

波動場における直立円柱まわりの流れの3次元数値

シミュレーション

小林 智尚*・渡辺 晃**

1. はじめに

海中構造物の周辺に生ずる局所洗掘はその構造物の安定性に直接関わる問題の1つであり、現在まで波・流れ共存場など様々な条件のもとでの洗掘地形や洗掘深などについて研究・報告されている。しかし、局所洗掘現象は波動、渦や乱れを含む流れ、底質砂、構造物の形状、および周辺地形などさまざまな要素の上に成り立っているため、現象が複雑で、いまだ明らかにされていない点が数多く残されている。この様に多くの要素が複雑に影響しあう局所洗掘現象のメカニズムを解明するには、まず底質の運動を支配する構造物まわりの流体運動に着目し、その基本的性質を把握することが重要である。

ここで、構造物からの剝離渦の影響が無視し得ないいわゆる小口径の直立円柱形構造物に目を向けると、そのまわりの局所洗掘との関連からの流体運動の研究がいくつか行われている。これらの多くは構造物からの剝離渦により特徴付けられる後流渦を深さ方向に一樣な2次元現象として、あるいは構造物周辺の流れ場を後流と一樣定常流中の物体前面の底部にみられる馬蹄形渦とが重なり合ったものとして捉えている。しかし、実際には局所洗掘現象に直接関係する物体周辺の底面ごく近傍の流れは、構造物や底面から生成された渦が互いに影響を及ぼしあい、さらにそれが主流の向きや大きさの時間変化とともに変化する、という複雑な非定常3次元の流れ場を形成している。このような流れ場を実験計測により解明するには、現象の非定常性と3次元性のために多大の労力を要する。一方最近、計算機の急速な発達と並行して種々の流れに対する数値シミュレーション法が開発・改良され、各方面で実用に供し得る段階にいたっている。局所洗掘に関係する構造物周辺の底面近傍における局所流についても、数値シミュレーションによる検討が現象の解明の助けになると考えられる。そこで本研究では、3次元離散渦法を用いて直立円柱が設置された底面近傍の3次元流れ場をシミュレートし、おもに渦運動に着目

して流れの解明を試みた。

2. 離散渦法による数値モデル

離散渦法とは渦度場を離散的な渦素子の集合で表わし、個々の渦素子を誘導速度で移動させることにより流れ場全体の挙動を表現する数値シミュレーション法である。この方法はその手順が簡便であるというだけでなく、個々の渦素子の運動の追跡が容易であることから、特に渦運動に着目した流体運動の解析を行う場合に有効であるとして利用されている(例えば、灘岡・八木, 1988)。

3次元の離散渦法は2次元のものに比べて適用例は少ないものの、その有用性については Leonard (1985) などにより示されている。これらの多くは3次元離散渦モデルに Vortex Filament Model を用いている。このモデルは流体中に端部を持たないとする渦糸をモデル化しているので Kelvin の循環定理を満足するモデルではあるが、その反面、渦の合体やつなぎ替えをはじめ、境界面での渦の生成などを表現することはきわめて困難なモデルであり、本研究で扱うような流れ場への適用には不向きである。そこで本研究では小川ら(1988)の用いた Vortex Segment Model を取り扱う。このモデルは有限な大きさと循環とを持った vortex segment の集合として1本の渦管あるいは渦度場全体を表現するモデルで、先に述べた Vortex Filament Model が苦手とする渦の合体などを容易に表現しうる3次元離散渦モデルである。

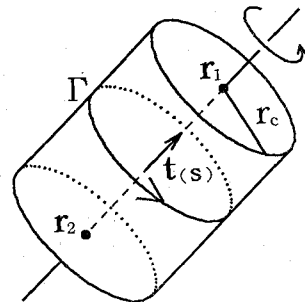


図-1 vortex segment の概念図

* 正会員 工修 東京大学助手工学部土木工学科

** 正会員 工博 東京大学教授工学部土木工学科

このモデルの個々の vortex segment はその segment の両端の座標 $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$, および渦核半径 r_0 と循環 Γ によって表わされ (図-1), それによる点 $\mathbf{x}$ での誘導速度 $\mathbf{u}$ は, Biot-Savart 則より

