

## 傾斜海浜における漂砂量則について

河 田 惠 昭\*

## 1. 緒 言

かつて、Einstein (1950) が掃流砂関数を提案後、飛砂における揚力係数の修正 (Kadib, 1966) や漂砂における加速度の効果 (Abou-Seida, 1965) などの導入によって、砂粒の輸送現象を統一的に説明しようとしたことは、大きな評価を与えられるべきであろう。これら一連の研究は確率的な考察に主眼を置いたものであって、ほぼ同時代の Bagnold (1954, 1963, 1973) による砂粒の運動機構に立脚したこれらの輸送現象の解析と双壁を成している。これら両者のアプローチは、融合されるべきものであるが、その基礎には砂粒の輸送量を規定するエネルギーあるいは運動量保存則のいづれかが適用されていなければならぬと考えられる。

著者ら(1974, 1975)は、すでに砂粒の滑動、転動および跳躍を含む広義の saltation 機構に関する解析を行い、運動量保存則と、飛砂では跳躍砂粒の分配則を、流砂では定常跳躍の理論を用いて、両現象における砂粒の流送機構の統一理論とその適用性を明らかにした。しかしながら、漂砂については、非定常場の現象であり、しかも当時、plane bed における漂砂量の実験値がなく、また、漂砂が浅海域の  $10^{-1}$  から  $10^{-2}$  のオーダーの勾配の海浜で大部分発生するので、海浜勾配の影響を理論に導入する必要があり、結局、今日まで漂砂量則の誘導に成功しなかった。その間、漂砂量式への勾配の導入方法については、Kobayashi (1982) は簡単な力の釣合による評価法を、山下ら(1986)は重力の斜面方向成分を掃流力の変化として算定する方法を提案しているが、いずれも砂粒の運動機構の解析から求めたものではない。

今回、砂粒の運動方程式に斜面勾配の影響を表す項を導入して、解析解を得ることができたので、これと砂粒群に運動量保存則を適用して漂砂量式を誘導する過程を示すとともに、その結果の妥当性について、実験データとの比較から評価する。ついで、斜面勾配の影響を表す漂砂量式と移動限界の式を用いて、砂れんのある場合への適用方法について考察した結果を述べる。

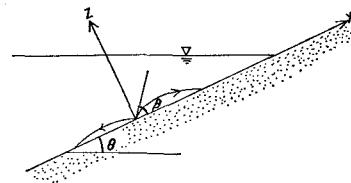


図-1 座標系と変数の定義

## 2. 漂砂量則に関する理論

(1) 運動方程式と飛高・飛距離: いま、砂粒を球体として取り扱い、流体抵抗は跳躍の際の砂粒 Reynolds 数がかなり大きくなることから、相対速度の 2 乗に比例するとし、流体の乱れの影響が省略でき、かつ砂粒の抗力係数が鉛直・流下方向に変わらないと仮定すれば、図-1 の座標系を参照して、次式が成立する。

$$\bar{W} \equiv W/u_*, \quad \bar{U} \equiv U/u_*$$

$$K^2 = (4/3)/(\tau_* C_D) \quad , \quad \tau_* = u_*^2/(\sigma/\rho - 1)gd \quad ,$$

$$\bar{t} = (3/4) \{ C_D / (\sigma/\varrho + 1/2) \} (u_* t/d)$$

ここに,  $W$  および  $U$ : それぞれ砂粒の鉛直および斜面方向の速度成分,  $u_*$ : 摩擦速度,  $\theta$ : 斜面の傾斜角,  $C_D$ : 砂粒の抗力係数,  $\sigma$  および  $\rho$ : それぞれ砂粒と流体の密度,  $d$ : 砂粒の直径および  $g$ : 重力の加速度である. さらに, 式(1)における複号は砂粒の上昇・下降に対応している. また,  $u$  は砂粒の跳躍運動における代表流速であり, 飛高が余り大きくなく, 流速分布の影響が省略できるとすれば, 次式が近似的に成立する.

