

スリットと任意断面で構成される構造物の消波特性の解析

角野昇八*¹・小田一紀*²・藤田孝*³
寺岡章吾*⁴・芳田利春*⁵

1. 緒 言

いわゆる直立消波工の前面板の下部の厚み(波向き方向)を上部のそれよりも増したり,あるいは消波室内水深を室外水深よりも浅くすれば,在来タイプの直立消波工に比べて長周期側でより低い反射率が得られることを著者らは実験的に明らかにした(角野・小田ほか,1988).

このような断面,あるいは捨石マウンドの上に築造された在来タイプの直立消波工など,単純ではない鉛直断面を有する直立消波工の消波機能を理論的に解析しようとする場合,一般に積分方程式法やグリーンの定理を用いた数値解析手法による必要がある.しかるに従来のその方法では,1)スリット壁の平面断面形状との関係が不明確な実験係数の導入を必要とする,あるいは2)スリットの平面断面と構造物の鉛直断面の詳細を計算境界とするために計算が困難になる,などの問題点があったように思われる.

本研究は,以上の点を踏まえて,グリーンの定理による手法に漸近展開接合法的な手法を導入して鉛直透過壁の波の反射と透過の問題を解析した Macaskill(1979)の手法を拡張し,縦スリット壁と任意断面で構成される構造物周辺の波動場を従来の手法よりは簡単な方法で数値解析しようとするものである.本手法によれば,縦スリット壁(列数は任意)は現在のところ鉛直である必要があるが,断面は縦方向に変化していたり,部分的に完全透過や不透過でもよいなどの特長がある.本手法の妥当性については既往の解析解及び実験結果と比較して検証した.

2. 解析理論

(1) 支配方程式と境界条件

簡単のため,図-1に示すような水深 h の海域の鉛直2次元断面を考える.断面は,縦スリット壁およびその

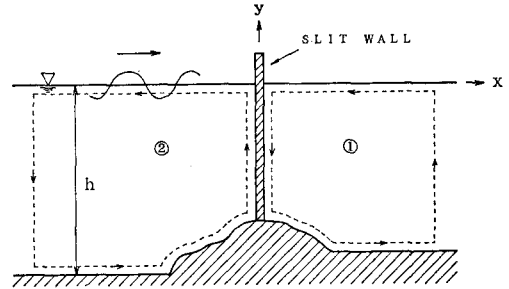


図-1 座 標 系

周辺の不透過の表面をもつ構造断面からなっている. x 軸は自由表面上に岸向きにとり, y 軸を自由表面より上向きにとる.流体領域(Ω)では非粘性・非回転の流れを仮定し,微小振幅波を扱う.このような流体領域中では,時間項 $\exp(-i\sigma t)$ を除いた速度ポテンシャル $\phi(x,y)$ は,以下に示す支配方程式と境界条件を満足せねばならない.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad , \text{ in } \Omega \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\partial \phi / \partial y - \nu \phi = 0 \quad , \text{ on } y = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\partial \phi / \partial y = 0 \quad , \text{ on } y = -h \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\partial \phi / \partial n = 0 \quad , \text{ on } S_U \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} (\partial \phi / \partial |x| - ik \phi) = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに, $\sigma = 2\pi/T$ (T は波の周期), i :虚数単位, $\nu = \sigma^2/g$, g :重力加速度, n :流体領域より外向きの法線, k :波数($\nu = k \tanh kh$ を満足する実正根), S_U :不透過面である.式(5)の放射条件は,ここで対象の現象では ρ, τ を複素の反射率,透過率として以下のようにおくこともできる.

$$\phi(x,y) \rightarrow (e^{ikx} + \rho e^{-ikx}) \frac{\cosh k(y+h)}{\cosh kh} \quad (x \rightarrow -\infty) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\phi(x,y) \rightarrow \tau e^{ikx} \frac{\cosh h(y+h)}{\cosh kh} \quad (x \rightarrow +\infty) \quad \dots\dots\dots (7)$$

(2) グリーンの定理による定式化(外解)

ここで,図-1の全流体領域をスリット壁を境界として沖側と岸側に分け,岸側を領域1,沖側を領域2とす

*1 正会員 工博 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科

*2 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科

*3 学生会員 大阪市立大学大学院 工学研究科

*4 天理市

*5 正会員 工修 東洋建設(株)