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \frac{(\mathbf{x}-\mathbf{s}) \times \mathbf{t}(\mathbf{s})}{(|\mathbf{x}-\mathbf{s}|^2 + \mu^2)^{3/2}} d\mathbf{s} \dots (1)$$

と表わされる (小川ら1988). ここで, $\mathbf{s}$ は vortex segment に沿う座標ベクトル, $\mathbf{t}(\mathbf{s})$ は $\mathbf{s}$ における渦度の単位方向ベクトルを示し, また μ は r_0 と同じオーダーの値を持つ関数で vortex segment の渦核を示す. 個々の vortex segment の端点 $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ はこの Biot-Savart 則にしたがって互いに独立に運動するため, segment はその位置を移動しながら渦糸の stretching など3次元渦度場特有の挙動を示す.

本研究では, 図-2 に示すような直立円柱表面と底面とを固体境界としても計算領域でシミュレーションを行なった. ただし, 直立円柱は十分な高さを持っているものとし, 計算領域より上方に位置する領域については鉛直方向に一樣な2次元の渦度場が存在するとして領域上面での境界条件を取り扱った. また, 底面は平坦, すなわち洗掘前の状態とした. そして, 計算領域の側面および前後面はその境界面上で渦度分布に勾配がないことを境界条件として扱った.

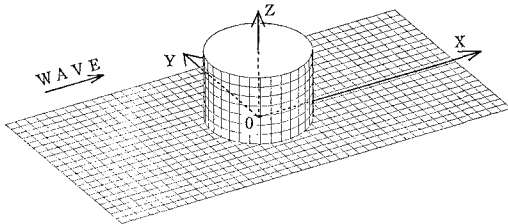


図-2 対象とした3次元計算領域

離散渦法では固体境界を表現する手法としてその境界面に関する vortex segment の鏡像を導入することが多い. 本研究でも底面に関しては鏡像を導入し垂直方向流速に関する境界条件を満足させている. しかし, 円柱表面に関してはこの方法を適用することはきわめて困難である. その理由は, 円柱表面のように境界面が曲面である場合にはこの境界面に映った vortex segment の鏡像がひずんでしまい, このひずんだ鏡像を数値モデルにおいて表現することが特に3次元の場合には困難だからである. そこでこの問題を避けるためにここでは鏡像を用いず, 代わりに束縛渦を導入した. つまり円柱表面を微小要素に分割し, すべての要素においてそれに垂直な流速成分が常にゼロになるよう, 適切な強さの循環を持った複数の束縛渦を各時間ステップごとに円柱表面全面に配置し, 垂直流速に関する境界条件を満足させている.

この束縛渦を用いる手法は円柱に限らず任意の形状の物体にも容易に適用できる.

また, 底面・円柱表面ともに non-slip 条件を課し, この条件を満たすような新たな vortex segment を境界面上に発生させている. これにより本研究の流れ場のように剥離点が明確でない場合にも物体から放出される個々の渦の強さを見積ることが可能となる. 具体的には小川ら(1988)の用いた手法, すなわち各時間ステップごとに固体境界表面の各微小要素においてそれぞれの要素での接線方向流速をゼロにするために必要な循環を見積り, この循環を持った vortex segment をその要素上に新たに配置する, という方法を用いた.

本研究のように波動場に対するシミュレーションでは, 円柱からの剥離渦として生成される vortex segment が計算領域外に流出しないため, 領域内の vortex segment の数は増加し続けてしまう. これは計算時間の急激な増加および計算の不安定化を導く要因となりうるので, 何らかの方法を用いて vortex segment の増加を抑制する必要がある. ここでは, vortex segment 数の増加を抑制するため, 従来から行われているような接近した vortex segment 同士の合体に加え, 粘性による循環の減衰も導入した. 循環の減衰を見積るにあたって, 個々の vortex segment に着目し, その中心 $\mathbf{r}_0 = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ 付近すなわち $|\mathbf{x} - \mathbf{r}_0| \ll |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ を満す $\mathbf{x}$ の領域を考える. この領域では式 (1) は

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{x}) \times \mathbf{t}(\mathbf{r}_0)}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{x}|^2 + r_0^2} \dots (2)$$

と近似できる. 一方, 渦度方程式および循環 Γ の定義式

$$\frac{D\boldsymbol{\omega}}{Dt} = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \dots (3)$$

$$\Gamma = \int_S \boldsymbol{\omega} \cdot d\mathbf{S} = \int_{\lambda} \mathbf{u} \cdot d\boldsymbol{\lambda} \dots (4)$$

から, 粘性による個々の渦の循環の減衰を表わす次式が導かれる.