ここに、 $A_r$  は完全粗面乱流の場合約 8.5 となる定数である。

さて、砂粒の飛高  $H$  と飛距離  $L$  は、砂粒の初速度  $W_0$  と  $U_0$  を初期条件とし、 $(W_0/K) \ll 1$  の範囲で、式(1)を積分すれば、結局、次式となる。

$$\bar{H} = (2/3) \{ (\sigma/\rho + 1/2) C_D \} (\bar{W}_0 / K \sqrt{\cos \beta}) \dots \dots \quad (4)$$

$$\bar{L}_u = (4/3) \{ (\sigma/\rho + 1/2)/C_D \} [2\bar{u}\bar{W}_0/K^2 \cos \beta]$$

$$+ K \sin \beta [2\bar{W}_0/K^2 \cos \beta - (1/K\sqrt{\sin \beta}) \log \{1$$

$$+ 2\bar{W}_0/K^2 \cos\beta (K\sqrt{\sin\beta} + \bar{u} - \bar{U}_0) \} ] ] \cdots (5)$$

$$\bar{L}_a = (4/3) \{ (\sigma/\rho + 1/2)/C_D \} [2\bar{u}\bar{W}_0/K^2 \cos \beta - \log \{ 1 + 2\bar{W}_0(\bar{u} - \bar{U}_0)/K^2 \cos \beta \}] \dots (6)$$

ここに、添え字  $u$  と  $d$  はそれぞれ斜面に沿って上昇・下降を表す。これからわかるように、飛高と飛距離は跳躍運動の初速度  $\bar{U}_0$  と  $\bar{W}_0$  の関数で与えられる。

(2) 定常跳躍における初速度: 砂粒が床面で衝突と反発を繰り返して運動する場合(継続跳躍と呼ぶ)、何回か繰り返すと初速度が一定となる定常跳躍が流砂や飛砂で存在することがわかっている(土屋・青山、1969)。とくに、水中では跳躍砂粒は数回の継続跳躍で定常跳躍に達することが流砂の実験でわかっているので、同じ取り扱いを漂砂の場合に適用する。まず、式(1)および(2)から砂粒が跳躍を終えて床面に衝突する寸前の速度が計算され、つぎのようになる。

$$\bar{U}_{1u} = \bar{u} - K_0 [1 + 2z_1 / \{1 - z_1 + 4K_0\bar{W}_0/K_1^2\}] \dots (7)$$

$$\bar{U}_{1d} = \bar{u} - \{(\bar{u} - \bar{U}_0) - 2\bar{W}_0(K_0/K_1)^2\} / \{1 + 2\bar{W}_0(\bar{u} - \bar{U}_0)/K_1^2\} \dots (8)$$

$$\bar{W}_1 = -\bar{W}_0 \dots (9)$$

$$\text{ここに, } K_0 = K\sqrt{\sin \beta}, \quad K_1 = K\sqrt{\cos \beta}, \\ z_1 = (\bar{u} - \bar{U}_0 - K_0)/(\bar{u} - \bar{U}_0 + K_0)$$

であり、添え字  $1$  は衝突直前を表す。このように衝突直前の速度も初速度の関数で与えられる。つぎに、跳躍砂粒と床面の静止砂粒との衝突・反発によって跳躍を継続したとすれば、その前後で運動量保存則を適用すれば、落下速度と反発速度の関係は、次式で与えられている。

$$\bar{U}_0 = e\bar{U}_1 \dots (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_0 &= e \{ b_1 \bar{U}_1 + b_2 \bar{W}_1 \} / \{ b_3 + b_1 (\bar{W}_1 / \bar{U}_1) \}, \\ b_1 &= (1+e) \tan \gamma, \quad b_2 = (1-e) \tan^2 \gamma, \\ b_3 &= (\tan^2 \gamma - e) \dots (11) \end{aligned}$$

ここに、 $e$ : 反発係数および $\gamma$ : 衝突時に反発砂粒と静止砂粒の中心間を結んだ直線が $x$ 軸となす角度である。そこで、最初に与えた初速度と反発後の初速度が同じであるという条件を付加すれば、定常初速度を求めることができる。それらを式(4), (5)および(6)に代入すれば、結局、飛距離と飛高は次のように表される。

$$\begin{aligned} \bar{H}_u &= (1/6) \{ (\sigma/\rho + 1/2)/C_D \cos \beta \} [\lambda^2 [1+e \\ &\quad - (1-e)\sqrt{\sin \beta}/(\bar{u}/K) - \sqrt{(1-e)} \\ &\quad + (1+e)\sqrt{\sin \beta}/(\bar{u}/K)]^2 \\ &\quad + 2\cos^2 \beta (1-e)/\lambda (\bar{u}/K)^2] (\bar{u}/K)^2, \end{aligned} \dots (12)$$

