

流れの中での波と底泥の相互干渉

中野 晋*・伊東 信幸**・藤平 依彦**

1. ま え が き

近年、シルトや粘土を多く含む高含水比の底泥の移動現象の解明は重要な問題としてクローズアップされるようになってきた。こうしたことからここ数年、波と底泥の相互干渉による波高減衰や質量輸送をはじめとして多くの研究成果が発表されている。著者の一人ら(1987)は波と底泥の相互干渉を計算する1手法として相当粘度の概念を用いて底泥の挙動をニュートン流体で置き換え計算する方法を提案している。港湾が建設される沿岸部や河口部では潮流や河川流と波浪が共存する場となっているため、波だけを対象としたこれまでの解析では適用できる場合は限られている。そこで本研究ではこれまでの計算手法を一樣流場に拡張し、波と流れの共存場での波と底泥の相互干渉を理論的に検討している。またスランプ試験を用いた底泥の降伏値の評価方法についても検討し、これまでの解析では無視していた底泥層深部の非流動化領域についても検討を加えている。

2. スランプ試験による底泥の降伏値の検討

(1) 粘塑性有限要素法によるスランプ試験シミュレーション

スランプ試験はコンクリートやモルタルのコンシステンシーを調べる試験法であり、スランプ値と降伏値とは関係が深いことが知られている。スランプ試験では自重により生じた流動が静止する時点で試料内部の応力が降伏値以下になっていると考えられるため、流動状況がシミュレートできれば計算された最終形状と実験時の最終形状とを比較することにより降伏値を推定することができる。こうした考え方により Tanigawa and Mori(1985)は粘塑性有限要素法を用いて、フレッシュコンクリートのレオロジー特性を調べている。著者らもこの手法を底泥の降伏値推定に用いることにした。

底泥のスランプ試験に用いたコーンは市販採泥器の寸法や作業の容易性を考慮し、内径と高さがともに 10 cm

の塩化ビニル製円筒である。したがって流動前の底泥を図-1 に示すように軸対称三角形リング要素に分割して表すことにした。底泥はビンガム流体と仮定し、構成則として Hohenemser and Prager の次式を適用する。

$$2\mu_B e_{ij} = \begin{cases} 0 & F < 0 \\ F\sigma'_{ij} & F \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

ここに、降伏関数 F は

$$F = 1 - \tau_y / \sqrt{J_2} \quad (2)$$

であり、 μ_B は塑性粘度、 τ_y は降伏値、 e_{ij} は変形速度テンソル、 σ'_{ij} は偏差応力テンソル、 J_2 は偏差応力テンソルの第2不変量である。まず試料の比重や初期形状などの条件を入力してから自重の各節点への振り分け、剛性マトリックスの計算、固定条件の処理を行った後、弾性計算から各要素の応力 σ を求める。次に (1)、(2) 式を用いて応力から変形速度を求める。微小時間内で速度は一定と考えれば e_{ij} から微小時間のひずみ量 ϵ が求められる。このひずみ量を生じさせる見かけの応力 σ^* を各要素で求め、これを要素内で積分することにより各節点ごとの見かけの節点荷重を計算し、これが作用する時の節点変位を求める。これら一連の計算を各タイムステップで行い、スランプ試験のシミュレーションを行った。計算ではポアソン比を 0.49、ヤング係数は 2.1×10^9 (gf/cm²)、塑性粘度は鶴谷ら(1986)がカオリナイト泥について回転粘度計で測定した値を用いた。また底板やコーンと試料との間の摩擦は無視している。なおヤング係数は結果には影響を及ぼさない。

(2) スランプ試験の計算結果と考察

図-2 はスランプ形状の時間変化を 1 秒までは 0.1 s ごと、その後 6 秒までを 0.5 s ごとに示したものである。また破線で示した曲線はカオリナイト泥のスランプ後の形状を側面からビデオ撮影し、それをトレースしたものである。なおシミュレーションの条件として与えた降伏値はこの最終形状から弾性有限要素法による応力解析(藤平ら, 1989)で求めた値を用いている。細かな形状は若干異なるが、シミュレーションの結果求められるスランプ値とその実測値はほぼ一致していることがわかる。図-3 は降伏値 τ_y とスランプ値 SL の計算値を底