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\nu \int_{\lambda} (\nabla \times \boldsymbol{\omega}) \cdot d\boldsymbol{\lambda} \dots (5)$$

ここで, $\boldsymbol{\omega}$, $\mathbf{u}$, ν はそれぞれ渦度ベクトル, 速度ベクトル, 動粘性係数を表わし, $\mathbf{S}$ はある曲面の一部, $\boldsymbol{\lambda}$ は $\mathbf{S}$ の境界に沿う位置ベクトルである. 式 (5) を渦核の表面に沿って積分すると

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\nu \frac{\Gamma}{r_0^2} \dots (6)$$

なる関係が得られる. ここで, 対象としている現象は乱流状態であるので, 動粘性係数 ν の代わりに渦動粘性係数 ϵ を用いることを考える. ここでは個々の vortex segment に着目しているので, 混合距離に相当する長さの尺度 l として渦核半径 r_0 を, また平均速度勾配 $|du$

$dy|$ として vortex segment 中心部での最大速度勾配

$$\left| \frac{du(r)}{dr} \right|_{r=r_0} = \left| \frac{\Gamma}{2\pi r_0^2} \right| \quad \dots\dots\dots (7)$$

を用いて、渦動粘性係数 ε を

$$\varepsilon = l^2 \left| \frac{du}{dy} \right| = \frac{\Gamma^2}{2\pi} \quad \dots\dots\dots (8)$$

と表わす。したがって式 (6) および式 (8) より個々の vortex segment が持つ循環 Γ の粘性による時間減衰は

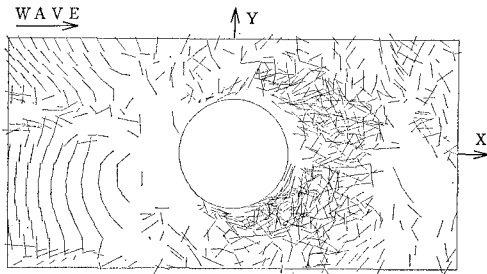
$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\frac{\Gamma^2}{2\pi r_0^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と表わせる。

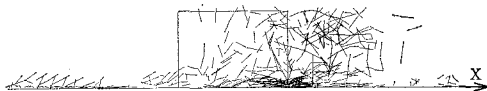
しかし、実際にこの関係式をモデルに適用した試行計算の結果、式 (9) には循環の減衰率をやや大きく見積る傾向がみられた。そこで、以下に述べるモデルでは式 (9) を

$$\frac{d\Gamma}{ds} = -K \frac{\Gamma^2}{2\pi r_0^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

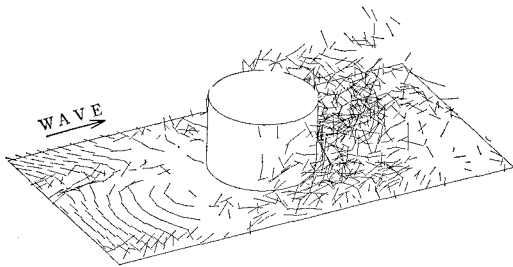
と改めた関係式を用いている。ただし、 K は定数で、本研究で行なった計算条件では $K=0.1 \sim 0.5$ 程度では



(a) vortex segment の水平分布



(b) vortex segment の鉛直 (X-Z 面) 分布 (Y<0 の領域に位置する segment のみ表示)