る。議論をより一般化するために両領域で水深は異なっているとしてもよいものとし、領域1についてグリーン関数の定理を適用すれば以下の式を得る(積分経路を C_1 とする)。

$$\phi_1(x, y) = \int_{C_1} \left[\phi_1(x, y) \frac{\partial G_1}{\partial n}(x, y; \xi, \eta) - G_1(x, y; \xi, \eta) \frac{\partial \phi_1}{\partial n}(x, y) \right] ds \quad \dots\dots (8)$$

ここに、 (ξ, η) は流体領域内の座標、 (x, y) は経路 C_1 上の座標を表す。式中の G_1 として、領域1において

$$r^2 G_1 = \delta(x - \xi) \delta(y - \eta) \quad \dots\dots\dots (9)$$

および式(2)、(3)の境界条件と式(5)の放射条件を満足する関数、すなわちグリーン関数を選べば、積分経路はスリット壁面上および不透過面 (S_U) 上のみを考慮すればよくなり、式(8)は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_1(\xi, \eta) = & \int_{-h_s}^0 \left[\frac{\partial \phi_1}{\partial x}(0_+, y) G_1(0_+, y; \xi, \eta) \right. \\ & \left. - \phi_1(0_+, y) \frac{\partial G_1}{\partial x}(0_+, y; \xi, \eta) \right] dy \\ & + \int_{C_1'} \phi_1(x, y) \frac{\partial G_1}{\partial n}(x, y; \xi, \eta) ds \\ & \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ただし h_s はスリット壁下端の深さで、 C_1' は経路1での不透過面上の経路を表している。

同様に、経路2に対しても以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \phi_2(\xi, \eta) = & \phi_0(\xi, \eta) \\ & + \int_{-h_s}^0 \left[\frac{\partial \phi_2}{\partial x}(0_-, y) G_2(0_-, y; \xi, \eta) \right. \\ & \left. - \phi_2(0_-, y) \frac{\partial G_2}{\partial x}(0_-, y; \xi, \eta) \right] dy \\ & + \int_{C_2'} \phi_2(x, y) \frac{\partial G_2}{\partial n}(x, y; \xi, \eta) ds \\ & \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここに、 C_2' は領域2での不透過面上の経路、 G_2 は領域2の水深に対応するグリーン関数を表し、 ϕ_0 は入射波の速度ポテンシャルで、以下に表される。

$$\phi_0(\xi, \eta) = \exp(ik\xi) \cosh k(\eta + h) / \cosh kh \quad \dots\dots\dots (12)$$

(3) スリット近傍の流れを表す解(内部解)

前節で展開、導出した解にはスリットの影響を表す項は全く含まれておらず、そのままでは解としては不完全である。そこで、従来の角野(例えば⁽¹⁹⁸⁷⁾)における取り扱いと同じく、この解をスリットからある程度離れた地点での挙動を表す外部解として捉え、スリット近傍に対しては、別に、内部解として柱体列を過ぎる流れを表す以下の解を課す(角野, 1987)。

$$\phi(\xi, \eta) = (\xi \pm C(\eta)) U(\eta) + C_0'(\eta) \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、正負符号はそれぞれ領域1、2に対応し、 $U(\eta)$ は一様流部での流速、 $C_0'(\eta)$ は任意定数である。また、 $C(\eta)$ は“blockage coefficient”と呼ばれ、柱体と

スリットの平面断面から一義的に決定されるような理論実定数で、単純な断面に対しては既知量である。

(4) 外部解と内部解の接合

以上のようにして求めた外部解と内部解を接合するための準備として、式(10)において $\xi \rightarrow 0_+$ の極限形を求めると次式を得る。ただしこのとき、 $\partial G(0_+, y; \xi, \eta) / \partial x$ は、上記極限では δ 関数的特性を示すことを考慮にいれている。

$$\begin{aligned} \phi_1(0_+, \eta) = & 2 \int_{-h_s}^0 \frac{\partial \phi_1}{\partial x}(0_+, y) G_1(0_+, y; 0_+, \eta) dy \\ & + 2 \int_{C_1'} \phi_1(x, y) \frac{\partial G_1}{\partial n}(x, y; 0_+, \eta) ds \\ & \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

