 249~253.
- 服部昌太郎・松本文信(1977): 水平板壁透過性防波堤の水理特性, 第24回海岸工学講演会論文集, pp. 266~270.
- 余 錫平・磯部雅彦・渡辺 晃(1989): 没水平板による波浪変形の線形解析, 第44回年講演概要集.
- Isobe, M. (1985): Calculation and application of first order cnoidal wave theory, Coastal Eng., Vol. 9, pp. 309~325.
- Lin, P. (1952): Numerical analysis of continuous unsteady flow in open channels, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 33, No. 2, pp. 226~234.
- Lin, B., Dai, Z. and Li, K. (1982): Unsteady flow studies in China, J. Waterway Port Coastal and Ocean Div., ASCE, Vol. 108, No. WW3, pp. 343~360.
- Stoker, J. J. (1957): Water waves, Interscience Publisher, 567p.