(c) vortex segment の分布

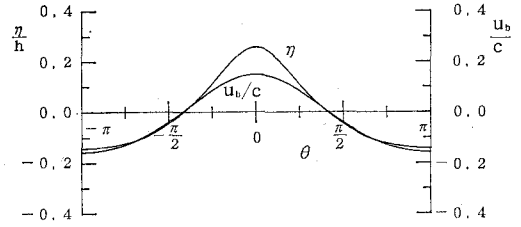
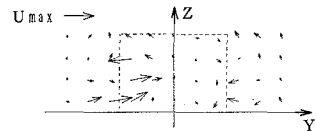


図-3 入射波の波形 η と底面流速波速比 u_b/c

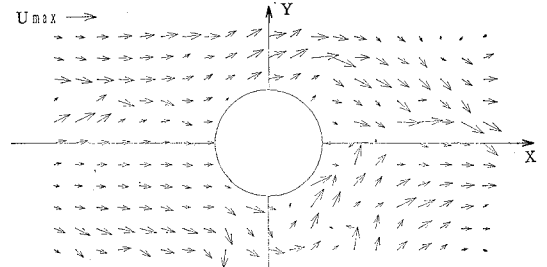
妥当と思われる結果が得られた。このように式 (9) が循環の減衰率を大きく見積る傾向にあるのは、式 (5) を積分するときの積分経路の取り方、あるいは式 (8) で用いた代表長さや代表速度勾配などの取り方に問題があるためと思われる。以下に示す計算結果は $K=0.2$ とした計算で得られたものである。

3. 計算結果および考察

このモデルを用いて Ursell 数=25.0 のストークス波動場における K.C. 数=5.0 の直立円柱まわり・底面近傍の流れの解析を行なった。この条件に対応する円柱直径 d と水深 h の比 d/h は 0.17 である。ただし Reynolds 数については一義的には決定できないが、流れは乱流状態にあるものと仮定している。座標には円柱中心軸と底面との交点を原点、その点から岸方向に X 軸、鉛直上向きに Z 軸を取った右手座標系 (図-2) を用いる。波は X 軸の正の方向に進むとする。さらに波の位相 θ は波峰が $X=0$ の断面を通過する瞬間を $\theta=0$ とする (図-3)。計算領域の大きさは X, Y, Z 方向についてそれぞれ $4d, 2d, 0.7d$ とした。また、計算時間ステップは波の



(d) $X=d/2$ (円柱岸側接面) における断面内 (Y-Z 面) 流速分布



(e) 底面近傍 ($Z=d/20$) における水平面内流速分布

図-4 波峰通過直後 ($\theta=\pi/4$) の流況

(U_{max} はストークス波理論による $Z=d/20$ での最大流速を示す)

1 周期の $1/32$ とし、計算時間 1 ステップにおける vortex segment の移動距離が渦核半径と同程度になるようにしている。

図-4 以降の計算結果においては、vortex segment の中心軸を線分で表わすことにし、これを種々の角度からみた様子が図示されている。今回の計算条件では、図-4(a) などに示すように円柱からの剝離渦はやや対称性がくずれかけた 1 対の渦対を形成した。そして、この渦対には波の周期より長周期の変動が多少見られたが、波と同じ周期での渦の振舞いは比較的よい周期性を示した。また、計算領域上部 $1/4$ 程度の領域では、ほぼ全位相において比較的強い鉛直方向への一様性が観察された。

図-4(a)~(e) に位相 $\theta = \pi/4$ における流れの様相を示す。この位相では円柱側面からそのやや後方（岸側）にかけて底面ごく近傍に強い縦渦がみられる（図-4(a)~(c)），そしてこの縦渦により円柱後方 $x=d/2$ の断面内では図-4(d) に示すような向きの 1 対の循環流が生じている。図-5 にこの縦渦の成長過程を示す。この渦は波峰通過直前の位相 $\theta = -3\pi/16$ において円柱側面で生成された渦のうち底面近傍のものが、底面上の渦が形成する鉛直流速分布によって傾き ($\theta = -2\pi/16$)，さらにその傾いた渦が円柱側面に存在する局所的な流速勾配により stretching を受けて成長 ($\theta = 0 \sim \pi/4$) したものである。そして、この縦渦が形成されると同時に、これによる底面上での誘導速度を打ち消すために円柱側方の底面上では縦渦とは逆向きの渦が生成され、この渦と縦渦との混合合体が行なわれる。このとき底面近傍では、これらの渦や円柱からの 2 次元の剝離渦により複雑な流速分布となっている（図-4(e)）。

