

単相モデルによるシートフロー現象の解析

——『数値移動床』の開発に向けて——

灘岡 和夫*・八木 宏**・山下さゆり***

1. ま え が き

シートフロー状砂移動は、その移動量の大きさからみても沿岸域での漂砂問題を考える上で最も重要な砂移動形態の一つである。このシートフロー現象に関する研究では、これまで主としてU字管を用いた室内実験によるアプローチがとられている(例えば、香取ら(1980)や山下ら, 1984)。一方最近、灘岡ら(1988)は、波動場のもとでのシートフロー層内の流速場と濃度場をGalerkin法を用いて解析的に求め、波動場の場合には層内のわずかな鉛直流速の効果によりたとえ対称な正弦波のもとでも波の進行方向への有為な大きさの net の底質移動が発生することを明らかにしている。このことは、同じシートフロー現象でも振動流場と波動場とはその力学過程に本質的な違いが含まれることを意味しており、実際の波動場のシートフロー現象を単純に振動流場のものに置き換えて実験を行うことに疑問を投げかけるものである。しかしながら、通常の室内実験規模のスケールで波動場でのシートフロー現象を再現することは相似律の問題でかなり困難となる。このことから、現地実測によって直接実現象を計測していくアプローチも考えられるが、浮遊砂と異なりシートフローの場合には有効な測定方法そのものが未だに存在しないため、現地実測によるアプローチは不可能に近いというのが現状である。

本研究は、近年の「数値波動水槽」や「数値風洞」の考え方に対応した『数値移動床』の開発が今後の漂砂研究の前進のために非常に有力な手段となり得ることを主張し、その開発のための第一歩として単相モデルをベースとした数値解析モデルを提案しようとするものである。なおこの問題に関連して、これまで二三の簡単な数値解析例が報告されているが(樫木ら, 1984; 日比・山下, 1987)、それらはすべて濃度分布を与えた上で何等かの有効粘性モデルにより流速値を求めようとしたものであり、濃度場自体の決定機構に関してまで言及した例はほとんどない。しかしながら、シートフロー場は本来流れ

場が砂を巻き上げ、巻き上げられた砂が流れ場の応力の伝達機構を決定するという相互干渉効果の強い非定常現象である。したがってそれを再現するためには流速場と濃度場を連動させて解く必要がある。そこで、ここでは濃度場の決定機構を考える上で重要となる底質粒子の上方への拡散と沈降のモデルを導入することにより、シートフロー現象を閉じた形で解析し得る数値計算モデルを提案することを試みた。

2. 数値移動床モデルの概要

(1) 基礎方程式

Laplace の式もしくは Navier-Stokes 方程式が基礎方程式となる「数値波動水槽」や「数値風洞」の場合と違って、『数値移動床』の場合には基礎式となる混相流の方程式が十分一般性を持つ形で確立されていない。したがって、『数値移動床』の開発にあたっては、ベースとなる基礎方程式そのものの開発も並行して行っていく必要がある。ここではまず第一段階として、運動量式として水-砂の二相系を等価な単相流体に置き換えた形の Navier-Stokes 方程式(1), (2)を用いた。

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\Omega_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Omega_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\Omega_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Omega_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 u, w はそれぞれ水平(x)、鉛直(z)方向の流速、 Ω_x, Ω_z は x, z 方向の渦動粘性係数、また μ_e は有効粘性係数である。方程式系を閉じさせるには、これにさらに、非圧縮の式(3)と質量保存則(4)が必要となる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(cu) + \frac{\partial}{\partial z}(c(w-w_f)) = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (4)$$

* 正員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科

*** 東京工業大学大学院 修士課程

ここに、 c は底質の体積濃度、 K_x, K_z は底質の拡散係数、 w_f は底質の沈降速度である。なお、単相モデルにおいては、鉛直方向の砂と水の相対速度（沈降速度）を運動方程式中に陽に取り込むことができないため、ここでは式 (4) に示すように質量保存則においてその効果を考慮している。

