

$$\alpha(P)\phi(P) + \int_{S_F \cup S_T \cup S_C \cup S_{W3}} \phi G_n ds_Q - \int_{S_F} G_n \eta_i ds_Q + \int_{S_C} G U ds_Q = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$G(P, Q) = \frac{1}{r_0} + \sum_{n=1}^7 \frac{1}{r_n} \dots\dots\dots (9)$$

$$\begin{aligned} r_0 &= \sqrt{(C_x)^2 + (C_y)^2 + (C_z)^2} \\ r_1 &= \sqrt{(C_x)^2 + (C_y)^2 + (D_z)^2} \\ r_2 &= \sqrt{(C_x)^2 + (D_y)^2 + (C_z)^2} \\ r_3 &= \sqrt{(C_x)^2 + (D_y)^2 + (D_z)^2} \\ r_4 &= \sqrt{(D_x)^2 + (C_y)^2 + (C_z)^2} \\ r_5 &= \sqrt{(D_x)^2 + (C_y)^2 + (D_z)^2} \\ r_6 &= \sqrt{(D_x)^2 + (D_y)^2 + (C_z)^2} \\ r_7 &= \sqrt{(D_x)^2 + (D_y)^2 + (D_z)^2} \\ C_x &= x_p - x_q, \quad D_x = x_p + x_q - 2X_L \\ C_y &= y_p - y_q, \quad D_x = y_p + y_q - 2b \\ C_z &= z_p - z_q, \quad D_z = z_p + z_q + 2h_0 \end{aligned} \dots\dots\dots (10)$$

ただし, $P(x_p, y_p, z_p)$, $Q(x_q, y_q, z_q)$ は境界面上の点を表す。また, $\alpha(P)$ は境界面の幾何学的形状から決まる係数であり, 以下のように求められる(プレビア, 1980)。

$$\alpha(P) = - \int_{S_F \cup S_T \cup S_C \cup S_{W3}} G_n ds_Q \dots\dots\dots (11)$$

また, S_F での圧力方程式 (7) については, 重みつき残差方程式を立てる。式 (7) に式 (6) を代入し, 両辺に任意の重み関数 ω をかけて S_F 上で積分することにより, 以下の積分方程式を得る。

$$\int_{S_F} \omega \left[\phi_t + \frac{1}{2} \{ n_z^2 (\eta_t)^2 + (\phi_x)^2 + (\phi_r)^2 \} + g\eta \right] ds = 0 \dots\dots\dots (12)$$

式 (8), (12) を三角形要素を用いて離散化し, これらを各時間ステップで解くことにより, S_C で発生した波の変形, 流体運動を追跡する。本解析法では, 境界面上の節点における ϕ と η の単位時間ステップあたりの増分 $\Delta\phi$, $\Delta\eta$ を未知数とした連立方程式を導く。時間ステップ n における j 番目節点の ϕ , η およびこれらの時間偏微分 ϕ_t , η_t は, 1 ステップ前の値のまわりでのテイラー展開により $\Delta\phi$, $\Delta\eta$ を用いて次のように表せる。

$$\eta_j^{(n)} = \eta_j^{(n-1)} + \Delta\eta_j^{(n)} \quad (j=1 \sim N_F) \dots\dots\dots (13)$$

$$(\eta_t)_j^{(n)} = \frac{2\Delta\eta_j^{(n)}}{\Delta t} - (\eta_t)_j^{(n-1)} \quad (j=1 \sim N_F) \quad (14)$$

$$\phi_j^{(n)} = \phi_j^{(n-1)} + \Delta\phi_j^{(n)} \quad (j=1 \sim N) \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} (\phi_t)_j^{(n)} &= \frac{2\Delta\phi_j^{(n)}}{\Delta t} - (\phi_t)_j^{(n-1)} - \frac{2\Delta\eta_j^{(n)}}{\Delta t} \\ &\quad (\phi_z)_j^{(n-1)} - (\eta_t)_j^{(n-1)} \Delta(\phi_z)_j^{(n)} \\ &\quad (j=1 \sim N_F) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\Delta(\phi_z)_j^{(n)} = (\phi_z)_j^{(n)} - (\phi_z)_j^{(n-1)} \dots\dots\dots (17)$$

ただし, N_F , N は S_F 上の節点数および S_F , S_T , S_C , S_{W3} 上の全節点数, Δt は時間増分である。ここで, 自

由表面上の節点は鉛直方向に変動するものと考えている。式 (13)~(16) を離散化された積分方程式に代入することにより, 最終的に $\Delta\eta_j^{(n)}$ ($j=1 \sim N_F$), $\Delta\phi_j^{(n)}$ ($j=1 \sim N$) に関する $N+N_F$ 本の連立方程式を得る。また, 水平波力および転倒モーメントは, 各ステップで求められた S_T 上のポテンシャル値を用いて, 圧力方程式から算定できる。これらの詳細および解析法の妥当性については, 大山(1989)の文献を参照されたい。