このように縦渦は急速な stretching や底面上で生成される逆向きの渦との混合・合体のためその寿命はたかだか半周期であるが、主流が冲向き流れの時にも同様の縦渦が発生し、円柱側方の底面上では主流の向きに関わらずこれらの縦渦により内向きの流速が生じている（図-4(d)）。この縦渦は従来いわれている円柱前面に発生する馬蹄形渦とは渦の回転方向が逆である。これは、円柱前面に特徴的な渦がみられなかったことも含めて、このケースが馬蹄形渦よりも物体から剝離した後流が支配的となる条件であったためと思われる。したがって、馬蹄形渦の振舞いをシミュレートするには、より K.C. 数の大きな場合や底面にある程度洗掘がみられるような場合など、馬蹄形渦が生成しやすい条件のもとで計算を行う必要がある。底面ごく近傍においてこの円柱側方の領域では、円柱が存在することによる縮流効果と縦渦が誘導する二次流の効果により他の領域と比べて大きな流速（図-4(e)）が 1 周期のほぼ全位相にわたって観察され

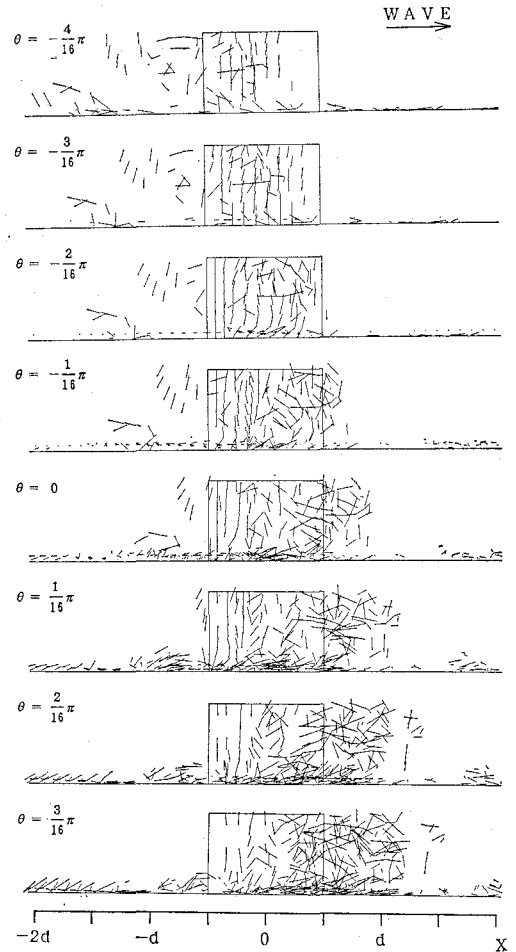
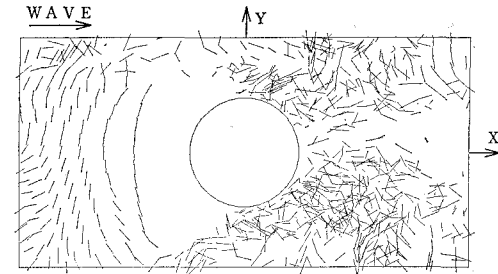


図-5 縦渦の生成・発達の様子
vortex segment の鉛直 (X-Z 面内) 分布
(Y=0 の領域に位置する segment のみ表示)