同様の操作で、領域2に対する式(11)からは次式を得る。

$$\begin{aligned} \phi_2(0_-, \eta) = & 2 \phi_0(0_-, \eta) \\ & - 2 \int_{-h_s}^0 \frac{\partial \phi_2}{\partial x}(0_-, y) G_2(0_-, y; 0_-, \eta) dy \\ & + 2 \int_{C_2'} \phi_2(x, y) \frac{\partial G_2}{\partial n}(x, y; 0_-, \eta) ds \\ & \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

グリーン関数および速度ポテンシャルのスリット壁を横切る連続性を仮定して求められる式(14)と(15)の外部解の差と式(13)から求められる内部解の差とを接合(等値)することにより、最終的に次式を得る。

$$\begin{aligned} C(\eta) U(\eta) + \phi_0(0_-, \eta) = & \int_{-h_s}^0 \left[\frac{\partial \phi_1}{\partial x}(0_+, y) G_1(0_+, y; 0_+, \eta) \right. \\ & \left. + \frac{\partial \phi_2}{\partial x}(0_-, y) G_2(0_-, y; 0_-, \eta) \right] dy \\ & + \int_{C_1'} \phi_1(x, y) \frac{\partial G_1}{\partial n}(x, y; 0_+, \eta) ds \\ & - \int_{C_2'} \phi_2(x, y) \frac{\partial G_2}{\partial n}(x, y; 0_-, \eta) ds \\ & \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

同時に、次の関係も得る。

$$U(\eta) = \frac{\partial \phi_1}{\partial x}(0_+, \eta) = \frac{\partial \phi_2}{\partial x}(0_-, \eta) \quad \dots\dots\dots (17)$$

上式中、未知関数は $U(\eta)$ 、 $\phi_1(x, y)$ 、 $\phi_2(x, y)$ であるが、このうちの $\phi_1(x, y)$ 、 $\phi_2(x, y)$ は式(10)、(11)において (ξ, η) を不透過面上の点にもってゆく極限操作により得られ、それらは以下の式(18)、(19)となる。

$$\begin{aligned} \phi_1(\xi, \eta) = & 2 \int_{-h_s}^0 \left[\frac{\partial \phi_1}{\partial x}(0_+, y) G_1(0_+, y; \xi, \eta) \right. \\ & \left. - \phi_1(0_+, y) \frac{\partial G_1}{\partial x}(0_+, y; \xi, \eta) \right] dy \\ & \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

結局、上記の3つの未知関数は、これらの式(16)、(18)、(19)を解くことによって求められることになる。

$$\phi_2(\xi, \eta) = 2\phi_0(\xi, \eta) + 2 \int_{-\infty}^0 \left[\frac{\partial \phi_2}{\partial x}(0, y) G_2(0, y; \xi, \eta) - \phi_2(0, y) \frac{\partial G_2}{\partial x}(0, y; \xi, \eta) \right] dy \quad (19)$$

未知関数が求められて解が確定すれば、式 (10), (11) を算定し、さらにそれらの $\xi \rightarrow \pm\infty$ における値を式 (6), (7) と比較することにより最終的に反射率と透過率を決定することができる。

このようにして定式化が完成すれば、各式を離散化して数値的に解を求めることになる。この操作は、例えば Macaskill (1979) や中村ほか (1982) に詳しい。

なお、積分経路は離散化されるため、径路上で blockage coef. 等の値は変化してもよく、したがってスリット壁断面が上部と下部で変化するような断面でもこの手法では解析できることになる。特に、スリット壁の途中で完全透過の部分があればそこでは $C \rightarrow 0$ とし、また完全不透過の部分では $C \rightarrow \infty$ (あるいは $U \rightarrow 0$) とすればよい。

(5) グリーン関数

前述の条件を満たすグリーン関数は既に John (1950) によって求められており、以下に示される。

$$G(x, y; \xi, \eta; h) = - \sum_{n=1}^{\infty} P_n \cos k_n(y+h) \exp[-k_n|x-\xi|] - iG_A \exp[ik|x-\xi|] \cosh k(y+h) \quad (20)$$

ここに、 G_A は

$$G_A = \frac{\nu + k}{k} \frac{\exp(-kh) \sinh kh \cosh k(h+\eta)}{\nu h + \sinh^2 kh} \quad (21)$$

であり、 P_n は

$$P_n = \frac{1}{k_n} \frac{k_n^2 + \nu^2}{hk_n^2 + h\nu^2 - \nu} \cos k_n(\eta + h) \quad (22)$$