* 正会員 工修 徳島大学講師 工学部建設工学科

** 学生会員 徳島大学大学院工学研究科

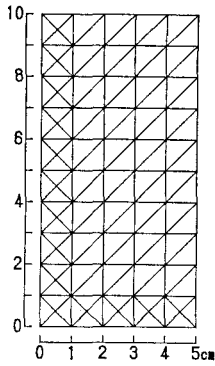


図-1 要素分割図

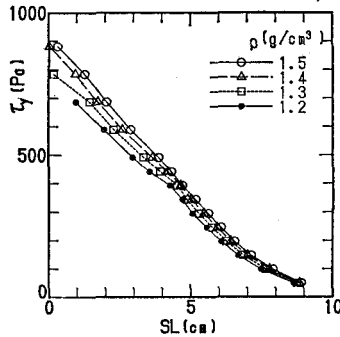


図-3 降伏値とスランプ値の関係

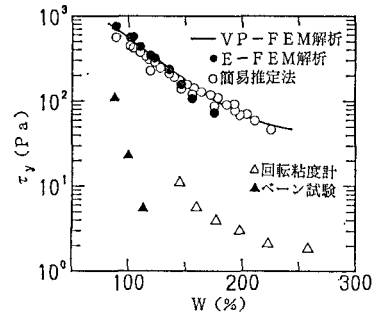


図-4 降伏値の含水比による変化

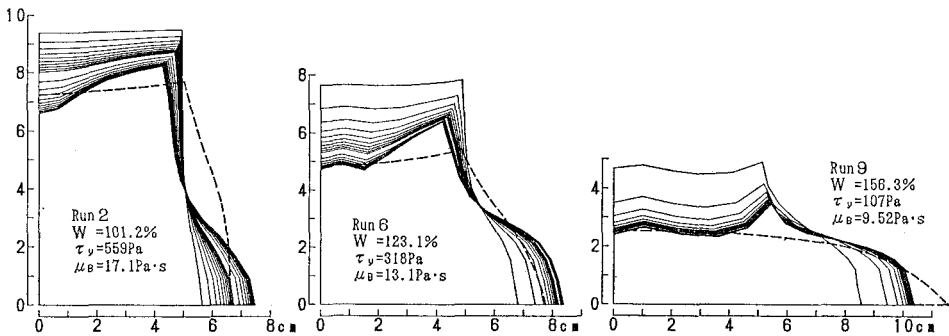


図-2 スランプ形状の時間変化(左からそれぞれ含水比 101.2, 123.1, 156.3%)

泥の比重ごとに示したものである。カオリナイトの場合、比重が1.2, 1.5はそれぞれ含水比約275%, 90%に相当するが、この間では比重が違ってスランプ値に大きな相違は見られないようである。こうした図を各含水比に対し作成し、スランプ値の実験値から底泥の降伏値を求め、なめらかな曲線で結んだもの (VP-FEM 曲線) を図-4 に示す。図には弾性有限要素法 (E-FEM) を用いて評価した降伏値やその他の測定方法で評価された降伏値、スランプ底面の拡がり幅 (LF 値) から次式を用いて評価した降伏値 (簡易推定法, 谷川・森, 1987) を同時に示した。

$$\tau_y = 2\rho gV/(\pi LF^2) \quad (3)$$

なお ρ は底泥の密度, V は体積である。図からスランプ試験から求められた降伏値はいずれもよく一致し、簡易推定法を用いても十分正確な降伏値を求めることができることや回転粘度計 (鶴谷ら, 1986) やベーン試験装置 (矢内・五明, 1988) による測定値がいずれもスランプ試験による降伏値より小さいことがわかる。