3. 反射率・透過率の算定

波の反射率 K_R , 透過率 K_T を求めるために, 円柱の反射側, 透過側にエネルギー検査面 S_R , S_T を配置する(図-1 参照)。検査面 S におけるエネルギーフラックス W は, 次式により求められる。

$$W = \int_S \phi_t \phi_x ds \dots\dots\dots (18)$$

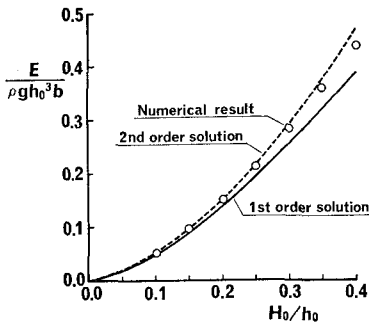
ここで, 式 (8) は点 P が領域 Ω 内の任意の点の場合も成り立つ。したがって, この式から得られる検査面上のポテンシャル値から, 検査面での ϕ_t が計算できる。また ϕ_x については, 検査面から x の正の方向と負の方向にわずかに ($1/2$ メッシュ分) 離れた2つの鉛直面でのポテンシャル値から差分法により計算できる。そして, 式 (18) により各ステップで求められた W を時間的に積分すれば, 検査面を通過する波エネルギー E が求められる。

以上の波エネルギー計算の妥当性を調べるために, 造波境界 S_C の近傍に検査面を配置した一定幅の水路中で, 波高水深比 H_0/h_0 が $0.1 \sim 0.4$ の孤立波を発生させた。ただし, 空間的な離散化パラメータ Δl ($=\Delta x = \Delta y$, $\Delta x, \Delta y$: x, y 方向のメッシュ幅) と時間増分 Δt については, 2次元解析の検討結果(大山, 1986)をそのまま用い, 水路幅は $3\Delta l$ とした。また, S_C と S_{W3} での鉛直方向の分割数は, いずれも4とした。表-1に計算条件を示す。

図-2 は, S_C から $5\Delta l$ 離れた検査面を通過する孤立波の全エネルギー E を第1次および第2次近似解と比較したものである。解析では, 静水状態(孤立波の峰が S_C から x の負の方向に十分離れた状態)を初期条件とし, S_C における水平水粒子速度 U として Fenton(1972)の第3次解を与えることにより孤立波を発生させた。孤立波の全エネルギーを求めるためには, 厳密には式(18)

表-1 孤立波の通過エネルギー計算における計算条件

H_0/h_0	X_L/h_0	$\Delta l/h_0$	$\Delta t\sqrt{g/h_0}$
0.1	3.0, 0	1.2	0.9
0.15, 0.2	2.5, 0	1.0	0.6
0.25, 0.3	2.0, 0	0.8	0.5
0.35, 0.4	1.7, 5	0.7	0.4



図—2 孤立波のエネルギーに関する近似解との比較

のエネルギーフラックス W を時間的に $-\infty$ から $+\infty$ まで積分する必要がある。ただし、実際には波の峰付近にエネルギーが集中しているため、検査面での W は十分な時間ステップがたてば 0 に漸近する。図—2 には、検査面での通過エネルギーがほぼ一定になった時点での結果を示している。この図から、本解析結果は近似解と良く一致しており、十分妥当であることがわかる。

ここで、 K_R, K_T の定義について述べる。まず孤立波の場合は、追跡時間が十分長ければ、 S_R と S_T を通過するエネルギー $E_I - E_R$ と E_T (E_I, E_R, E_T : 入射波, 反射波, 透過波のエネルギー) は等しくなり、 S_R と S_T で囲まれた領域内には波エネルギーが存在しなくなる。したがって、この状態で K_R, K_T を以下のように定義する。

$$K_R \equiv \sqrt{\frac{E_R}{E_I}}, \quad K_T \equiv \sqrt{\frac{E_T}{E_I}} \quad (\text{for solitary wave}) \quad \dots\dots\dots (19)$$

また、クノイド波のような周期性の波動場に対しては、各検査面で以下のように一周期平均通過エネルギー $\bar{E}$ を計算する。

$$\bar{E}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t W dt \quad \dots\dots\dots (20)$$