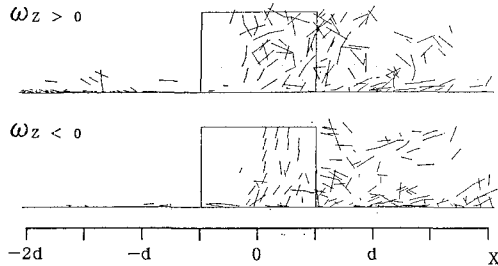
た。

また、円柱側方とは逆に、円柱前後では沖側および岸側ともに全周期にわたって底面近傍には特に際だった渦の生成や集中は観察されなかった。

次に位相 $\theta = 7\pi/16$ における流況を図-6(a)~(c) に示す。図-6(b) には $y < 0$ ，すなわち平面 $y=0$ より手前の空間に位置する vortex segment のうち ω_z が正のものと負のものとをそれぞれ分けて示している。図-6(b) の $\omega_z > 0$ の図に見られる円柱より岸側 (X が正の部分) に位置する vortex segment は、位相 $\theta \approx 0$ すなわち波峰通過時前後において円柱側面より剝離した後流渦である。また図-6(b) の $\omega_z < 0$ の図において、 $0 < X < d/2$ に位置するほぼ鉛直な vortex segment はこの位相において円柱表面で新たに生成された渦である。これはほぼ半周期前に円柱側面から剝離した渦が、主流の反転後再び円柱に接近し、図-6(c) に示すような局所



(a) vortex segment の水平分布

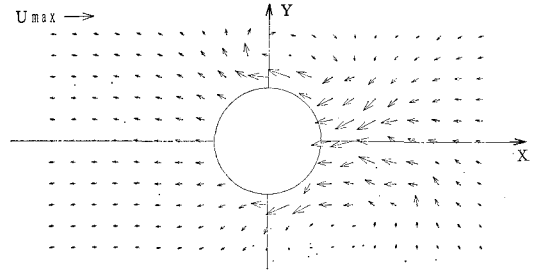


(d) vortex segment の鉛直 (X-Z 面内) 分布

的な流れを誘導するため、円柱のななめ前方（岸側）の表面で大きなスリップ速度が発生し、接近する剝離渦とは逆向きの渦度 ω_z を持つ渦の生成が助長されたためである。この様子は2次元で離散渦法による円柱まわりの流れのシミュレーション結果でも確認された（小林ら1989）ことであるが、本研究で行なったような3次元シミュレーションではこの現象は2次元性の強い上方部分にのみ見られ、3次元性の強い底面近傍の流れの中ではみられなかった。したがって、この現象は、主流反転時の円柱からの2次元剝離渦の生成を助長するものの、底面近傍ではほとんど影響を与えないことがわかる。

4. 結 論

本研究では粘性による循環の減衰を考慮にいたした3次元離散渦法を波動場における直立円柱まわりの底面近くの流れに適用し、その流れの本質的な特徴を捉えた。その結果によると、円柱側方においては、底面のごく近傍

(c) $Z=0.5d$ における水平面内流速分布
(U_{max} はストークス波理論による $Z=0.5d$ での最大流速)図-6 波峰通過後 ($\theta=7\pi/16$) の流況

で円柱表面から剝離した渦が stretching により成長して縦渦となり、底面上に新たな流速を誘導している。このように底面近傍の円柱周辺部においては、より上方の2次元的な流れ場とは異なり、円柱表面および底面から発生した渦が干渉しあい、局所的で変化の速い複雑な3次元流速場を形成している。

この3次元離散渦法による数値シミュレーションで、底質の運動に大きな影響を与える底面上の流体運動を捉えることができた。ただし、今回の計算条件では馬蹄形渦の発生は確認できなかった。今後、より大きな K. C. 数、あるいは洗掘の進んだ底面地形など異なった条件下でも数値シミュレーションを行ない、構造物周辺の流体運動の性質をより明確にする必要がある。

最後に、本研究を進めるにあたり的確な助言をいただいた東京大学の磯部雅彦助教授に謝意を表わす。

参 考 文 献

- 小川隆中・福西 祐・日野幹雄 (1988): 壁面における渦度の供給を含んだ3次元離散渦法による数値シミュレーション, 第20回乱流シンポジウム講演論文集, pp. 35~39.
- 小林智尚・磯部雅彦・渡辺 晃 (1989): 渦点法による非線形波動場の円柱まわりの流れのシミュレーション, 第44回年次学術講演会講演概要集第2部門,
- 灘岡和夫・八木 宏 (1988): 渦素子法による波動境界層の数値シミュレーション, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 16~29.
- Leonard, A. (1985): Computing three-dimensional incompressible flow with vortex elements, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 17, pp. 523~559.