$$\bar{L}_u = 4\bar{H}_u/\lambda \dots (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_a &= (1/6) \{ (\sigma/\rho + 1/2)/C_D \cos \beta \} \lambda^2 [1+e \\ &\quad - \sqrt{(1-e)^2 + 2\cos^2 \beta (1-e)} \\ &\quad - 2e\lambda \tan \beta / \{ \lambda (\bar{u}/K)^2 \}]^2 (\bar{u}/K)^2, \end{aligned} \dots (13)$$

ここに、 $\lambda$  は飛高と飛距離の比である。

(3) 運動量保存則と漂砂量: いま plane bed の砂面形態を対象とし、集団として跳躍している砂粒群を含む流体運動に運動量保存則を適用すると、近似的に次式が成立する。

$$\tau_f = \tau_s + \tau_r \dots (14)$$

ここに、 $\tau_0$ : 全せん断応力、 $\tau_s$ : 跳躍砂粒と砂面の静止砂粒との衝突によって生ずるせん断応力、および $\tau_r$ : 流体によるせん断応力である。漂砂や流砂では跳躍砂粒の運動層(saltation 層と呼ばれる)の厚さが粒径の数倍程度であって、層内の流速測定は困難であるが、飛砂では数十倍になるので、すでに Bagnold(1954) や河村(1951)が計測している。その結果から、層外の風速の大きさに関係なく、砂面近傍では風速がほぼ一定になることから、そこでは近似的に砂粒の移動限界の値  $\tau_0$  にほぼ等しくなっていると判断される。従って、漂砂の場合にもこの様な状態になるとすると考えると、次式が成立する。

$$\tau_f = \tau_0 \dots (15)$$

つぎに、単位時間単位面積当たり  $n$  個の跳躍砂粒が床面と衝突し、反発するとすれば、流下方向に働く平均の力  $F_x$  は、飛高の分布を表す確率密度関数を用いて、変数変換して、平均値を求めると、つぎのように表される(土屋・河田、1975)。

$$\begin{aligned} F_x(\tau_s) &= mn(1/e-1)\sqrt{2g(\sigma/\rho-1)/(\sigma/\rho+1/2)} \\ &\quad \times /(\cot \beta_m)\sqrt{H_m} \dots (16) \end{aligned}$$

ここに、1 個の砂粒の質量を  $m$  とした。式(14)に式(15)および式(16)を代入すれば、単位面積単位時間当たり砂面に落下する砂粒の全質量は、次式で表される。

$$\begin{aligned} G_0 &= \{e/(1-e)\}(\tan \beta_m) \\ &\quad \times \sqrt{(1/2g\bar{H}_m)(\sigma/\rho+1/2)/(\sigma/\rho-1)(\tau_0-\tau_c)} \dots (17) \end{aligned}$$

ここに、 $G_0 = mn$  であり、平衡状態では単位面積単位時間当たり砂面から飛び出す砂粒の全質量に等しい。従って、跳躍砂粒による漂砂量は、式(12), (14) および(17)から、つぎのようになる。

$$q_{*d} = q/u_* d = \bar{G}_0 \bar{L}_m \dots (18)$$

$$\begin{aligned} q_{*u} &= a_1 [1+e+(1-e)\sqrt{\sin \theta}/(\sqrt{3}/2A_r\sqrt{C_D\tau_*}) \\ &\quad - \sqrt{(1-e+(1+e)\sqrt{\sin \theta}/(\sqrt{3}/2A_r\sqrt{C_D\tau_*}))^2} \\ &\quad + 8(1-e)\cos^2 \theta/(3\lambda C_D A_r^2 \tau_*)] (\tau_* - \tau_{*c}) \dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{*d} &= a_1 [1+e-\sqrt{(1-e)^2+8\cos^2 \theta (1-e)} \\ &\quad - 2e\lambda \tan \theta/(3\lambda C_D A_r^2 \tau_*)] (\tau_* - \tau_{*c}) \dots (20) \end{aligned}$$