また、 $k_n (n=1, \dots, \infty)$ は、

$$-k_n \tan k_n h = \nu \quad (23)$$

の実根である。

なお、このグリーン関数に含まれる級数は収束性が悪いので処理には工夫を要するが、その方法は Maca-

skill (1979) や中村ほか (1982) による。

(6) スリットにおけるエネルギー損失の評価

以上の式の展開はスリットにおけるエネルギー損失を考慮しないポテンシャル論的取り扱いであったが、スリットにおけるエネルギー損失の影響は従来同様、複素関数の blockage co. を導入することにより算定できる (角野ほか, 1988)。

3. 計算結果の実験値との比較

本手法の妥当性と精度を検討するために、柱体列や在来型の縦スリット直立消波工およびその断面形状を一部変更した断面について反射率や透過率を算定し、既往の理論値や実験値と比較した。

(1) 本手法の妥当性の検討

一様水深水域に設置された正方形断面角柱列の反射率および透過率について、既往の漸近展開接合法による理論値 (角野, 1987) と本手法による値を比較してみる。

この場合、両領域の積分は柱体列を挟む鉛直の径路上のみとなる。また、両領域は同水深であるのでグリーン関数は同一のものが使え、 $G_1 = G_2$ とすることができる。

図-2 は、隣接柱体間隔/波長 (D/L) の関数として表した両者の比較の 1 例を示すが、値は非常によく一致しており、本手法の妥当性ととも精度のよさも確認することができる。なお、従来同様、この場合の非線形損失係数の値は $f=1.5$ とし、blockage co. には柱体列の厚みの効果を考慮している。また、離散化間隔は波長の

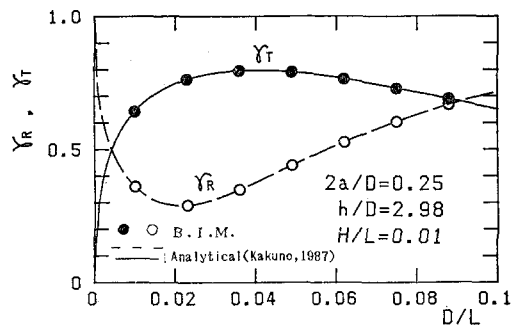


図-2 角柱列の反射率と透過率

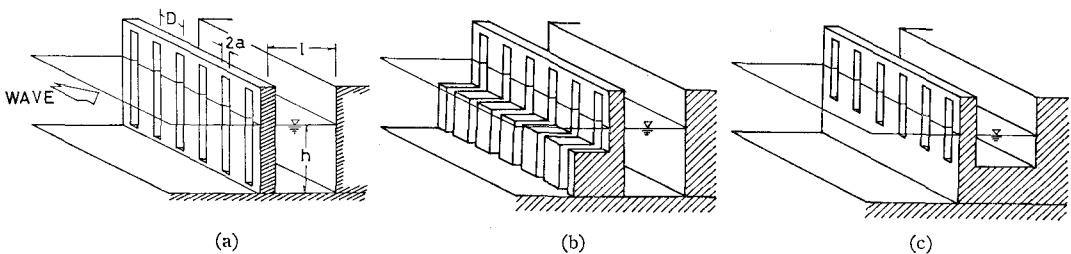


図-3 縦スリット直立消波工

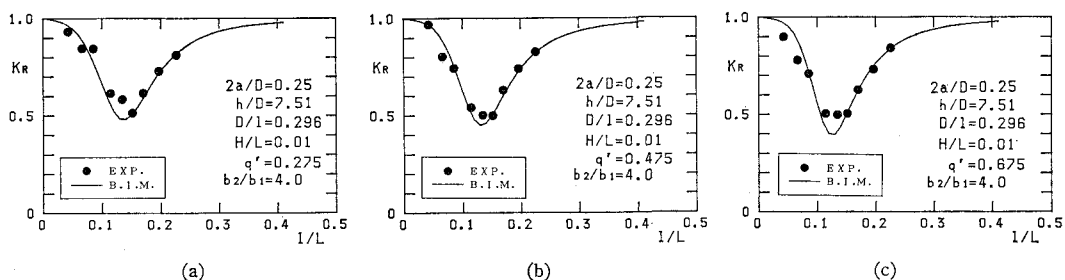


図-5 反射率 (図-3 (b) の断面)