S_R, S_T 上では、それぞれ $\bar{E}_I - \bar{E}_R$ および $\bar{E}_T$ が求められ、 S_R と S_T で囲まれる領域内の波動場が定常状態 ($\bar{E}_I - \bar{E}_R = \bar{E}_T$) になってから、以下のように K_R, K_T を計算する。

$$K_R \equiv \sqrt{\frac{\bar{E}_R}{\bar{E}_I}}, \quad K_T \equiv \sqrt{\frac{\bar{E}_T}{\bar{E}_I}} \quad (\text{for cnoidal wave}) \quad \dots\dots\dots (21)$$

式 (19), (21) のように K_R, K_T を定義しておけば、エネルギー保存式 $K_R^2 + K_T^2 = 1$ が成り立ち、線形理論における反射率・透過率の定義との整合性が保たれる。なお、入射波エネルギー $E_I, \bar{E}_I$ については、造波境界の近傍に設けた検査面で計算できる。

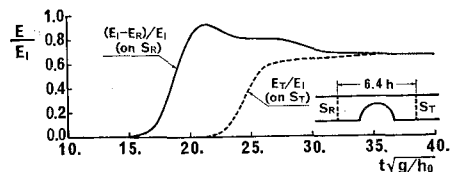
3. 孤立波の反射・透過および作用波力

円柱列の遮へい率 a/b (円柱径と円柱間隔の比) が孤

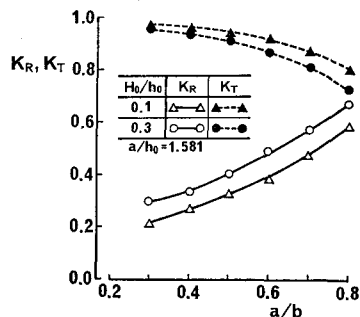
立波の反射率・透過率と作用波力に及ぼす影響について、 H_0/h_0 が 0.1 と 0.3 の場合を対象に検討する。ただし、 a/h_0 は 1.581 で一定とし、離散化パラメータとしては表—1 に示す値を用いた。無次元水路長 X_L/h_0 は、 H_0/h_0 が 0.1 と 0.3 に対してそれぞれ 48.0, 32.0 とし、水路の中央に円柱の中心軸を設定した。また、エネルギー検査面 S_R, S_T は、円柱の中心軸から反射側、透過側に $4\Delta l$ 離れた位置に設けた。

図—3 には、 $a/b=0.7, H_0/h_0=0.3$ の場合における S_R と S_T の通過エネルギーの時間変化を示している。 S_R における通過エネルギーは、波の入射に伴って増加するが、反射波成分の影響で徐々に減少し、やがて一定になる。一方、 S_T での通過エネルギーは、大きな波の峰の通過とともに増加し、その後も緩やかに増えるが、 $t\sqrt{g/h_0}$ が 35 を過ぎてからは、 S_R と S_T の通過エネルギーは等しくなるのがわかる。この状態では、 S_R と S_T で囲まれた領域内には波エネルギーがほとんど存在しないものと考えられ、式 (19) により K_R, K_T が算定できる。

図—4 には、このように求められた K_R, K_T の a/b に対する変化を示している。この図から、 a/b の増加とともに、 K_R が大きく K_T が小さくなるのがわかる。また、 $H_0/h_0=0.3$ の場合の方が 0.1 の場合に比べて K_T が小さくなっており、 $H_0/h_0=0.3, a/b=0.8$ における K_T は K_R と同程度になる。したがって、遮へい率を 0.8 程度にすれば、長周期波に対する防波効果もある程度期待できるものと思われる。



図—3 通過エネルギーの時間変化
(孤立波, $a/b=0.7, H_0/h_0=0.3$)



図—4 遮へい率による反射率・透過率の変化

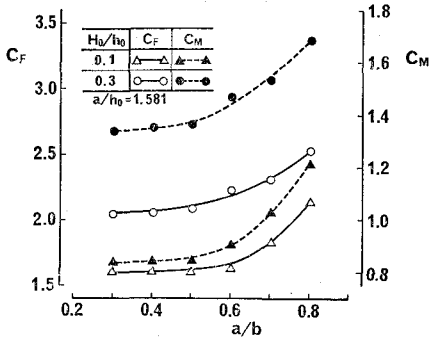


図-5 遮へい率による水平波力、モーメントの変化

図-5は、水平波力と転倒モーメントの無次元最大値 $C_F (= F_X / \rho g H_0 a h_0, \rho$: 流体密度, F_X : 最大水平波力), $C_M (= M_T / \rho g H_0 a h_0^2, M_T$: 最大モーメント) について示したものである。この図からわかるように、 a/b が 0.5 よりも大きい範囲では、 a/b の増加とともに C_F , C_M が顕著に大きくなる。また、 H_0/h_0 が 0.3 の場合には、0.1 の場合に対して無次元波力については10~30%程度、無次元モーメントについては40~60%程度大きくなっている。このように、水平波力に比べてモーメントの方が波の有限振幅性の影響が顕著に現われる主な理由は、著者が孤立円柱に対して考察したように (大山, 1989), H_0/h_0 が大きいほど静水面より上の波圧の作用面積が広くなり、その結果波力の作用点の位置が相対的に高くなるためと考えられる。