3. 一様流中での波と流れの相互干渉の理論

(1) 基礎方程式

流れのない場の波と底泥の相互干渉の計算手法である

粘性流体多層モデルを流れのある場に拡張する。

底泥層を n 層に分け、各層内では粘性係数と密度が等しいニュートン流体で近似できると考える。計算を容易にするため、水層 (第1層) は非粘性と仮定し、平均流速 U で鉛直方向に一樣な流れが作用しているとする。この時、運動方程式、連続式は以下の式で表される。

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + U \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \hat{p}_i}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \hat{w}_i}{\partial t} + U \frac{\partial \hat{w}_i}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \hat{p}_i}{\partial z} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \hat{p}_i}{\partial x} + \nu_i \left(\frac{\partial^2 \hat{u}_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}_i}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \hat{w}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \hat{p}_i}{\partial z} + \nu_i \left(\frac{\partial^2 \hat{w}_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{w}_i}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x} + \frac{\partial \hat{w}_i}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

なお, i は式 (6), (7) では $2 \sim n$, 式 (8) では $1 \sim n$ とする。また境界条件として、水面 ($z = \eta_1$) で

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} + U \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = \hat{w}_1 \quad (9)$$

$$\hat{p}_1 = 0 \quad (10)$$

水と底泥の境界 ($z = -h_1 + \eta_2$) で

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} = \dot{w}_2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\dot{w}_1 = \dot{w}_2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\hat{p}_1 = \hat{p}_2 - 2\rho_2\nu_2 \frac{\partial \hat{w}_2}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$0 = \rho_2\nu_2 \left(\frac{\partial^2 \hat{w}_2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \hat{w}_2}{\partial x^2} \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

また底泥内の各層 ($i \sim i+1$) 間の境界 ($z = -\sum_{j=1}^i h_j$) と底面 ($z = -\sum_{j=1}^n h_j$) では流れなしの場合 (中野ら, 1987) と同様, 各層間の境界では接線および法線応力と鉛直および流速の連続条件, 境界面の運動学的条件が課せられ, 底面では鉛直および水平流速が 0 の条件が課せられる。

水層に $\hat{u}_1 = -\partial \Psi / \partial z$, $\hat{w}_1 = \partial \Psi / \partial x$ の流れ関数 Ψ を導入する。また, 流れ関数, 水面波をそれぞれ

$$\Psi = \phi(z) \exp(ik(x - Ct)) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\eta_1 = a_1 \exp(ik(x - Ct)) \quad \dots\dots\dots (16)$$

で表すと, 式 (4), (5) は

$$\phi'' - k^2 \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる。水面での境界条件式 (9), (10) より

$$\phi = a_1 (U - C) \left\{ \cosh kz + \frac{g \sinh kz}{k(U - C)^2} \right\} \quad \dots\dots (18)$$

ここで $k (= k_r + ik_i)$ は波数, C は波速である。式 (11) から底泥波 a_2 は次式で与えられる。

$$a_2 = -\frac{a_1}{C} (U - C) \left\{ \cosh kh_1 - \frac{g \sinh kh_1}{k(U - C)^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

底泥層については前報と同様, $\hat{u}_i$, $\hat{w}_i$, $\hat{p}_i$ を

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_i &= u_i(z) \exp\{ik(x - Ct)\} \\ \hat{w}_i &= w_i(z) \exp\{ik(x - Ct)\} \\ \hat{p}_i &= P_i(z) \exp\{ik(x - Ct)\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

と仮定して求められた解の係数および波数 k は上記境界条件式を満たすように決められる。底泥は一般に非ニュートン流体であり, 運動状況によって粘度が変化する。したがって波動運動している底泥層を考える場合には式 (6), (7) 中の動粘性係数は一定ではなく, 時間的にも空間的にもたえず変化している。そうした非ニュートン流体の性質を考慮するため, 以下に示す相当粘度の導入を図っている。

(2) 相当粘度

底泥はずり速度の小さな範囲では Bingham 流体とは同じ性質を示す。Bingham 流体のレオロジー構成則は Hohenemser and Prager によると式 (1), (2) で表される。また Hencky によると, 運動状態下では,

$$\sigma'_{ij} = 2(\mu_B + \tau_y / \sqrt{4|II_e|}) e_{ij} \quad \dots\dots\dots (21)$$