ここに、 $a_1 = (e/1-e) \tan \beta_m (1+\rho/2\sigma) A_r / \sqrt{\cos \theta}$  であり、 $\bar{G}_0 = G_0/\sigma$  である。式(19)および(20)から、漂砂量に及ぼす斜面勾配の影響は上り勾配と下り勾配では非対称であり、かつ水平床( $\theta=0$ )では両式が完全に一致することができる。

(4) 砂粒の移動限界に及ぼす海浜の勾配の影響: いま、移動限界状態にある1個の静止砂粒を考えると、その限界状態では、次式が成立する。

$$u^2/gd = (1/3)(\pi/C_D) \{ (\sigma/\rho - 1) \cos \theta \tan \phi \\ + (\sigma/\rho) \sin \theta \} \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

ここに、 $\phi$ : 砂粒の水中安息角である。式(21)に式(3)を代入し、変形すれば、結局、限界 Shields 数は、つぎのように表される。

$$\tau_{*c} = \tau_{*0} \{ \cos \theta \mp (\sigma/\rho)/(\sigma/\rho - 1) (\sin \theta / \tan \phi) \} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

ここに、 $\tau_{*0}$  は水平床での移動限界 Shields 数である。

### 3. Plane bed における漂砂量の実験値との比較

(1) 水平床の場合: 図-2は従来の水平床での plane bed の砂面形態における半周期漂砂量の実験値を Shields 数と無次元漂砂量との関係で図示したものである。図中の曲線は流砂の跳躍砂粒の実験結果から、 $\tan \beta_m = 0.577$ ,  $\lambda = 0.4$  とし、 $\tau_{*0} = 0.04$  とおいて式(19)あるいは(20)で  $\theta = 0$  の場合を計算したものである。ただし、反発係数は、流砂の場合 0.63 としたが、漂砂では 0.55 として

いる。実験値はすべて振動水流槽におけるものであって、Shields 数が 1 以上では浮遊漂砂が存在していること、また Shields 数が  $10^{-1}$  のオーダーでは従来の実験結果から考えて完全な plane bed になっていない可能性があることを勘案すれば、無次元掃流力の広い範囲にわたって計算値と実験値は一致していると言える。図-3 は反発係数のみを 0.63 とした plane bed の河床形態における流砂量の計算結果と実験結果との比較を示すもので、両者のよい一致が認められる。

漂砂では、Shields 数として最大せん断応力を用いて整理しており、外力が非定常、すなわち周期的に変化することを考えれば、過大に漂砂量を評価することにつながる。従って、反発係数を流砂の場合に比べて小さくして 0.55 とすることによって、漂砂量を精度よく算定できることは、外力の非定常性が反発係数の修正の形に集約されて表現できることを意味している。このことは言い替えれば、掃流砂の流砂機構と漂砂機構の本質は同じであることを示していることにはかならない。なお、水中での砂粒の反発係数の実験値は図-4 の通りであって、砂粒が加速度運動中の値ということを考慮すれば、漂砂の場合の 0.55 という値は物理的にも妥当なもので

あると言える。

(2) 傾斜床の場合: 図-5 は Shields 数をパラメターとして半周期漂砂量を式(19), (20) および (22) から求めたものであり, 水平床における漂砂の移動限界 Shields 数を 0.04 とおいている。これらから, 勾配の影響は Shields 数が小さいほど顕著であって, これが大きくなるとあまり差が現れないことが見いだされる。また, 斜面に沿って上昇する場合の半周期漂砂量に勾配の影響がより大きく出ることがわかる。

ここで、斜面に沿って下降・上昇する半周期漂砂量の差から、net の漂砂量を求め、斜面勾配をパラメーターとして示したものが図-6 である。これから、net の漂砂量に及ぼす斜面勾配の影響は大きく、かつ、勾