(2) 運動量・物質拡散係数ならびに沈降速度のモデル化

基礎方程式系は先に示した通りであるが、そこで問題となるのは式中の運動量拡散係数、物質拡散係数、および沈降速度をいかに実現に近い形で定式化するかということである。そこで、本研究においてはそれぞれ次のように考えてモデル化をおこなった。

a) 運動量拡散係数

運動量拡散機構については、1) 粒子衝突による運動量交換、2) 間隙水の粘性力、3) 間隙水のレイノルズ応力が考えられる。ここでは 1), 2) をまとめていわゆる有効粘性係数を用いて評価した。具体的な式形としては、楯木ら(1984)や日比・山下(1987)と同様に、高濃度領域まで比較的良好に適用できるといわれる Eilers(1941)の式を採用した。ただし、もともとの Eilers の式では理想的な最密充填状態を考慮して $c_{\max}=0.74$ としているが、実際の砂では $c_{\max}=0.65$ 程度が体積濃度の上限と考えられるので、ここでは $c_{\max}=0.65$ で $\mu_0 \rightarrow \infty$ になるように Eilers の式を修正して用いている。この際、数値計算においては $\mu_0 = \infty$ を表現することができないことも考慮して式 (5) を今回は採用した。

$$\frac{\mu_e}{\mu_0} = \left\{ 1 + \frac{1.25}{1 - 0.95(c/c_{\max})} \right\}^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 μ_0 は水の粘性係数である。

また、3) のレイノルズ応力については、今回は乱流モデルとして最もシンプルな混合距離理論を適用してモデル化した。その場合問題となるのは、ここで対象とするシートフローのような“ぼやけた” boundary を持つ場合の混合距離 l の与え方であるが、ここでは、式 (6) によって混合距離 l を定義した。その結果、図-1 に示すように、 $l(z)$ は濃度分布 $c(z)$ に対応して層内で緩やかに変化し、十分上方では通常の $l=kz$ に漸近する形になる。

かに変化し、十分上方では通常の $l=kz$ に漸近する形になる。

$$l(z) = k \int_{-\infty}^z \frac{c_{\max} - c}{c_{\max}} dz \quad \dots\dots\dots (6)$$

このとき、渦動粘性係数 Ω_z は次式で表される。

$$\Omega_z = l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \quad \dots\dots\dots (7)$$

b) 物質拡散係数

シートフロー層内の物質拡散機構は、静止層近傍の粒子衝突によるランダム運動による粒径スケールの拡散から比較的上方の流体の乱れによる拡散まで、混合のスケールが大きく変化していると考えられる。そこで、本研究では拡散の最小スケールとして底質粒径 d をとり、それに式 (6) の乱流混合に関連した長さスケールを加えることで混合スケールとした。そうすると、拡散係数は、

$$K_z = (\alpha l + \beta d)^2 \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| + 5\nu_0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

と表せるが、式中の係数 α, β の値は、濃度分布が香取ら(1980)の実験結果に符合するように $\alpha=0.35, \beta=1.70$ と定めた。また、式中の ν_0 は水の動粘性係数であり、これを含む右辺の定数項は数値計算の安定性のために加えられたものである。なおシートフロー層下縁の高濃度領域でもこの様な勾配拡散型モデルが妥当かどうかは議論の余地があるところであるが、この点については今後の検討課題としたい。

c) 沈降速度

静止層においては沈降速度はゼロであるので、その上の移動層では底質濃度が増加するにつれて砂粒子の沈降速度は減少しているものと考えられる。沈降速度 w_f と浮遊粒子濃度 c の関係についてはこれまで多くの実験式が提案されている。それらは一般に n を指数として、

$$w_f = w_{f0}(1 - c/c_{\max})^n \quad \dots\dots\dots (9)$$

の形で表されるが、ここでは $n=1$ として上式を用いた。ここで、式中の w_{f0} はその粒子の静水中の沈降速度である。

d) 混相流体の停止条件

有効粘性流体モデルにおいては、有効粘性値が無限大にならないかぎり速度がゼロになることはない。よって数値計算においては何らかの付加的な条件を課しないと、シートフロー層より下側の本来の静止層内においても計算上流れが発生してしまうことになる。そこでここでは、式(10)の条件を付加して底質濃度が最大に近くなると強制的に流速をゼロに置くことにより、この問題を回避するようにした。

$$u=0, \quad c > 0.999c_{\max} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(3) 数値計算法と境界条件

ここでは、既存の研究の実験結果と比較することができ振動流場でのシートフローの計算を行った。その場

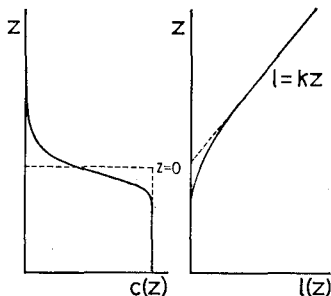


図-1 混合距離の考え方

合、圧力場は式(11)の形で境界層外縁圧力により与件として与えることができる。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial U_0}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 ρ_0 は水の密度、 U_0 は境界層外縁流速である。これにより圧力が未知数でなくなることと対応して、解くべき方程式は式 (1), (2), (4) の3つとなる。