で表される。ここに II_e は変形速度テンソルの第 2 不変量である。(1) と (21) の両式は本質的には全く同じであ

るが, 式 (1) では降伏関数の正負により, 流動状態と静止状態が区別される。なおどちらの式でも $\tau_y = 0$ のとき, ニュートン流体を表す。

x, z 方向の運動が卓越する場で, $4|II_e|$ は

$$4|II_e| = 2 \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \hat{w}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial z} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial x} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (22)$$

で表される。

ある限られた底泥空間の 1 周期平均の粘度 μ_e を考える。底泥の 1 周期平均の $|II_e|$ が粘度 μ_e であるニュートン流体の場合の速度場について計算されたもので近似できる場合には底泥の 1 周期平均の局所的な粘度 μ_e が式 (1) から,

$$\mu_e \doteq \mu_B / (1 - \tau_y / \sqrt{J_2}) \quad \dots\dots\dots (23)$$

で与えられる。また式 (21) を用いると

$$\mu_e \doteq \mu_B + \tau_y / \sqrt{4|II_e|} \quad \dots\dots\dots (24)$$

の関係が得られる。また J_2 は μ_e を用いると

$$J_2 = \mu_e (4|II_e|) \quad \dots\dots\dots (25)$$

で表される。なお μ_e は 1 周期平均量を表す。

実際に計算を行う際にはまず相当粘度の鉛直分布を仮定してから, (4) ~ (8) 式を解き, 求められた速度場から 1 周期平均の不変量を計算し, (23) 式あるいは (24) 式から相当粘度を求める。こうして求めた相当粘度の鉛直分布と仮定されたものが一致するまで繰り返し計算を行う。なお (23) 式と (24) 式で計算される相当粘度は波高が大きく内部応力が大きい場合はほぼ一致する。しかし式 (23) では内部応力が小さい場合に, 降伏関数 F が 0 あるいは負となり, 非流動化領域が判断できる。

(3) 側壁近くでの粘性逸散による波高減衰の影響

底泥は水に比べて粘度が 10^4 以上も大きいので, 実験水路では波高減衰に及ぼす側壁の影響は無視できない。流れなしの場合について著者の一人らが境界層近似を用いた方法を提案しているが, 群速度 C_g が流れに影響を受ける以外はそのまま適用できる。

各底泥層の単位幅当たり, 1 周期平均のエネルギー逸散率を dE_t/dt とすると, 側壁の影響による波高減衰率 k_{iw} が

$$k_{iw} = -\sum_i \frac{dE_t}{dt} / C_g (\rho_1 g a_1^2 + (\rho_2 - \rho_1) g a_2^2)$$

で求められる。ここで $C_g (= d\sigma/dk)$ は境界条件式を波数 k で偏微分して得られた連立方程式から計算される。

(4) 非流動化領域の検討

この粘性流体多層モデルを用いた計算ではすでに運動状態にある底泥層を対象としている。したがって底泥に作用する応力が小さい場合には流動化領域を推定してから計算する必要がある。波浪による軟弱海底地盤の液状

化については Yamamoto ら(1978)によると飽和した粘性土地盤内の最大せん断応力は次式で表される。

$$\tau_{max} = p_0 k z' \exp(-kz') \dots\dots\dots (27)$$

ここで p_0 は底泥表面に作用する圧力の振幅で、 z' は底泥表面からの深さを表す。底泥床上に波が作用し始めた初期の段階では底泥床内部の応力はこの式で近似できると考えられ、

$$\tau_{max} > \tau_{ys}$$

となる領域が流動化し運動を始める。ここで τ_{ys} は静止状態での底泥の降伏値である。底泥は運動状態になるとせん断強度が急速に低下するため、静止時の τ_{ys} は運動時の流動特性を表す τ_y より大きいと考えられる。したがって回転粘度計などで求められた降伏値 τ_y とは区別すべきである。