4. クノイド波の反射・透過および作用波力

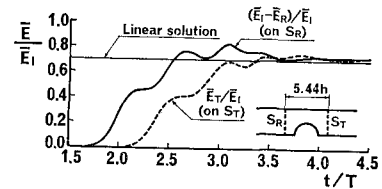
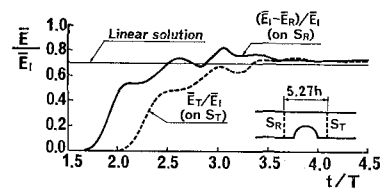
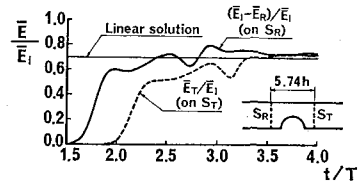
造波境界からクノイド波を発生させる際には、2次元の解析法 (大山, 1986) と同様な方法を用いる。すなわち、静水状態を初期条件とし、 S_C 上の U として Fenton (1979) の第3次近似解を与える。このように波を発生させる場合には、波の定常性が問題になるが、これについては片側に鉛直壁を設けた2次元水路に対してすでに検討している (大山, 1986)。その結果、水路長を波長の 1.5~2.0 倍程度にとれば、発生後第2波目以降のクノイド波が鉛直面に到達してからは、鉛直壁付近の波動場は定常とみなせることを明らかにしている。ただし、本研究では透過性構造物を対象としているので、水路長 X_L を4波長程度とし、円柱中心軸から S_C, S_{W2} までの距離をそれぞれ2波長程度に設定 (円柱中心軸は水路の中央に設定) した。ここでは、 $a/b=0.5$, $a/h_0=1.5$ の円柱列に、 $T\sqrt{g/h_0}=15$ (T : 波の周期), $H_0/h_0=0.1, 0.2, 0.3$ のクノイド波が入射する場合について解析を行った。表-2に計算条件を示す。ただし、表中 L_1 は線形理論から得られる波長である。

図-6は、 S_R, S_T を通過する平均エネルギーの時間

変化を示したものである。これらの図には、参考のため Motyka and Kiyokawa (1987) の線形理論に基づく結果も示してある。いずれの場合も、 S_T に波が到達してから約2周期後 (t/T が 3.5 程度) 以降では、 $\bar{E}_I - \bar{E}_R$ と $\bar{E}_T$ はほぼ等しくなっており、定常状態とみなせることがわかる。そして、この範囲の本解析結果の平均値から K_T を算定すると、 $H_0/h_0=0.1, 0.2, 0.3$ に対してそれぞれ 0.850, 0.852, 0.854 になる。これらの結果は、線形解析結果 ($K_T=0.84$) とほとんど差がなく、孤立波の場合のように H_0/h_0 が大きくなるにつれて K_T が小さくなる現象は現われていない。ここで、本検討条件 ($T\sqrt{g/h_0}=15$) は、線形理論に基づく K_T の周期特性において、 K_T がほぼ極小になる周期に対応している。波の有限振幅性の影響で、 K_T が極小になる周期がずれる可能性があり、本検討結果から一般的な性質を論じることではできないと思われる。したがって、今後は周期特

表-2 クノイド波の計算における計算条件

H_0/h_0	X_L/L_1	$\Delta l/h_0$	$\Delta t\sqrt{g/h_0}$
0.1	3.98	1.00	0.75
0.2	3.98	0.86	0.63
0.3	3.85	0.70	0.50

(a) $H_0/h_0=0.1$ (b) $H_0/h_0=0.2$ (c) $H_0/h_0=0.3$ 図-6 通過エネルギーの時間変化 ($T\sqrt{g/h_0}=15$, $a/b=0.5$, $a/h_0=1.5$)