今回、数値解法としては差分法を適用した。具体的な差分スキームとしては、まず時間に関しては陰的な一次のオイラー法を用い、移流項には3次精度の風上差分、拡散項と沈降速度に関する微分項には中央差分を用いた。計算格子は、水平方向には等間隔、鉛直方向には初期砂面付近で密となる 5×70 の不等間隔格子を用いた。また、1 step の計算時間間隔は一周期の $1/2400$ とした。

境界条件は、上方境界 ($z=h_{up}$)、及び下方境界 ($z=h_{down}$) において式(12)に示すような条件を与え、

$$\left. \begin{aligned} z=h_{up}; \quad u=U_0, \\ cw_f + K_s \frac{\partial c}{\partial z} = 0, \\ z=h_{down}; \quad u=0, \\ cw_f + K_s \frac{\partial c}{\partial z} = 0. \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

さらに左右端の境界条件に関しては周期境界条件を適用した。ただし、上方境界に関しては砂が到達できない様に充分な高さをとった。

計算条件としては、表—1 に示すように、同一周期で流速振幅のみを変化させた5ケースと流速振幅一定で周期のみを変化させた2ケースの計6ケースとした。

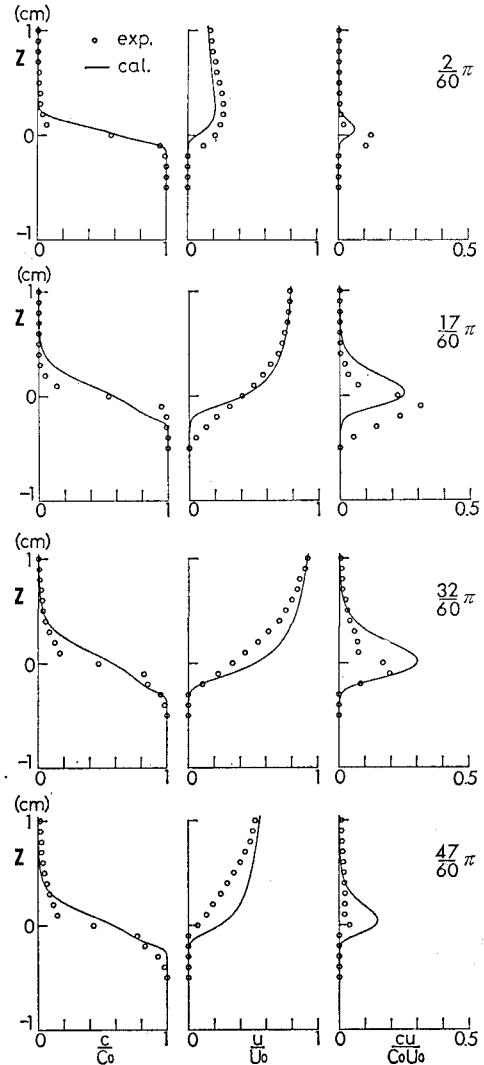
3. 計算結果

(1) 流速分布及び濃度分布の一周期変動特性の検討

まずはじめに、今回の数値移動床モデルで得られた結果がどの程度実現象と一致しているかを調べる目的で、香取ら (1980) の実験と同じ条件 (本研究における Case 1-2) で計算を行い、底質濃度、流速、底質濃度フラックスの鉛直分布を比較してみた。図—2 は、半周期間の代表的な4位相についてその結果を示したものである (ただし、香取ら (1980) の実験結果は位相が $1/30\pi$ ずれてい

ると判断されたので香取らの 0π を $1/30\pi$ と修正して示してある)。これを見ると、濃度分布については、主流の加速位相で計算結果の方が実験結果よりやや速く底質の巻き上げを始めており、また、流速分布については主流の減速位相で計算値より実験値の方が分布型がやせているものの、基本的な分布の特徴及びその変動特性は比較的良く表現されていることがわかる。

次に、シートフロー現象を特徴づける重要な物理量である移動層厚さ h と、 $w_{fo}d$ で無次元化した瞬間漂砂量 Φ の経時変化を実験値と比較してみた (図—3 (a), (b))。ここで、移動層厚さは底質濃度分布において濃度が最大濃度の95%になる位置と5%の位置との間の距離により定義している。まず (a) のシートフロー層厚さに関し見てみると、平均層厚及び変動幅については実験値とは