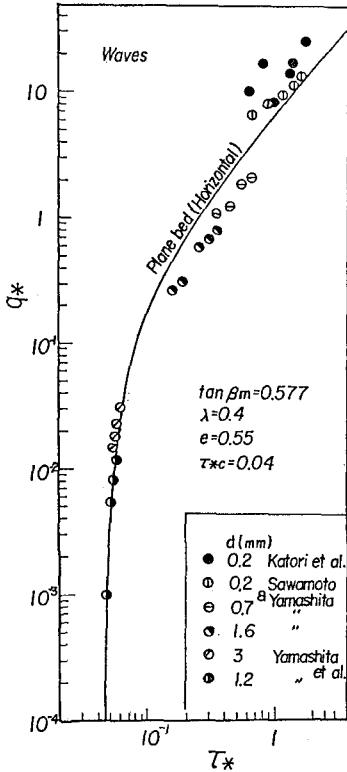


図-2 Plane bed における漂砂量の  
計算値と実験値との比較

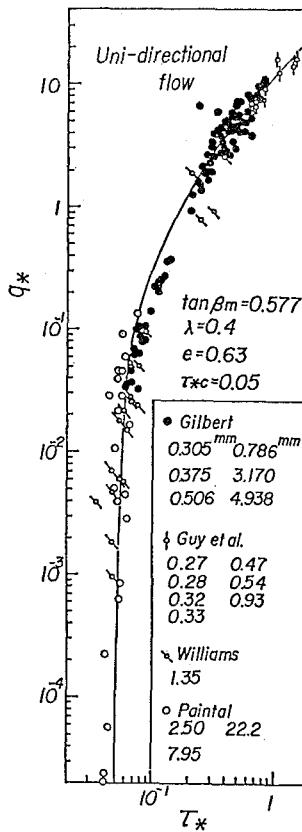


図-3 Plane bed における流砂量の計算値と実験値との比較

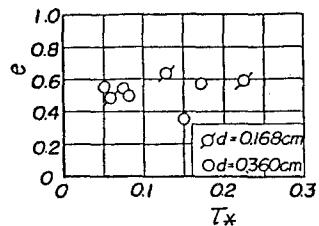


図-4 流砂の反発係数の実験値  
(土屋・青山, 1970)

配の変化に対して平行的に増減するが、Shields数による変化は半周期漂砂量のそれに比べてかなり小さいことがわかる。このことは、netの漂砂量にShields数より、海浜勾配の変化の方が大きく影響することを表している。

つぎに、実験値との対応を調べた結果が図-7である。ただし、いずれもShields数が移動限界をわずかに上回る0.05のオーダーであり、当然、実験上の精度を左右する色々の要素がnetの漂砂量に大きく影響するため、ここでは斜面勾配の影響のみ着目して、計算値と実験値とを比較している。これから、斜面勾配の変化に対して、netの漂砂量の変化が計算値によってよく説明され、両者はほぼ線形の関係にあることが見いだされる。

#### 4. 砂れんのある場合への適用

高波浪時の碎波帯を除いて、浅海域には一般に砂れんが存在していると考えてよく、ここにおける漂砂量を精度よく算定することは、実用上重要であろう。Shields数が1程度を越えて、浮遊漂砂が常時存在する場合を除いて、それ以下では浮遊漂砂が消失、もしくはそれに近い状態の位相が存在する。すなわち、砂れんの背面上をbed material loadとして運動してきた漂砂が、その峰から渦に取り込まれて浮遊漂砂となり、一部は掃流漂砂として砂れんの谷へ落ちて行く過程が基本的な漂砂の挙動であろう。従って、半周期の漂砂量として砂れんの背面上のbed material loadを評価すればよいことになる。

さて、図-5で指摘したように、斜面勾配の漂砂量に及ぼす影響がかなり大きい。このことから、砂れんの背面が傾斜しているので、その影響が漂砂量に現れると考えられる。そこでこの点に関して検討することにした。まず、砂れんの背面の長さと跳躍砂粒の飛距離との比較であるが、従来の実験結果(沢本・山下、1985)を参照す

れば、背面上で10回程度の継続跳躍が可能であって、そのときの初速度は十分定常速度に達していると見なすことができよう。従って、ここで展開した理論が適用可能と判断される。図-8は造波水槽の水平床で漂砂量と砂れんの特性を同時に計測した実験値と、砂れんの勾配を考慮して、式(19)と(22)から求めた値との比較をしたものである。これから、かなりの程度両者が対応することが見いだされる。

つぎに、間接的な方法で妥当性の検討を行った。すなわち、砂れんの波形勾配については、Nielsen(1979)が造波水槽もしくは振動流水槽の実験結果から、次式によって近似的に与えている。

$$\eta/\lambda_s = 0.182 - 0.24\tau_*^{1.5} \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 $\eta$ および $\lambda_s$ : それぞれ砂れんの波高と波長である。一方、Abou-Seida(1964, 1965)は造波水槽で漂砂量の実験を行った際、砂れんが発生したことを報告しているが、その形状は計測していない。彼の用いた砂粒の粒径やShields数の実験条件は式(23)の適用範囲に入っているので、その特性は平均的に式(23)で表されるものと考えてよいであろう。