1/30としている。これらの条件は以下のいずれの計算でも同様である。

以上の計算条件の特別の場合として、柱体列の岸側と沖側の水深が不連続となるような領域で、blockage co. を $C=0$ とすれば、海底不連続による反射率と透過率が得られ、それらは井島(1971)に一致することを確認できる。

次に、在来型の縦スリット直立消波工 (図-3 (a) 参照) の反射率を計算し、既往の解析値 (角野ほか, 1988) と比較してみる。この場合の計算では、領域2での積分はスリット壁に沿う径路上だけであるが、領域1ではスリット壁に沿う径路上に加えてスリット壁より消波室幅 l だけ離れた位置にある鉛直不透過壁上での積分も必要となる。なおこの場合、従来同様、消波室幅にもスリット壁の厚みの効果を考慮している。

図-4 に相対消波室幅 (l/L) の関数として表した結果の比較の1例を示す。図によれば両手法による値は非常によく一致しており、ここでも本手法の妥当性ととも精度のよさも確認することができる。

(2) 前面板下部の厚みを増した断面の反射率

次に、在来型の縦スリット直立消波工において前面板の下部の厚みを増した断面 (図-3 (b) 参照) の反射率を算定し、実験値 (角野ほか, 1988) と比較してみる。このような断面の計算は、上記の在来型の計算における積分径路の一部で blockage co. の値を断面変化に応じ

て増減してやることによってなされる。

図-5 (a)~(c) は、図-3 (b) のステップ部分の厚み (波向き方向) をその上部 (正方形断面) の4倍に一定とし、ステップ部の高さを水深に対して $q'=0.275, 0.475, 0.675$ 倍と変化させた3断面について反射率の計算値と実験値とを比較したものである。なお、実験模型の前面板下部は図-3 (b) に示すように中心軸に関して非対称となっているが、計算ではこの非対称性を考慮することはできず、断面の増減が中心軸に関して対称形であるような柱体列を対象とすることになる。

この場合にも、図に示されるように、いずれの条件においても計算値と実験値とはよく一致していて、このような断面に対しても本手法で、しかも柱体列が中心軸に関して対称とした計算でも反射率を無理なく算定できることが示されている。

一方、図-6 はステップ部の厚みを上部のその3倍とした断面において、ステップ部の高さを水深の $q'=(0\sim1)$ 倍に変化させた場合の計算結果を示したものである (ただし、 $H/L=0.01$)。最適のステップ高さを判断するための基準として、「在来型 ($q'=0$) とほぼ同じ反射率を短周期側で示す一方、長周期側では在来型よりもできるだけ小さくなっていること」を設定して、この図を見れば、この波形勾配の条件の下ではその値は $q'=0.6$ 程度であり、実験的に求められた結果にはば一致している。なお、同観点からみた最適のステップ部分の厚み

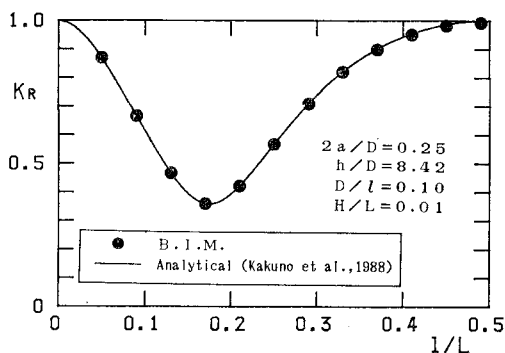


図-4 反射率 (在来型、図-3 (a) の断面)

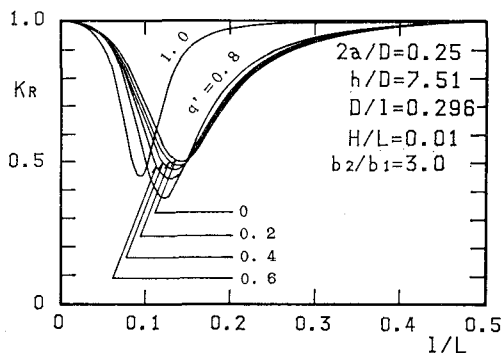


図-6 反射率 (図-3 (b) の断面)