図—2 底質濃度、流速、底質濃度フラックスの鉛直分布

表—1 計算条件

Case	流速振幅 u_m (cm/s)	周期 T (s)	沈降速度 w_{fo} (cm/s)
1-1	254.0	3.6	2.6
1-2	127.0	3.6	
1-3	90.0	3.6	
1-4	45.0	3.6	
2-1	127.0	1.2	2.6
2-2	127.0	0.6	

ば同程度の値が得られていることがわかる。しかし、加速位相と減速位相での層厚の違いは表せていない。これは振動流に特徴的な加速位相と減速位相での乱流構造の違いを式 (7) の様なシンプルな混合距離モデルでは表現できないことに起因している。一方、(b) の漂砂量の経時変化については、加速位相では比較的一致しているけれども減速位相では実験における流速値が大幅に減少している影響を受けてその差が大きくなっている。(これについては、高濃度領域での流速測定が難しいという実験の精度上の問題もあるようである。)

(2) シールズ数依存性の検討

次に、シートフロー現象の基本的な支配パラメータとして通常取り扱われているシールズ数 Ψ に対する依存性を調べてみた。図-4 (a), (b) は、移動層厚 h と瞬間漂砂量 Φ の時系列のシールズ数 Ψ による変化を示したものである。これを見ると、移動層厚が最大値をとる位相がシールズ数が大きくなるに従って後半にずれ込む傾向があることがわかる。また、それに伴って漂砂量の分布形も後半にずれる傾向がある。

次に、以上の計算結果から半周期平均漂砂量 $\bar{\Phi}$ と最大移動層厚 h_m を算出し、それらのシールズ数依存性を香取ら (1980) の実験結果 (漂砂量のみ) 及び山下ら (1984) の実験結果と比較してみた。図-5 (a), (b) はその結果を示したものである。(ただし、層厚に関しては山下ら (1984) の定義と本研究の定義は多少異なるため値そのものの比較はできないので、ここではシールズ数依存性だ

けに注目している。また、半周期平均漂砂量についてはシールズ数についてではなく、山下ら (1984) によって実験結果をより良く整理できると指摘されたパラメータである u_* / w_{f0} との関係で表してある。) これより、計算値の勾配は実験値に比べて漂砂量、層厚ともに若干緩くなっているものの、漂砂量に関してはその差はさほど顕著でないことがわかる。

(3) 非定常性の検討

Madsen & Grant (1976) は、定常流に関する Brown (1950) の式をベースとし、それが一周期内の各位相で適用可能とした準定常性の仮定のもとに半周期漂砂量式を導いている。図-3 (b) 中の破線はこの様な準定常の仮定のもとに Brown の式を適用した場合の瞬間漂砂量の経時変化を示したものである。これを見ると Brown の式による計算値に比べて実験値、本計算値ともかなり緩やかな時間変化となっており、シートフロー現象の取り扱いに準定常の仮定を持ち込むことに問題があることを示している。

そこで、この様な非定常性の効果をより直接的な形で見るために、周期 T を変えた計算を行ってみた。図-6 は層厚 h の時系列の周期 T による変化を示したものである。これを見ると、周期が長くなると層厚が半周期の間に大きく変動するものの、周期が短い場合には変動幅が小さくなっていることがわかる。これは、周期が短いと底面から巻き上げられた砂が十分沈降しない内に流速が反転してしまうためと考えられる。