性の観点から検討を加える必要があろう。

図-7, 8 は、それぞれ水平波力と転倒モーメントに関する線形解析結果との比較を示したものである。図中には、発生後第2波目と第3波目の波に対応した結果を示しているが、これらにはほとんど差がないことから、波の定常性については問題ないと考えられる。図-7 から、 $H_0/h_0=0.1$ における水平波力は線形解析結果とほぼ一致するが、 H_0/h_0 が大きくなるにつれて岸向きの波力が相対的に大きく、沖向きの波力が小さくなるのがわかる。また図-8 からわかるように、転倒モーメントについては、線形解析結果を上回る傾向がさらに顕著に現われている。特に、 $H_0/h_0=0.3$ では線形解析結果に比べて 35% 大きな値になっていることから、このような場合の線形理論の適用には問題があるものと思われる。

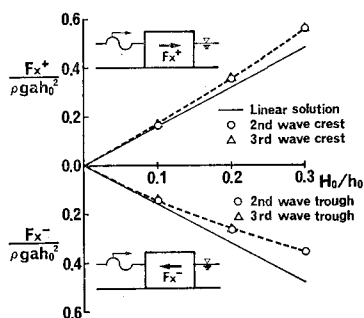


図-7 水平波力に及ぼす波の非線形性の影響
($T\sqrt{g/h_0}=15$, $a/b=0.5$, $a/h_0=1.5$)

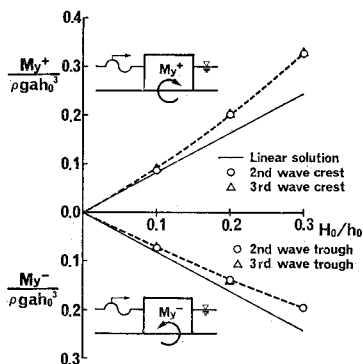


図-8 転倒モーメントに及ぼす波の非線形性の影響
($T\sqrt{g/h_0}=15$, $a/b=0.5$, $a/h_0=1.5$)

5. おわりに

円柱列による孤立波、クノイド波の反射率・透過率および波力の解析法を示し、遮へい率、波の有限振幅性の影響について論じた。孤立波の場合、遮へい率が大きくなると、 K_T が小さく K_R が大きくなり、作用波力（水平波力、転倒モーメント）が増大する。また、この場合 H_0/h_0 が大きい方が K_T は小さくなるが、波力の無次元値は大きくなる。 $T\sqrt{g/h_0}=15$ のクノイド波では、 H_0/h_0 が大きくなるにつれて、線形解析結果に比べて岸向きの波力が大きく、沖向きの波力が小さくなる。また転倒モーメントは、 H_0/h_0 が大きくなると線形解析結果を大幅に上回る。ただし、本論文で検討した条件のもとでは、 K_T , K_R は線形解析結果とほとんど差がなかった。

なお、クノイド波領域での線形解析においては、清水建設大崎研究室 清川哲志氏が開発したプログラムを使わせて頂いた。記して感謝の意を表します。

参考文献

- 大山 巧 (1986): 数値波動水槽によるクノイド波の変形の解析, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 99~103.
- 大山 巧 (1987): クノイド波の斜面廻上の境界要素解析, 土木学会論文集, 第381号, II-7, pp. 189~198.
- 大山 巧 (1989): 境界要素法による非線形回折波力の一解析法, 土木学会論文集, (投稿中).
- 喜岡 渉 (1986): 任意形状3次元構造物に作用する非線形回折波力, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 481~485.
- 吉田明德・飯田典生 (1986): 任意断面の鉛直柱体列による波の散乱と波力の解析法, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 521~525.
- ブレビア (神谷紀生ほか訳) (1980): 境界要素法入門, 培風館, pp. 39~94.
- Fenton, J. D. (1972): A ninth-order solution for the solitary wave, J. Fluid Mech., Vol. 53, pp. 257~271.
- Fenton, J. D. (1979): A high-order cnoidal wave theory, J. Fluid Mech., Vol. 94, pp. 129~161.
- Hunt, J. N. and R. E. Baddor (1980): Second-order standing waves bounded by circular cylinders, Proc. ASCE, Vol. 106, WW1, pp. 122~127.
- Isaacson, M. de St. Q. (1982): Nonlinear wave effects on fixed and floating bodies, J. Fluid Mech., Vol. 120, pp. 267~281.
- Motyka, V. and T. Kiyokawa (1987): The wave diffraction problem in case of periodic structures, Report of OSAKI Res. Inst., SHIMIZU Corp., ORI-R-8709.
- Pullin, D. I. and P. N. Joubert (1984): Behaviour of converging-channel breakwater; theory and experiment, J. Fluid Mech., Vol. 141, pp. 123~138.
- Rahman, M. (1984): Wave diffraction by large offshore structures: an exact second order theory, Appl. Ocean Res., Vol. 4, No. 2, pp. 90~100.