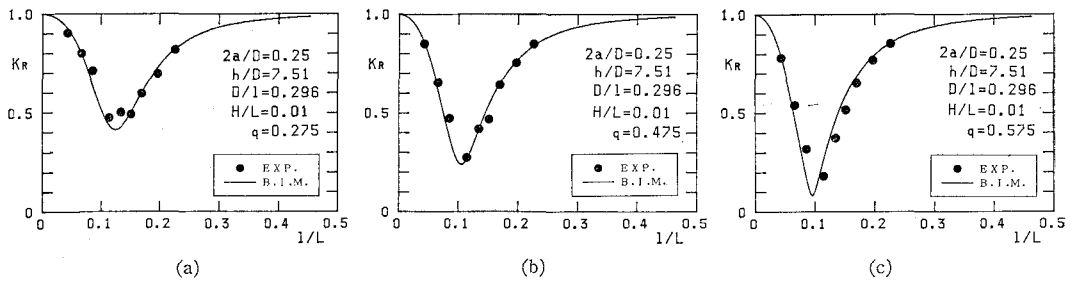


図-7 反射率 (図-3 (c) の断面)

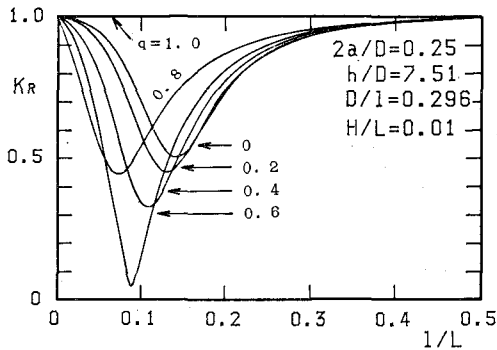


図-8 反射率 (図-3 (c) の断面)

は、計算によれば3倍程度であることが明かとなった。

(3) 消波室内水深を浅くした断面の反射率

図-3 (c) に示すような、消波室内水深を室外水深よりも浅くした消波工断面の反射率を算定し、実験値と比較してみる。

このような断面の計算は、基本的には在来型消波工に対する計算とはほぼ同じであるが、領域1と2において水深が異なるため、それに応じてグリーン関数と波数を使い分ける必要がある。

図-7 (a)~(c) は、図-3 (c) の消波室内かさ上げ高さを水深に対して $q=0.275, 0.475, 0.575$ 倍と変化した断面について、反射率の計算値と実験値とを比較したものである。図に示されるように、この場合にも計算値と実験値とはよく一致していて、このような断面に対しても本手法で反射率を無理なく算定できることが示されている。

一方、図-8 は消波室内かさ上げ高さを $q=(0\sim1)$ に変化した断面の反射率の計算値を示す(ただし、 $H/L=0.01$)。この図を上記したのと同じ規準でみると、この条件を満たす室内水深かさ上げ高さの最適値はこの

波形勾配の場合、ほぼ $q=0.4\sim0.5$ 程度にあることがわかる。ただこの断面の場合、反射率の短周期側での在来型からの増加の程度は図-3 (b) の断面に比べて僅かながら大きい。

なお、この最適値は両断面とも波形勾配などの値によって多少変動するので、最終的には個々のケースについて検討する必要があるようである。

4. 結 論

以上にみたように、本手法は縦スリット壁と任意の不透過断面で構成される構造物の周辺波動場に対して、妥当で有用な計算結果を与えることが既往の理論値と実験値との比較から確認することができた。また、直立消波工の断面改良による消波効果の改善効果が計算によっても確認できた。これらのことにより、今後、スリットと任意断面で構成される消波構造物の消波特性をパラメトリックに解析することが計算のみによって可能となり、消波工の設置場所に応じた最適の断面の選定が容易になるものと思われる。

参 考 文 献

- 井島武士(1971): 最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用, 1971年度水工学に関する夏期研修会講義集, Bコース, pp. B-1-1~B-1-31.
- 角野昇八(1987): 漸近展開接合法の海岸工学への応用, 1987年度水工学に関する夏期研修会講義集, Bコース, pp. B-3-1~B-3-22.
- 角野昇八・小田一紀・重松孝昌・芳田利春(1988): 広周波数帯域にわたって低反射機能を有する直立消波工の開発, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 557~561.
- 中村幸孝・高橋和男・中山和典(1982): わき出し分布法を用いた2次元物体まわりの波変形と流体力の解析法, 第29回海岸工学講演会論文集, pp. 462~466.
- John, F.(1950): On the motion of floating bodies, II, Comm. on Pure and Applied Math., Vol. 3, No. 1, pp. 45~101.
- Macaskill, C. (1979): Reflexion of water waves by a permeable barrier, J. Fluid Mech., Vol. 95, pp. 141~157.