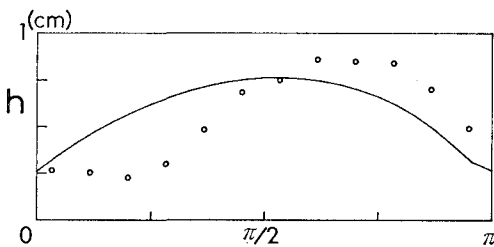


図-3 (a) 移動層厚 h の経時変化

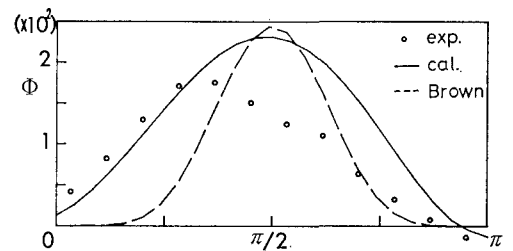


図-3 (b) 瞬間漂砂量 Φ の経時変化

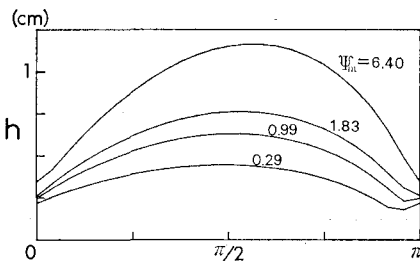


図-4 (a) 移動層厚のシールズ数 ψ_m による変化

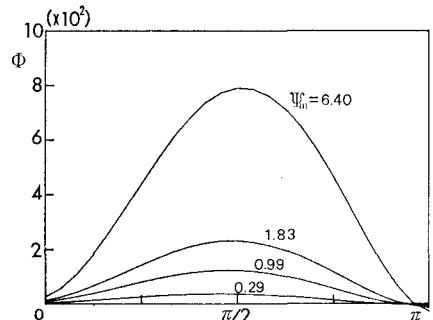


図-4 (b) 瞬間漂砂量のシールズ数 ψ_m による変化

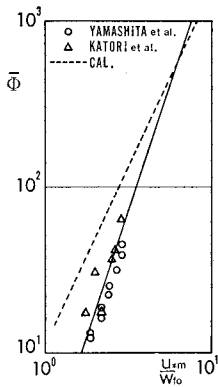


図-5 (a) 半周期平均漂砂量

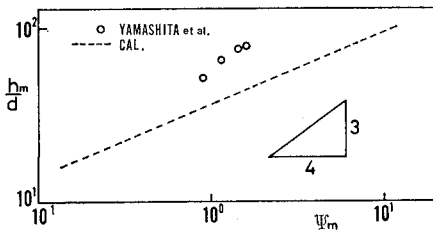


図-5 (b) 最大移動層厚

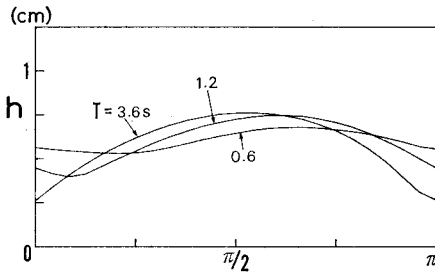


図-6 移動層厚の周期による変化

このように、正弦的な外力変動に対するシートフロー層の応答は必ずしも正弦波的にはならず、そのずれの程度は周期が短い場合ほど顕著になる。このことを反映し

て、漂砂量の時間変動パターンにも層厚 h ほどではないが周期 T の影響が現れていることが確認されている。この様なことから、シートフロー現象を非定常過程としてとらえることの重要性がうかがえる。

4. 結 論

『数値移動床』の開発の第一歩として单相モデルをベースとした数値解析モデルを提案した。その結果、单相モデルの枠組みにおいても本研究の様なモデル化を導入すれば、濃度や流速の分布形のおおよその特徴やシルズ数依存性など、従来の実験結果に近いものが得られることがわかった。今後は、本モデルを改良していくとともに、より高次のモデルをベースとした数値解析モデルを開発していくことにより『数値移動床』の実現に向けて努力して行きたいと考えている。

参 考 文 献

- 香取完和・渡辺 晃・堀川清司 (1980): シート・フロー状態の底質移動に関する研究, 第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 202~206.
- 香取完和 (1980): シートフロー状態の底質移動に関する基礎的研究, 東京大学修士論文.
- 榎木 亨・出口一郎・松山 章 (1984): 掃流砂の移動層厚と移動速度に関する一考察, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 277~280.
- 灘岡和夫・上野成三・八木 宏 (1988): 波動場と振動流場の違いに着目したシートフローの理論解析, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 292~296.
- 日比康生・山下俊彦 (1987): シートフロー状漂砂の移動速度に関する一考察, 第 42 回年講概要集, pp. 654~655.
- 山下俊彦・沢本正樹・横山博美 (1984): 非定常流による平坦床漂砂量と砂の移動機構に関する実験的研究, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 231~235.
- Brown, C. B. (1950): Sediment Transportation, in *Engineering Hydraulics*, Rouse H., Ed., John Wiley and Sons, Inc., N.Y., 1039 p.
- Eilers, H. (1941): Die Viskosität von Emulsionen hochviskoser Stoffe als Funktion der Konzentration, *Kolloid. Z.*: 97, pp. 313~321.
- Madsen, O. S. and Grant, W. D. (1976): Sediment transport in the coastal environment, Rept. No. 209, Dept., Civil Eng., MIT.