底泥運動が生じると底泥内の応力分布は静止時とは異なり、運動時の最大せん断応力 τ_{max} は偏差応力テンソルの2次不変量を用いて

$$\tau_{max} = \max(\sqrt{J_2}) \dots\dots\dots (28)$$

で表される。非流動化領域の上端部に作用する応力と流動化領域の最深部の応力は等しいため、流動化領域の拡大の可能性は式(28)で最深部の最大せん断応力を求めて τ_{ys} と比較することにより判定される。

4. 実験装置と実験方法

(1) 実験水路

実験は造波板から水路端までの長さが16.8m、幅0.48m、高さ0.75mの片面ガラス張りの廻流装置付2次元造波水路で行った。水路のはぼ中央部に長さ3m、高さ16cmの底泥床部を設けた。また底泥床部の前と後の2mの区間には水平な固定床と勾配16%の斜面を接続して設置している。流れはバルブ操作により正逆可変であり、Waltman 式流量計で流量調整した。

(2) 実験方法

底泥としては含水比を調整したカオリナイト (Engel Hard 社, ASP 600) を用いた。水深は20cm、底泥厚さは10cm、波の周期は1秒である。流れとしては平均流速 -20, -10, 0, 10, 20 cm/s の5種類である。波の測定は容量式波高計、底泥波の測定は超音波測深器 (正豊工学製) を用いている。両者の出力信号はパソコンで直接AD変換してフロッピーディスクに集録した。波長は同時に測定した3カ所の波高計記録からクロススペクトル法により求めた。

5. 計算結果と実験結果の比較

(1) 波高減衰

図-5 は平均流速 U を10, 0, -10 cm/s と変化させ、波高減衰の状況を調べたものである。測定台車に波高計

と超音波測深器を取り付け、20 cm 間隔で水面波高と底泥波高を測定した結果である。 $x=0$ m での水面波高 H_{w0} は5~6 cm であるが、いずれのケースも $x=3$ m の底泥床の岸側端では2 cm 前後に減衰しているようすがわかる。

図に示した曲線は底泥層を5層に分割し、全層が流動化していると仮定して計算した結果である。計算モデルでは速度分布などを z のみの関数として与えているため、波が進行するにともない場所的に波高減衰率が変化することは考慮されていない。そこで底泥床長3mを10 cm ごとの30区間に分け、各区間では現象が変化しないと考え、順次計算を行っている。また各区間の波高変化の計算では側壁の影響を考慮した波高減衰率 k_{it} ($=k_{i0}+k_{iw}$) を求めて用いている。図より計算結果が水面波の波高減衰の状況をよく表していること、底泥波高が水面波の減衰にともない、同様に減衰していることなどがわかる。ケースにより含水比が少し異なるが、波高減衰が流れの状況により変化し、順流から逆流になるにしたがい、波高減衰が大きくなることがわかる。また底泥波高の測定結果からもわかるように波高が2 cm 程度と小さい場合にも底泥運動は生じており、岸側でも流動化が生じていたと考えられる。波高2 cm の時に底泥内に生じていた最大せん断応力を見積ると、流れなしの場合には、底泥床の底面で最大となり、(27)式によると19.1 Pa、式(28)では16.6 Pa となる。含水比165%のカオリナイトの降伏値は回転粘度計では約5 Pa、スランブ試験の結果では約130 Pa である。これと比較すると底面での最大せん断応力が両者の中間に位置しており、このことはスランブ試験で求められた降伏値以下でも底泥の流動化が生じていることを示している。

図-6 は含水比が約200%と165%の2種類について平均流速を-20~20 cm/s まで5通りに変化させて $x=0.5, 1.5, 2.5$ m の3カ所で同時に測定した波高値から求めた波高減衰率の変化を調べたものである。なお波高は $x=0.5$ m の位置で約5 cm になるように調整した。