図-9は砂れんの特性を式(23)で与えて半周期漂砂量とShields数との関係を示したものである。ここで、摩擦係数の推定では、Jonsson(1966)とEngelund(1972)らの関係を用いた。なお、振動板による実験では砂れん形状に問題があるので(河田、1989)、ここでは用いていない。砂れんの谷から峰にかけての平均勾配はその波形勾配の2倍に相当するが、この図から実験値と計算値がよく対応していることがわかる。なお、実験値からは底面の流速振幅 $a$ と粒径 $d$ の比で示される、いわゆる加速度の効果は明らかではない。さらに、ここでの解析結果から、砂れんの波形が非対称の場合、netの漂砂量が存在することになる。

以上のことから、砂れんの場での平均的なShields数

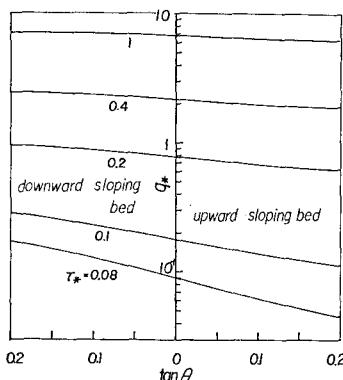


図-5 半周期漂砂量に及ぼす海浜勾配の影響

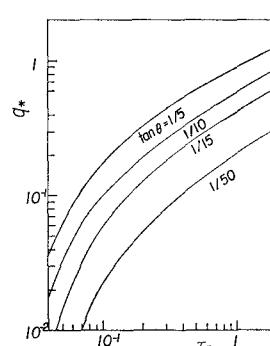


図-6 海浜勾配によるnetの漂砂量の変化

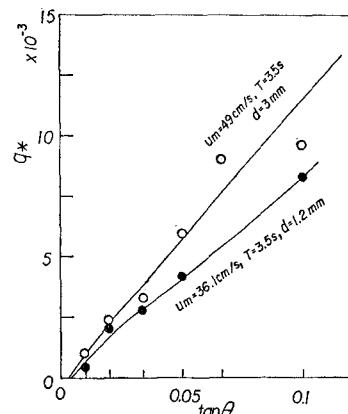


図-7 Netの漂砂量の実験値(山下ら、1986)と計算値との比較

と砂れんの勾配を評価すれば、式(19)と(22)によって、漂砂量が算定できることがわかる。

最後に、本理論の浮遊漂砂への適用性を述べておこう。わが国の砂浜海岸では、底質の中央粒径が 0.3 mm 程度であることが多く、これが非碎波の波によって浮遊が卓越する場合においても、ある位相で濃度が零、あるいはそれに近い値になることは多くの実験・現地観測結果の示すところである。この事実は浮遊が底面からの拡散によって連続的に発生しているのではな

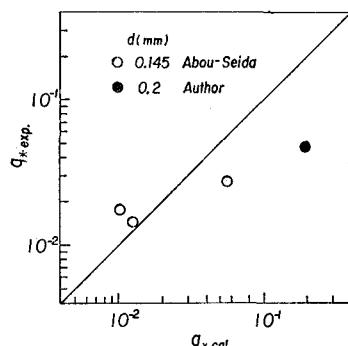


図-8 砂れんのある場合の漂砂量の計算値と実験値の比較

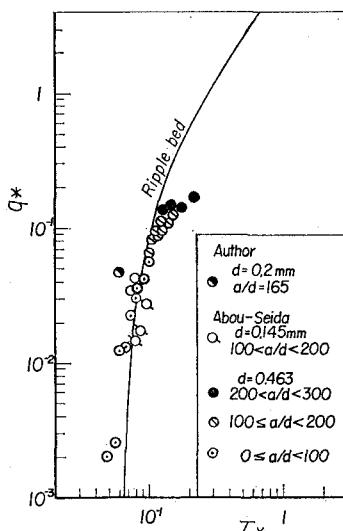


図-9 砂れんのある場合の漂砂量の Shields 数による変化

く、たとえば、砂れんの峰からの離散的な渦の放出に起因していることを表している。したがって、後者に至る砂れん背面上の bed material load としてのフラックスの評価が浮遊を含む漂砂量の算定につながるのであり、結果的に浮遊漂砂がかなり卓越する場合にも本理論は適用できるといえる。