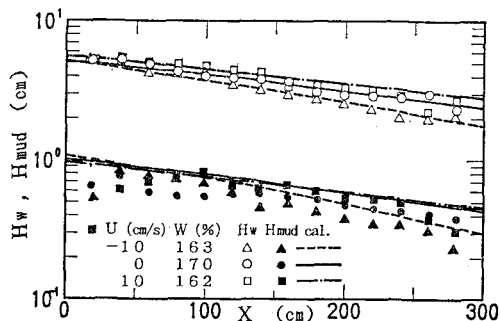
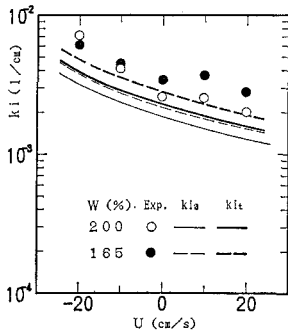
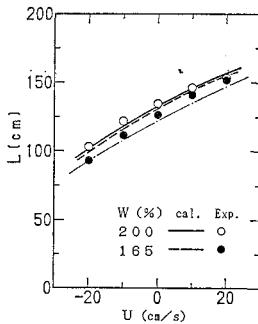


図-5 水面波と底泥波の波高減衰



図—6 波高減衰率の流れによる変化



図—7 波長の流れによる変化

図中の曲線の内、細い曲線は波と底泥の相互干渉のみの波高減衰率 k_{i0} を示し、太い曲線は側壁の影響を考慮した波高減衰率 k_{it} を示している。なお波高減衰率の計算値は x 方向に変化するため、 $x=1.5\text{ m}$ での計算値を代表値として示している。計算により波高減衰率の流れによる変化がよく表されているが、定量的には計算値が実測値の 0.6~0.9 程度と小さな値を示す。これは計算では底泥をニュートン流体で近似して表しているため、塑性によるエネルギー逸散量が評価できていないためではないかと考えられる。

(2) 波 長

図—7 は水面波の波長の流れによる変化を示したものである。含水比 200% の場合には実測値と計算値はほぼ一致しているが、含水比が 165% では計算波長が少し長

くなっている。また水深 20 cm の固定床の場合の波長は

$$\left(\frac{L}{T} - U\right)^2 = \frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \dots\dots\dots (29)$$

で計算され、図中の 1 点鎖線で示されている。含水比 165% の場合の逆流の場合には底泥運動が小さくなることから、固定床上の波長の計算値に近くなっている。

6. ま と め

本研究では粘性流体多層モデルを一樣な流れのある場に拡張して、波と底泥の相互干渉を理論的に検討した。その結果、この計算手法により流れのある場でも底泥床上での波高減衰が実用上十分良く計算できることが確かめられた。また底泥内の非流動化領域の評価方法についてもスランプ試験による降伏値などとの関係から考察を加えたが、現時点ではこれについての結論を得るには至らなかった。

最後に、本研究は文部省科学研究費、奨励研究 (A) 「流れの中での波と底泥の相互干渉による底泥移動について」の補助を受けて実施されたものである。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 谷川恭雄・森 博嗣 (1987): フレッシュコンクリートのコンシステンシー評価法, コンクリート工学, Vol. 25, No. 5, pp. 4~16.
- 鶴谷広一・中野 晋・鷹濱 潤 (1986): 回転粘度計による底泥の流動特性の検討, 港研資料, No. 556, pp. 1~29.
- 富田幸雄 (1975): レオロジー, コロナ社, 444 p.
- 中野 晋・鶴谷広一・鷹濱 潤 (1987): 波と底泥の相互干渉による波高減衰と底泥の流動, 港研報告, 26 巻, 2 号, pp. 171~212.
- ファン, Y. C. (1980): 連続体の力学入門, 改訂版, 培風館, pp. 225~227.
- 藤平依彦・中野 晋・細井由彦 (1989): 高含水比底泥の降伏値と初期移動について, 41 回中四支部概要集, pp. 158~159.
- 矢内栄二・五明美智男 (1988): 軟らかい底泥のせん断強度について, 43 回年講概要集, II 部, pp. 768~769.
- Tanigawa, Y and H. Mori (1985): Slumping behavior of fresh concrete, Res. Rep. Fac. Eng. Mie Univ., Vol. 10, pp. 85~96.
- Yamamoto, T., H. L. K. H. Sellmeijer and E. V. Hijum (1978): On the response of a poro-elastic bed to water waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 87, part 1, pp. 193~206.