## 5. 結 語

ここでは、傾斜海浜における漂砂量則を示し、その妥当性を検討した。得られた主要な成果は、つぎのようである。

1) 砂粒の跳躍機構の解析と運動量保存則の適用によって、傾斜海浜における漂砂量則を誘導した結果、水平床の plane bed の床面形態における漂砂量を精度よく算定できることがわかった。この場合、外力の非定常性を砂粒の反発係数の修正の形で無理なく理論に取り込めるところから、ここで示した取り扱いは漂砂と流砂・飛砂の

統一理論として妥当であると言える。

2) 傾斜海浜での net の漂砂量に及ぼす斜面勾配の影響が非常に大きく、本理論でそれを定量的に評価できることが見いだされた。

3) 砂れんの場合における漂砂量の減少は、その波形勾配を漂砂量則で考慮すれば、十分算定できることがわかった。

ここで示した成果は、任意の海底形状を有する海浜変形予測ばかりでなく、たとえば急勾配水路の流砂量の算定や海岸・河川構造物周辺の局所洗掘機構の解明にも十分適用できるものと確信している。

最後に、貴重なご助言を賜った京都大学岩垣雄一名誉教授および同土屋義人教授に感謝する。

## 参 考 文 献

- 河田恵昭 (1989): 既存の漂砂量データに関する一考察, 土木学会年次学術講演会概要集, II-349.
- 河村龍馬 (1951): 飛砂の研究, 東大理学研報告, 第5巻, pp. 95-112.
- 沢本正樹・山下俊彦 (1985): 波による半周期漂砂量, 土木学会論文集, 第363号, pp. 195-204.
- 土屋義人・青山俊樹 (1970): 水流による砂れきの saltation の機構, 京大防災研年報, 第13号B, pp. 199-216.
- 土屋義人・河田恵昭 (1974): Saltationに基づく流砂の基礎方程式, 土木学会年次学術講演会概要集, pp. 302-303.
- 土屋義人・河田恵昭 (1975): 砂粒の saltation に基づく飛砂量則について, 第19回水理講演会論文集, pp. 7-12.
- 山下俊彦ら (1986): 斜面勾配の影響による砂移動機構の変化と net の掃流砂量, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 219-222.
- Abou-Seida, M. M. (1964): Sediment transport by waves and currents, Tech. Rep. HEL-2-7, Inst. Eng. Res., Univ. of Cal., 34 p.
- Abou-Seida, M. M. (1965): Bed load function due to wave action, Tech. Rep. HEL-2-11, Inst. Eng. Res., Univ. of Cal., 78 p.
- Bagnold, R. A. (1954): Physics of Blown Sand and Desert Dunes, Methuen & Co., Ltd.
- Bagnold, R. A. (1963): Mechanics of marine sedimentation, In: M. N. Hill (Editor), The Sea, 3, Wiley-Interscience, pp. 507-582.
- Bagnold, R. A. (1973): The nature of saltation and of bed-load transport in water, Proc. R. Soc. Lond. A, Vol. 332, pp. 473-504.
- Einstein, H. A. (1950): The bed load function for sediment transportation in open channel flows, U.S. Dept. of Agri., Soil Conservation Service, Tech. Bull., No. 1026, 71 p.
- Engelund, F. A. et al. (1972): A monograph on sediment transport, Teknisk Forlag, 67 p.
- Jonsson, I. G. (1966): Wave boundary layers and friction factors, Proc. 10th ICCE, pp. 127-148.
- Kadib, A. A. (1966): Mechanism of sand movement on coastal dunes, Proc. ASCE, WW2, pp. 27-44.
- Kobayashi, N. (1982): Sediment transport on a gentle slope due to waves, Jour. ASCE, Vol. 108, No. WW3, pp. 254-271.
- Nielsen, P. (1979): Some basic concepts of wave sediment transport, Series Paper No. 20, ISVA, Tech. Univ. of Denmark, 160 p.